第一章　消费者行为理论

第一节　消费者最优选择

一、预算约束

（一）预算线及其变化

定义 1.1.1.(消费束) 用 (x_1, x_2) 来表示消费者的**消费束**，为一个包含两个数字的的表列，表示消费者选择商品 x_1 的**消费量**和消费者选择 x_2 的**消费量**.

笔记. 有时候为了方便起见，用一个简单的符号 X 来表示消费者的消费束 (x_1, x_2).

定义 1.1.2.(预算约束) 假设可以知道**两种商品的价格** (p_1, p_2) 和**消费者要花费的货币总数** m，则消费者的预算约束可以写为

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{1.1.1}$$

其中，p_1x_1 是消费者花费在商品 1 上的货币数量，p_2x_2 是消费者花费在商品 2 上的货币数量.

笔记. 消费者的预算约束要求花费在这两种商品上的货币数量**不超过消费者能花费的总数** m.

定义 1.1.3.(预算集) 价格为 (p_1, p_2) 和收入为 m 时**能够负担的消费束的集合**称为消费者的**预算集**.

假设 1.1.1.(复合商品) 在上述两种商品中，通常把其中的一种商品（**商品 2**）看作是消费者除另外一种商品（**商品 1，即研究对象**）外想要消费的其他各种商品的代表，即一种**复合商品**.

基于上述假设，就可以把商品 2 看作是消费者购买其他各种商品的货币，预算约束的公式可以写为

$$p_1x_1 + x_2 \leq m \tag{1.1.2}$$

即花费在商品 1 上的货币数量 p_1x_1 加上花费在其他商品 x_2 上的货币数量，不能大于消费者需要花费的货币总量 m. 关于预算约束的一切论述，总得来说要以复合商品假说为前提.

定义 1.1.4.(预算线) 所需费用正好等于 m 的一系列消费束，即

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.3}$$

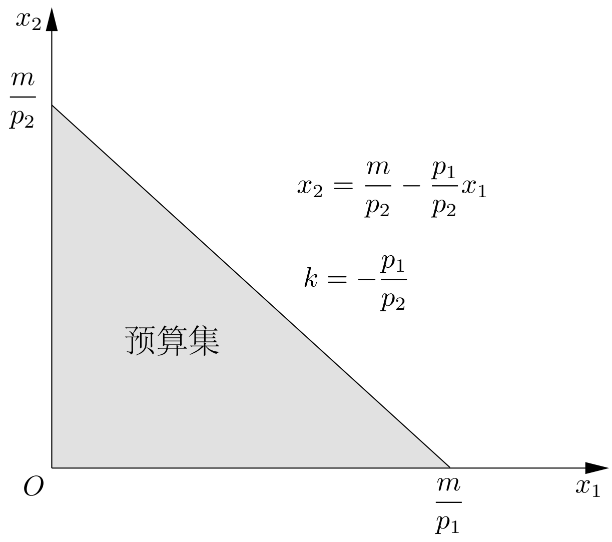

Figure 1.1: 预算集

性质 1.1.1. 预算线的斜率表示**市场愿意用商品 1 来“替代”商品 2 的比率**.

证明. 假如消费者准备把对商品 1 的消费增加 Δx_1，设其对商品 2 的消费作出的变动为 Δx_2，则

$$\begin{cases} p_1x_1 + p_2x_2 = m \\ p_1(x_1+\Delta x_1) + p_2(x_2+\Delta x_2) = m \end{cases} \Rightarrow p_1\Delta x_1 + p_2\Delta x_2 = 0 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

该式表明，为了继续满足预算约束，**在多消费商品 1 时，就得少消费商品 2**，反之亦然. ■

当价格和收入变动时，消费者能够负担的商品集也会发生变动：

1. 收入变动会导致预算线**水平移动**.
   - (1) 收入变动导致预算线变化为
   $$p_1x_1 + p_2x_2 = m+\Delta m \Rightarrow x_2 = \frac{m+\Delta m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.4}$$
   截距改变而**斜率未变**. 收入增加导致预算线向外平移，反之向内平移.
   - (2) 征收**所得税**导致预算线变化为
   $$p_1x_1 + p_2x_2 = m-t \Rightarrow x_2 = \frac{m-t}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.5}$$
   可见，该行为的**效应等同于收入减少**.
2. 价格变动会导致预算线**斜率变动**.
   - (1) 商品 1 价格变动导致预算线变化为
   $$(p_1+\Delta p_1)x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1+\Delta p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.6}$$
   - (2) 征收**从量税**导致预算线变化为
   $$(p_1+t)x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1+t}{p_2}x_1 \tag{1.1.7}$$
   - (3) 征收**从价税**导致预算线变化为
   $$(1+t)p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{(1+t)p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.8}$$

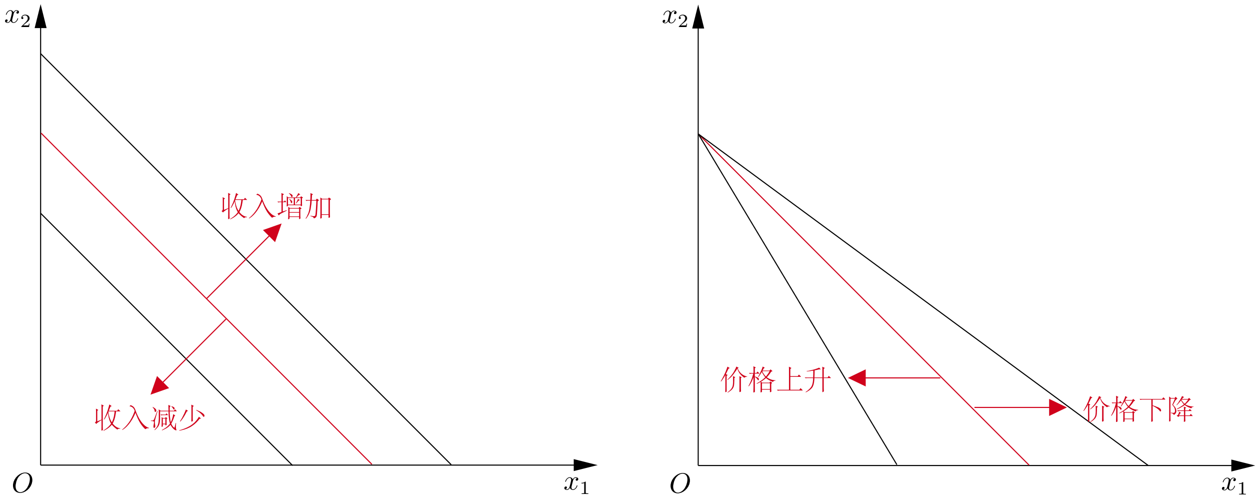

Figure 1.2: 收入变动与价格变动

（二）预算线的应用

当用两个价格和一个收入来确定预算线时，这些变量中有一个是多余的．可以**把其中一个价格或收入的值规定为是固定不变的**，然后调整另外两个变量，这样就可以确切地描绘出同一个预算集．

> **定义 1.1.5.(计价物)** 将其中一种商品价格限定为 1，即为**计价物价格**，对应的商品即为**计价物商品**.

1. 以**货币**为计价物

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{1.1.9}$$

2. 以**商品 2** 为计价物

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2} \tag{1.1.10}$$

3. 以**收入**计价物

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = \frac{m}{m} = 1 \tag{1.1.11}$$

经济政策常常会运用诸如税收这类可以影响消费者预算约束的工具，例如：**税收**、**补贴**和**配给**等.

> **定义 1.1.6.(从量税)** 消费者对他所购买的**每 1 单位商品**支付一定的税收.

从量税等于提高价格，每 1 单位商品 1 的 t 美元从量税把**商品 1 的实际价格从** p_1 **变为** $p_1 + t$.

> **定义 1.1.7.(从价税)** 对商品的价格收税，通常是用百分比来表示.

若商品 1 的价格为 p_1，从价税的税率为 t，则对消费者来说**商品 1 的实际价格变为** $(1+t)p_1$.

> **定义 1.1.8.(从量补贴)** 政府根据消费者所购买商品的数量来给予消费者一定的补贴.

如果消费每 1 单位商品 1 的补贴是 s 元，那么对于消费者来说，商品 1 的价格就是 $p_1 - s$.

> **定义 1.1.9.(从价补贴)** 根据被补贴商品的价格而实行的补贴.

一般来说，如果商品 1 的价格是 p_1，它的从价补贴率是 σ，消费者的实际价格就是 $(1-\sigma)p_1$.

> **定义 1.1.10.(配给)** 有些商品的消费量是受限制的，不能超过某个数量.

假设商品 1 是实行配给供应的，那么，一个消费者对商品 1 的消费量不得多于 $\overline{x}_1$，即预算集超过配给数量的那部分必须砍掉（如下左图）；有时税收、补贴和配给可能**混在一起运用**（如下右图）.

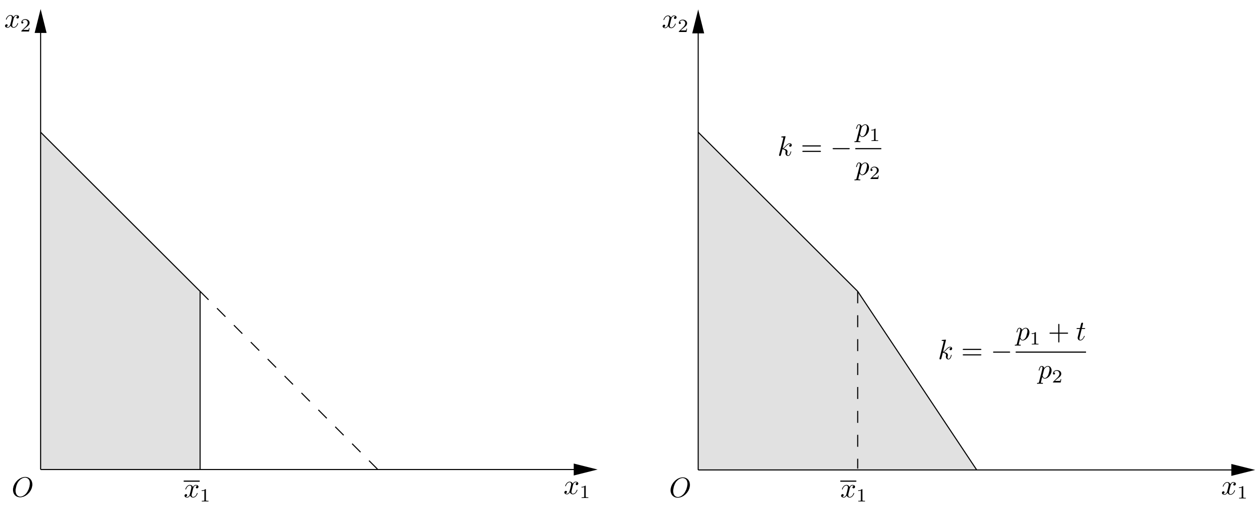

Figure 1.3: 配给

食品券计划是上述配给行为的经典例子. 具体来说，有如下两种模式:

- 模式 A：在 1975 年，家庭可以购买价格为 83 元，价值为 153 元的食品券（如下左图）；
- 模式 B：在 1979 年，家庭可以免费得到价值为 200 元的食品券（如下右图）.

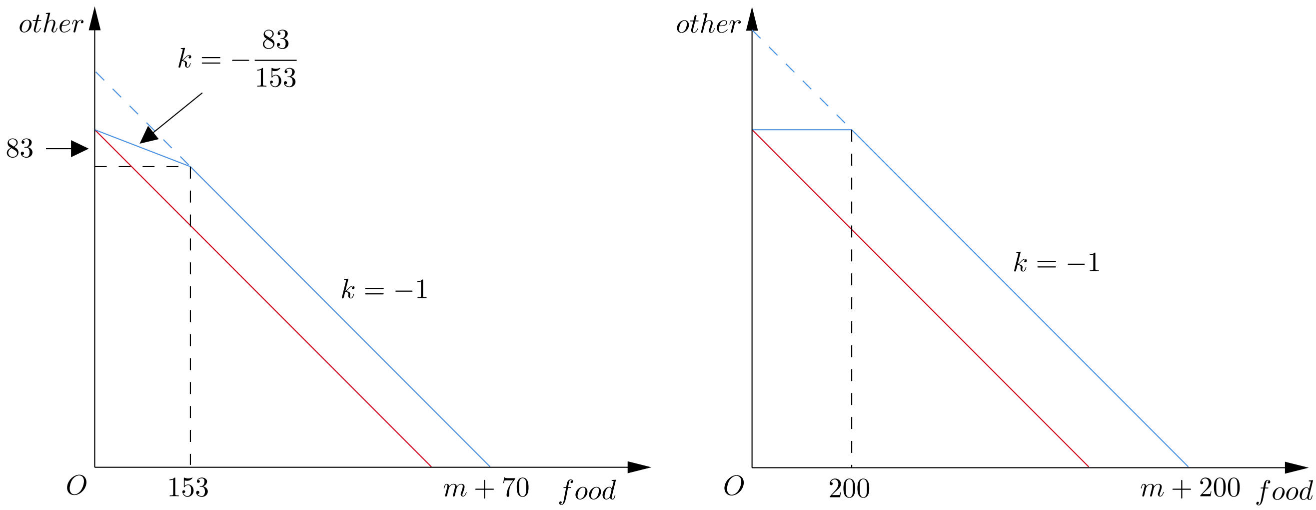

Figure 1.4: 食品券计划

第一章　消费者行为理论

第一节　消费者选择

经济学家认为：消费者总是选择他们能够负担的最佳物品.

一、预算线及其应用

（一）预算线

定义 1.1.1.(消费束) 用 (x_1, x_2) 来表示消费者的消费束. 它是一个包含两个数字的的表列，其表明消费者选择商品 1 的消费量x_1 和消费者选择商品 2 的消费量 x_2.

笔记.有时候为了方便起见，用一个简单的符号 X 来表示消费者的消费束 (x_1, x_2).

定义 1.1.2.(预算约束) 假设可以知道两种商品的价格 (p_1, p_2) 和消费者的可支配货币收入m，则

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{1.1.1}$$

即消费者花费在这两种商品上的货币数量不超过其能花费的货币总数.

定义 1.1.3.(预算集) 当价格为 (p_1, p_2) 和收入为 m 时能够负担的消费束的集合

$$\{(x_1, x_2)|p_1x_1 + p_2x_2 \leq m\} \tag{1.1.2}$$

笔记.预算集的性质：

1. 预算集为闭集，即其中所有的极限点都在该集合中；
2. 预算集是一个客观概念，跟主观意愿无关，即使认为不可能选择某一消费束，但是只要是支付得起的都要算在预算集里面；特别地，$(0, 0) \in$ 预算集，即消费者总是消费得起消费束 $(x_1 = 0, x_2 = 0)$.

这里，关于预算约束的一切论述，总得来说要以复合商品假说为前提.

简单来说，我们常常把上述两种商品中的其中一种（商品 2）看作是消费者除另外一种商品（商品 1）外想要消费的其他各种商品的代表. 该商品（商品 2）代表了一种复合商品.

这样一种复合商品常常是用花在除了商品 **1** 之外的其他商品上的货币数来衡量的. 根据这种解释，因为 1 单位货币的价格就是 1，商品 2 的价格自然等于 1. 因此，预算约束的公式可以改写为

$$p_1x_1 + x_2 \leq m \tag{1.1.3}$$

定义 1.1.4.(预算线) 所需费用正好等于消费者的可支配货币收入 m 的一系列消费束

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{1.1.4}$$

如图1.1，以商品 1 的消费量 x_1 为横轴、商品 2 的消费量 x_2 为纵轴，建立坐标系 x_1Ox_2. 在该坐标系中，任一点的坐标 (x_1, x_2) 均代表一个消费束，即消费者对于两种商品消费量的选择的一个组合.

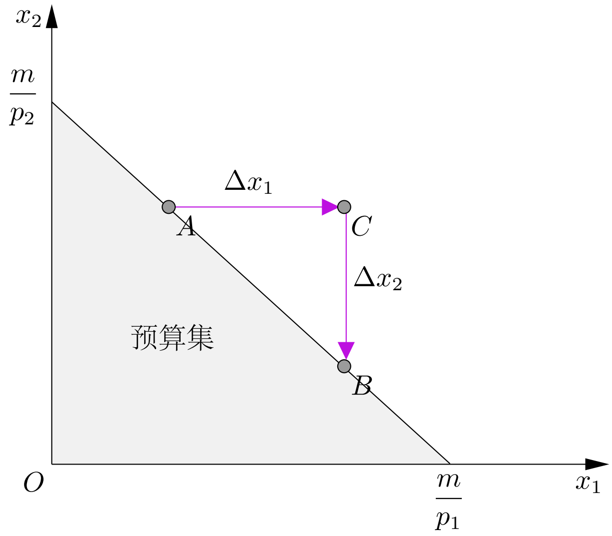

Figure 1.1: 预算集与预算线

将预算线(1.1.4)整理为直线的斜截式方程形式

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.5}$$

该式表明，如果消费者消费 x_1 单位的商品 1，为了满足这一预算约束，他需要消费多少单位的商品 2.

考察上式(1.1.5)的横轴截距点，令其坐标为 (x_1^1, x_2^1). 由于该点在预算线和横轴上

$$\begin{cases} p_1x_1^1 + p_2x_2^1 = m, & \text{在预算线上} \\ x_2^1 = 0, & \text{在横轴上} \end{cases} \Rightarrow p_1x_1^1 = m \Rightarrow x_1^1 = \frac{m}{p_1} \tag{1.1.6}$$

上式表明，用截距可以测量出消费者如果把所有的货币用于单独购买某种商品能得到多少消费量.

考虑处于预算线上的两个消费束 $A(x_1^a, x_2^a), B(x_1^b, x_2^b), x_1^a < x_1^b, x_2^a > x_2^b$. 在满足预算约束的条件下，为了增加对商品 1 的消费，必须减少对商品 2 的消费. 因此，消费束从 A 到 B 的变动可以分解为从 A 到 C 的变动（$x_1^a \to x_1^a + \Delta x_1 = x_1^b$）和从 C 到 B 的变动（$x_2^a \to x_2^a + \Delta x_2 = x_2^b$）[1]. 因此，在 $\triangle ABC$ 中

$$\tan\angle BAC = \frac{|\Delta x_2|}{|\Delta x_1|} = \frac{-\Delta x_2}{\Delta x_1} = -k_{\text{预算线}} \Rightarrow k_{\text{预算线}} \overset{\text{由式(1.1.5)}}{=\!=\!=\!=} -\frac{p_1}{p_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \tag{1.1.7}$$

换言之，预算线的斜率表示市场[2]愿意用商品 1 来“替代”商品 2 的比率.

笔记. 这里也可以直接将变动前后的消费束代入预算线方程，直接求解预算线斜率

$$\begin{cases} p_1\cancel{x_1} + p_2\cancel{x_2} = \cancel{m} \\ p_1(\cancel{x_1} + \Delta x_1) + p_2(\cancel{x_2} + \Delta x_2) = \cancel{m} \end{cases} \Rightarrow p_1\Delta x_1 + p_2\Delta x_2 = 0 \Rightarrow k_{\text{预算线}} = -\frac{p_1}{p_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \tag{1.1.8}$$

[1] 这里遵循 Varian 教材的写法，认为两种商品消费量的变动量 $\Delta x_1, \Delta x_2$ 的符号是相反的.

[2] 与后面的无差异曲线斜率相比较，这里的替代比率是客观的（而非主观的），是由两种商品的相对价格 $\frac{p_1}{p_2}$ 所决定的.

当用两个价格 p_1, p_2 和一个收入 m 来确定预算线时，这些变量中有一个是多余的. 可以把其中一个价格或收入的值规定为是固定不变的，然后调整另外两个变量，这样就可以确切地描绘出同一个预算集.

特别地，若把其中的一种商品的价格限定为 1（称为计价物价格），则该商品为计价物商品.

例如，若将商品 2 视为计价物商品，则其在原来的计价体系下的价格 p_2 在新的计价体系下被限定为 1. 因此，在新的计价体系下，商品 1 的价格 $p_1'=\dfrac{p_1}{p_2}$、商品 2 的价格 $p_2'=\dfrac{p_2}{p_2}=1$ 和收入 $m'=\dfrac{m}{p_2}$.

（二）预算线的应用

政府常常会运用诸如税收、补贴和配给等政策工具来影响消费者的预算约束.

> 定义 1.1.5.(从量税) 政府对消费者所购买商品的数量所征收的税.

笔记.若商品 1 的价格为 p_1，每单位商品的从量税为 t，则商品 1 的实际价格变为 p_1+t.

> 定义 1.1.6.(从价税) 政府对消费者所购买商品的价格所征收的税.

笔记.若商品 1 的价格为 p_1，从价税的税率为 t，则商品 1 的实际价格变为 $p_1(1+t)$.

> 定义 1.1.7.(总额税) 不管消费者的行为如何，政府总要取走一笔固定金额的货币.

笔记.若总额税为 t，则消费者的可支配收入变为 $m-t$.

补贴与税收的效应正好相反.

> 定义 1.1.8.(从量补贴) 政府根据消费者所购买商品的数量所给予的补贴.

笔记.若商品 1 的价格为 p_1，每单位商品的从量补贴为 s，则商品 1 的实际价格变为 p_1-s.

> 定义 1.1.9.(从价补贴) 政府根据消费者所购买商品的价格所给予的补贴.

笔记.若商品 1 的价格为 p_1，从价补贴的补贴率为 σ，则商品 1 的实际价格变为 $p_1(1-\sigma)$.

> 定义 1.1.10.(总额补贴) 不管消费者的行为如何，政府总要补贴一笔固定金额的货币.

笔记.若总额补贴为 s，则消费者的可支配收入变为 $m+s$.

本质上，税收或补贴使商品价格或消费者收入发生变动，从而引起预算线的变动.

$$
\text{预算线变动}\begin{cases}
\text{收入 } m \text{ 变动} \to \text{截距变动} \begin{cases} \text{直接变动} m \xrightarrow{\Delta m} m+\Delta m \\ \text{税收变动 } m \xrightarrow{\text{总额税} t} m-t \end{cases} \\
\text{价格 } p_1 \text{ 变动} \to \text{斜率变动} \begin{cases} \text{直接变动 } p_1 \xrightarrow{\Delta p_1} p_1+\Delta p_1 \\ \text{税收变动} \begin{cases} p_1 \xrightarrow{\text{从量税} t} p_1+t \\ p_1 \xrightarrow{\text{从价税} t} p_1(1+t) \end{cases} \end{cases}
\end{cases}
$$

笔记.这里以税收为例：

1. 收入变动：截距变动而斜率不变，预算线水平移动.

(1) 收入直接变动导致预算线变动

$$p_1x_1+p_2x_2=m+\Delta m \Rightarrow x_2=\frac{m+\Delta m}{p_2}-\frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.9}$$

(2) 征收总额税引起收入变动，从而导致预算线变动

$$p_1x_1+p_2x_2=m-t \Rightarrow x_2=\frac{m-t}{p_2}-\frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.10}$$

可见，征收总额税与收入减少所导致的结果是类似的.

2. 价格变动：截距不变而斜率变动，预算线绕纵轴截距点旋转.

(1) 商品 1 价格直接变动导致预算线变动

$$(p_1+\Delta p_1)x_1+p_2x_2=m \Rightarrow x_2=\frac{m}{p_2}-\frac{p_1+\Delta p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.11}$$

(2) 征收从量税引起商品 1 价格变动，从而导致预算线变动

$$(p_1+t)x_1+p_2x_2=m \Rightarrow x_2=\frac{m}{p_2}-\frac{p_1+t}{p_2}x_1 \tag{1.1.12}$$

(3) 征收从价税引起商品 1 价格变动，从而导致预算线变动

$$p_1(1+t)x_1+p_2x_2=m \Rightarrow x_2=\frac{m}{p_2}-\frac{p_1(1+t)}{p_2}x_1 \tag{1.1.13}$$

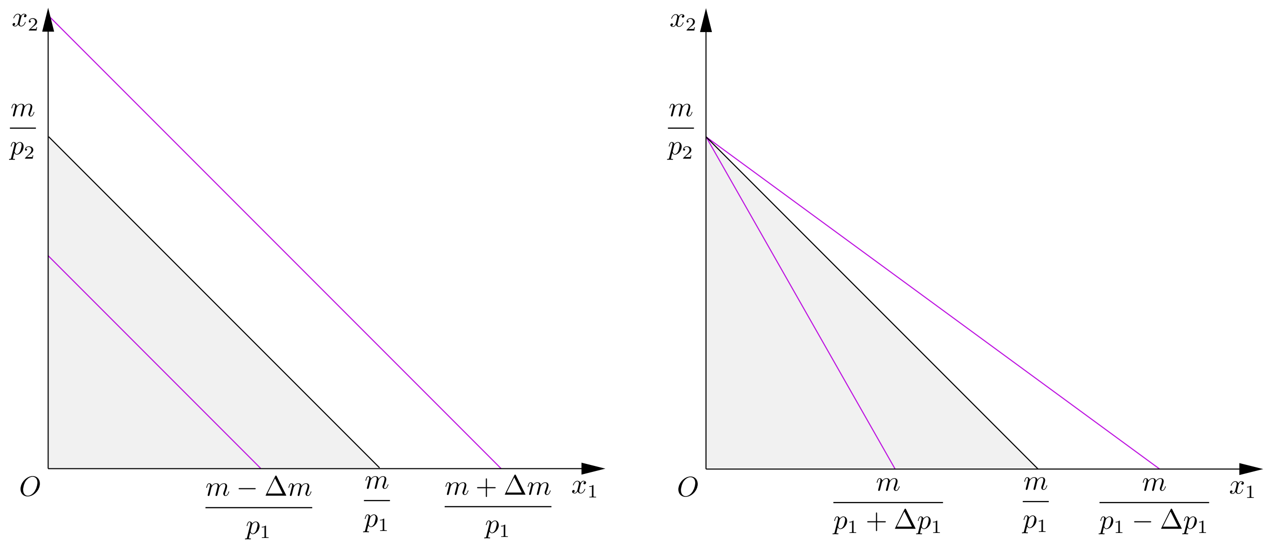

Figure 1.2: 预算线的变动

> 定义 1.1.11.(配给) 有些商品的消费量是受限制的，不能超过某个数量.

假设商品 1 是实行配给供应的，那么消费者对其的消费量不得多于 $\overline{x}_1$，则预算约束方程变为

$$\begin{cases} p_1x_1+p_2x_2=m, & x_1<\overline{x}_1 \\ x_2=\left[0,\dfrac{m-p_1\overline{x}_1}{p_2}\right], & x=\overline{x}_1 \end{cases} \tag{1.1.14}$$

图形上，消费者的预算集被砍掉一块，那一块由消费者买得起却受到配给限制的所有消费束组成.

有时，税收、补贴和配给是混在一起运用的. 例如，对 $x>\overline{x}_1$ 部分的消费征收从量税.

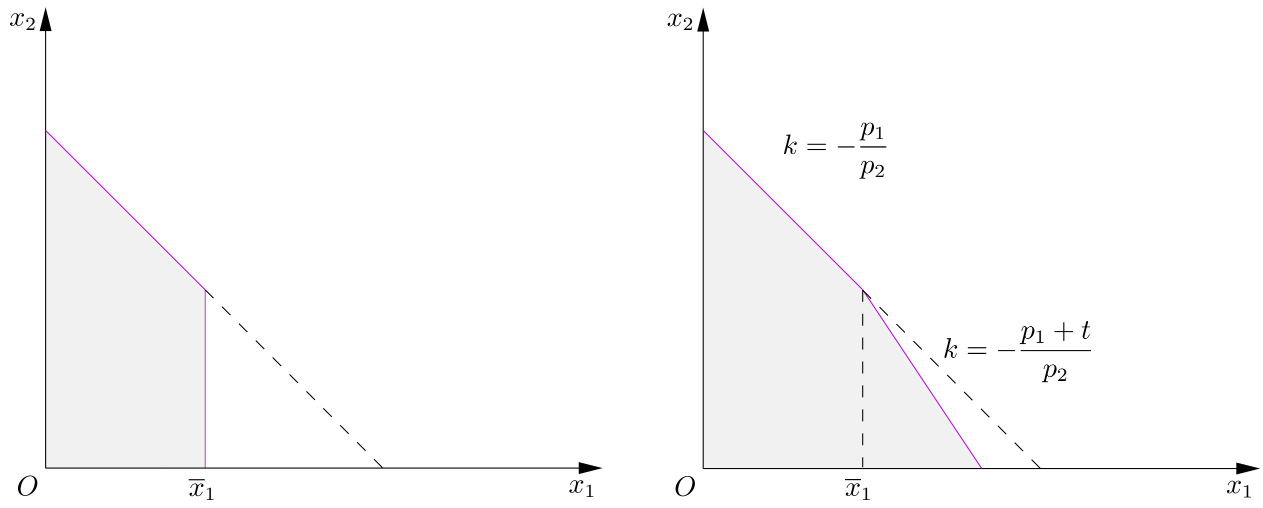

Figure 1.3: 配给及其混用

食品券计划是一个补贴和配给混用的经典例子.

若某家庭对食品和其他商品的消费束为 (x_f, x_o)，二者的价格分别为 (p_f, p_o)（这里表示购买价值 1 单位货币的该商品所实际花费的货币量，初始时 $p_f = p_o \equiv 1$），收入为 m. 则该家庭的预算线方程为

$$p_f x_f + p_o x_o = m \tag{1.1.15}$$

下面分别考虑两种模式的食品券计划：

模式 A：家庭可以购买价格为 83，价值为 153 的食品券.

假设家庭从第一单位食品的消费起就使用食品券，则此时的食品价格为 $p_f = \dfrac{83}{153}$（购买原价值为 1 的食品现在只需要 $\dfrac{83}{153}$），预算线斜率为 $k = -\dfrac{p_f}{p_o} = -\dfrac{83}{153}$. 假设这段消费是连续的. 之后，食品价格重新变为 $p_f = 1$，预算线斜率也重新变为 $k = -1$. 最终，模式 A 使家庭多消费了 $153 - 83 = 70$ 的食品.

模式 B：家庭可以免费得到价值为 200 的食品券.

初始时的食品价格为 $p_f = 0$，预算线斜率为 $k = 0$. 仍假设这段消费是连续的. 之后，食品价格重新变为 $p_f = 1$，预算线斜率也重新变为 $k = -1$. 最终，模式 B 使家庭多消费了 200 的食品.

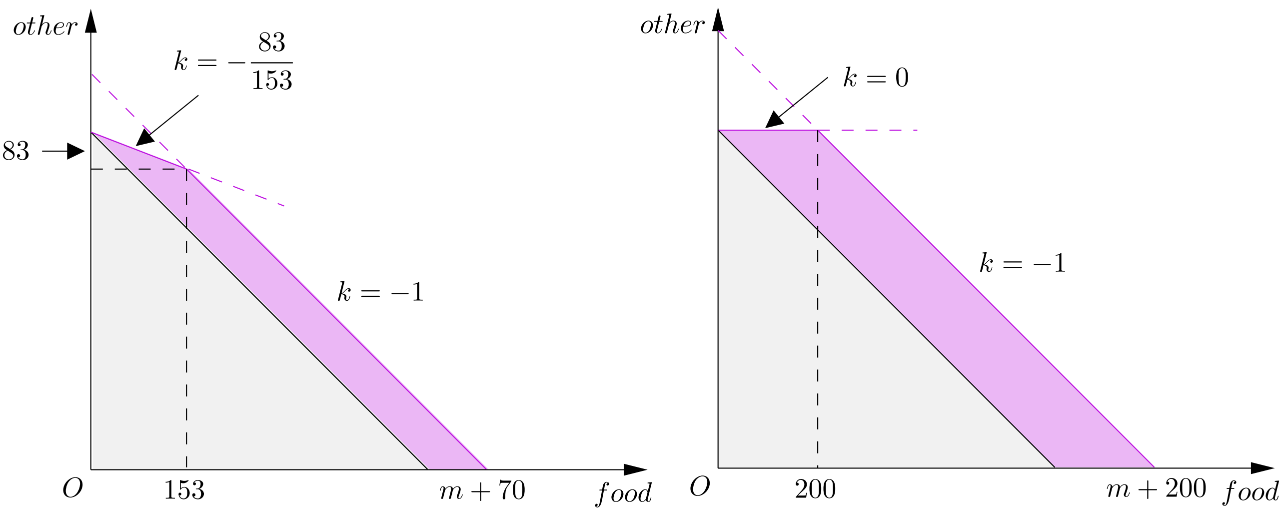

Figure 1.4: 食品券计划