2026 考研复习 · 801 经济学

中级经济学笔记（第二版）

Houze LIU

hzzzliu@gmail.com

更新时间

December 13, 2025

更新位置

jingqishixiang.com/notes

墨洒空山 惊起世相

Preface

历经前后近两年的努力，本册中级经济学笔记终于艰难成文. 感慨万千，序言从略.

版本更新日志

- **第一版**最后更新于 December 7, 2024;
- **第二版**最后更新于 December 13, 2025.

Contents

第一部分

微观经济学

第一章 消费者行为理论

第一节 消费者最优选择

一、预算约束

(一) 预算线及其变化

定义 1.1.1.(消费束) 用 (x_1, x_2) 来表示消费者的**消费束**，为一个包含两个数字的的表列，表示消费者选择商品 x_1 的**消费量**和消费者选择 x_2 的**消费量**.

笔记. 有时候为了方便起见，用一个简单的符号 X 来表示消费者的消费束 (x_1, x_2).

定义 1.1.2.(预算约束) 假设可以知道**两种商品的价格** (p_1, p_2) 和**消费者要花费的货币总数** m，则消费者的预算约束可以写为

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{1.1.1}$$

其中，p_1x_1 是消费者花费在商品 1 上的货币数量，p_2x_2 是消费者花费在商品 2 上的货币数量.

笔记. 消费者的预算约束要求花费在这两种商品上的货币数量**不超过消费者能花费的总数** m.

定义 1.1.3.(预算集) 价格为 (p_1, p_2) 和收入为 m 时**能够负担的消费束的集合**称为消费者的**预算集**.

假设 1.1.1.(复合商品) 在上述两种商品中，通常把其中的一种商品（**商品 2**）看作是消费者除另外一种商品（**商品 1，即研究对象**）外想要消费的其他各种商品的代表，即一种**复合商品**.

基于上述假设，就可以把商品 2 看作是消费者购买其他各种商品的货币，预算约束的公式可以写为

$$p_1x_1 + x_2 \leq m \tag{1.1.2}$$

即花费在商品 1 上的货币数量 p_1x_1 加上花费在其他商品 x_2 上的货币数量，不能大于消费者需要花费的货币总量 m. 关于预算约束的一切论述，总得来说要以复合商品假说为前提.

定义 1.1.4.(预算线) 所需费用正好等于 m 的一系列消费束，即

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.3}$$

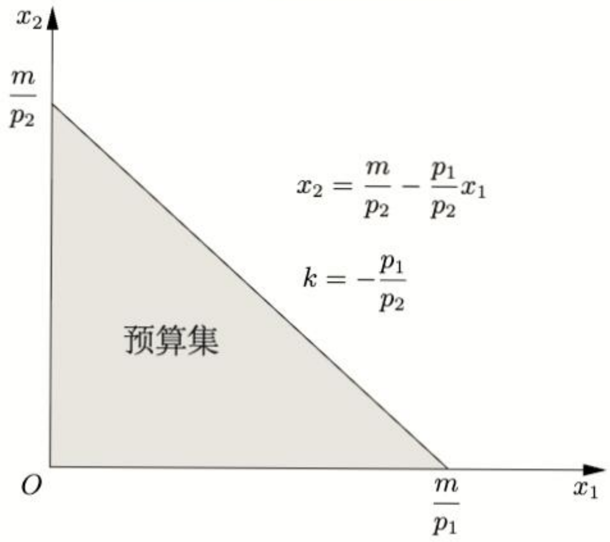


Figure 1.1: 预算集

性质 1.1.1. 预算线的斜率表示**市场愿意用商品 1 来"替代"商品 2 的比率**.

证明. 假如消费者准备把对商品 1 的消费增加 Δx_1，设其对商品 2 的消费作出的变动为 Δx_2，则

$$\begin{cases} p_1x_1 + p_2x_2 = m \\ p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2(x_2 + \Delta x_2) = m \end{cases} \Rightarrow p_1\Delta x_1 + p_2\Delta x_2 = 0 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

该式表明，为了继续满足预算约束，**在多消费商品 1 时，就得少消费商品 2**，反之亦然. ■

当价格和收入变动时，消费者能够负担的商品集也会发生变动：

1. 收入变动会导致预算线**水平移动**.
   (1) 收入变动导致预算线变化为
   $$p_1x_1 + p_2x_2 = m + \Delta m \Rightarrow x_2 = \frac{m + \Delta m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.4}$$
   截距改变而**斜率未变**. 收入增加导致预算线向外平移，反之向内平移.
   (2) 征收**所得税**导致预算线变化为
   $$p_1x_1 + p_2x_2 = m - t \Rightarrow x_2 = \frac{m - t}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.5}$$
   可见，该行为的**效应等同于收入减少**.
2. 价格变动会导致预算线**斜率变动**.
   (1) 商品 1 价格变动导致预算线变化为
   $$(p_1 + \Delta p_1)x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1 + \Delta p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.6}$$
   (2) 征收**从量税**导致预算线变化为
   $$(p_1 + t)x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1 + t}{p_2}x_1 \tag{1.1.7}$$
   (3) 征收**从价税**导致预算线变化为
   $$(1 + t)p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{(1 + t)p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.8}$$

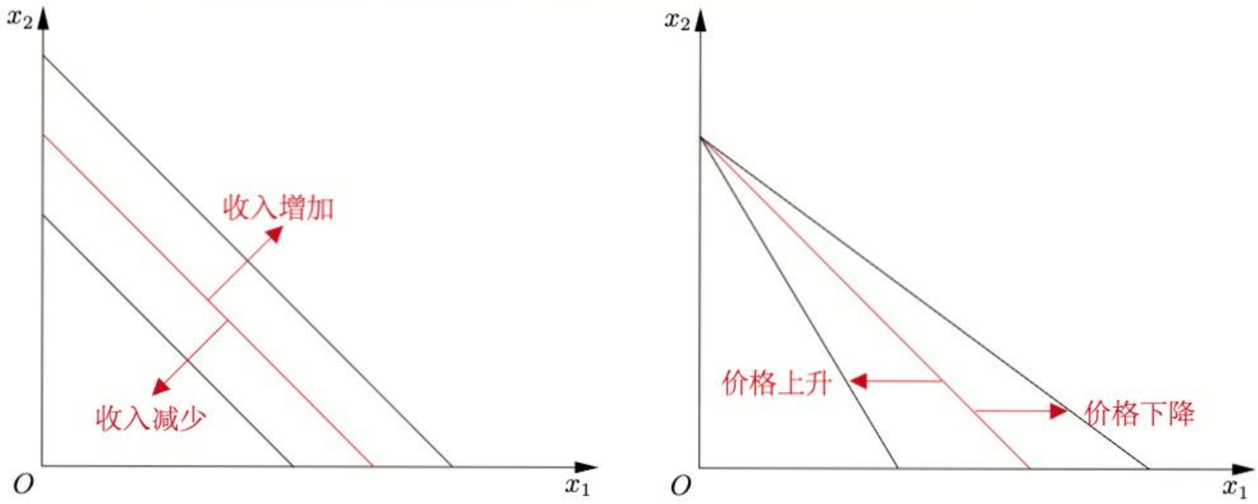


Figure 1.2: 收入变动与价格变动

（二）预算线的应用

当用两个价格和一个收入来确定预算线时，这些变量中有一个是多余的. 可以**把其中一个价格或收入的值规定为是固定不变的**，然后调整另外两个变量，这样就可以确切地描绘出同一个预算集.

> **定义 1.1.5.(计价物)** 将其中一种商品价格限定为 1，即为**计价物价格**，对应的商品即为**计价物商品**.

1. 以**货币**为计价物

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{1.1.9}$$

2. 以**商品 2** 为计价物

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2} \tag{1.1.10}$$

3. 以**收入**计价物

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = \frac{m}{m} = 1 \tag{1.1.11}$$

经济政策常常会运用诸如税收这类可以影响消费者预算约束的工具，例如：**税收**、**补贴**和**配给**等.

> **定义 1.1.6.(从量税)** 消费者对他所购买的**每 1 单位商品**支付一定的税收.

从量税等于提高价格，每 1 单位商品 1 的 t 美元从量税把**商品 1 的实际价格从** p_1 **变为** $p_1 + t$.

> **定义 1.1.7.(从价税)** 对商品的价格收税，通常是用百分比来表示.

若商品 1 的价格为 p_1，从价税的税率为 t，则对消费者来说**商品 1 的实际价格变为** $(1+t)p_1$.

> **定义 1.1.8.(从量补贴)** 政府根据消费者所购买商品的数量来给予消费者一定的补贴.

如果消费每 1 单位商品 1 的补贴是 s 元，那么对于消费者来说，商品 1 的价格就是 $p_1 - s$.

定义 1.1.9.(从价补贴) 根据被补贴商品的价格而实行的补贴.

一般来说，如果商品 1 的价格是 p_1，它的从价补贴率是 σ，消费者的实际价格就是 $(1-\sigma)p_1$.

定义 1.1.10.(配给) 有些商品的消费量是受限制的，不能超过某个数量.

假设商品 1 是实行配给供应的，那么，一个消费者对商品 1 的消费量不得多于 $\overline{x}_1$，即预算集超过配给数量的那部分必须砍掉（如下左图）；有时税收、补贴和配给可能**混在一起运用**（如下右图）.

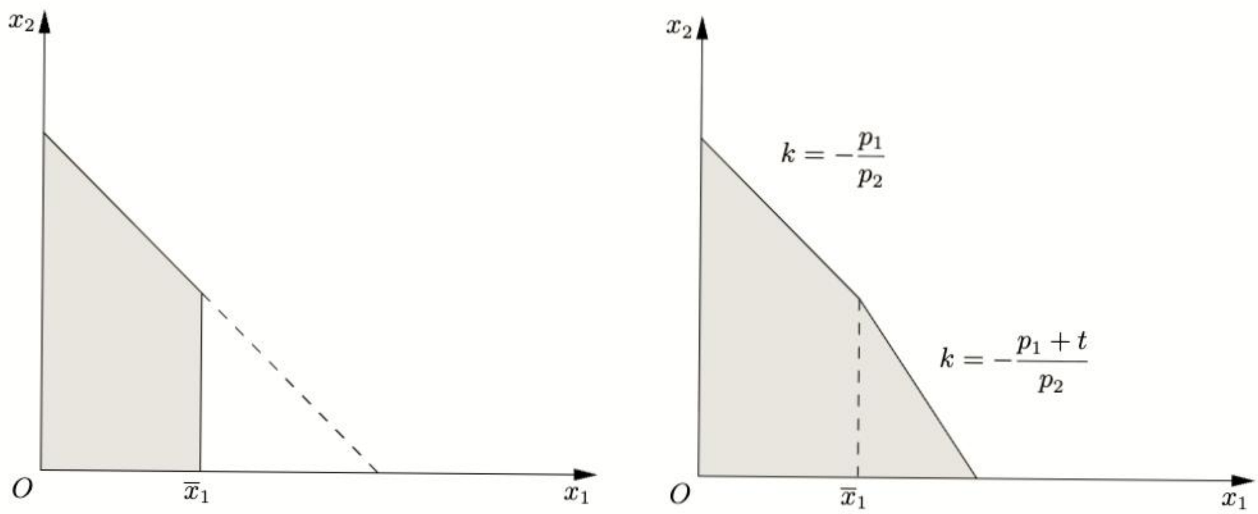


Figure 1.3: 配给

食品券计划是上述配给行为的经典例子. 具体来说，有如下两种模式:

- 模式 A：在 1975 年，家庭可以购买价格为 83 元，价值为 153 元的食品券（如下左图）；
- 模式 B：在 1979 年，家庭可以免费得到价值为 200 元的食品券（如下右图）.

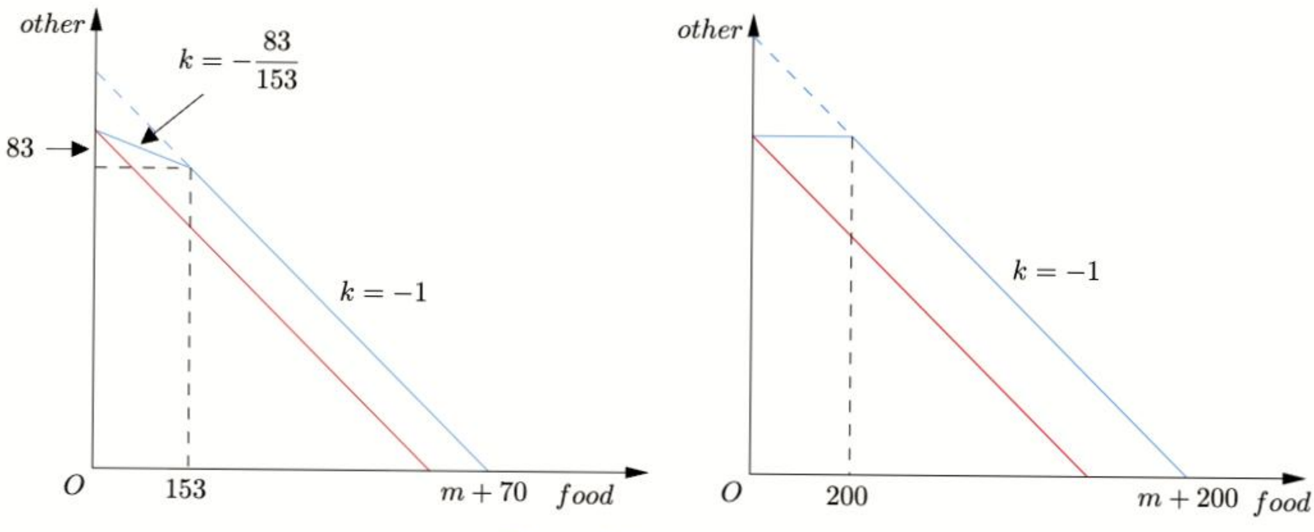


Figure 1.4: 食品券计划

二、偏好与效用

(一) 偏好

假定给定任意两个消费束 (x_1, x_2) 和 (y_1, y_2)，消费者可以按照自身的意愿对它们进行排序. 这就是说，消费者可以决定其中一个消费束的确比另一个要好，或者两个消费束对他来说是无差异的.

定义 1.1.11.(严格偏好) 用符号 $\succ$ 表示两个消费束中，其中一个是受到**严格偏好**的. 具体来说，$(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ 可以解释为对于消费者来说 (x_1, x_2) 严格偏好于 (y_1, y_2).

该种偏好关系是一种**运算概念**，即消费者偏好一个消费束甚于另一个.

定义 1.1.12.(无差异) 用符号 $\sim$ 表示两个消费束是**无差异**的. 具体来说，$(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ 可以解释为对于消费者来说 (x_1, x_2) 与 (y_1, y_2) 无差异.

无差异的含义为，两个消费束对消费者的**满足程度完全一样**.

定义 1.1.13.(弱偏好) 用符号 $\succeq$ 表示两个消费束中，有偏好或无差异. 具体来说，$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ 可以解释为对于消费者来说 (x_1, x_2)**弱偏好**于 (y_1, y_2).

笔记. 严格偏好、弱偏好和无差异之间的关系并不是独立的，而是相关的：

1. 假如消费者认为 (x_1, x_2) 至少与 (y_1, y_2) 一样好，并且 (y_1, y_2) 也至少与 (x_1, x_2) 一样好，那么这两个消费束对消费者来说就是无差异的，即

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2), (y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2) \Rightarrow (x_1, x_2) \sim (y_1, y_2) \tag{1.1.12}$$

2. 如果消费者认为 (x_1, x_2) 至少与 (y_1, y_2) 一样好，但他对这两个消费束并不是无差异的，那么他必定认为 (x_1, x_2) 比 (y_1, y_2) 更好，即

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2), (x_1, x_2) \nsim (y_1, y_2) \Rightarrow (x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \tag{1.1.13}$$

下面作一些**偏好关系如何起作用**的假设.

假设 1.1.2.(完备性公理) 任何两个消费束都是可以比较的.

即对任一 X 消费束和任一 Y 消费束，假定 $X \succeq Y$ 或 $Y \succeq X$ 或者两种情况都有（无差异）.

假设 1.1.3.(反身性公理) 任何消费束至少与本身是一样好的.

即 $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$.

假设 1.1.4.(传递性公理) 若 X 至少与 Y 一样好，Y 至少和 Z 一样好，则 X 至少与 Z 一样好.

即 $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2), (y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2) \Rightarrow (x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$.

定义 1.1.14.(无差异曲线) 表示消费者偏好相同的两种商品的所有组合的曲线.

定义 1.1.15.(弱偏好集) 弱偏好于 (x_1, x_2) 的消费束.

弱偏好集分界线上的消费束对消费者来说和 (x_1, x_2) 无差异，**这条分界线是一条无差异曲线**. 表示不同偏好水平的无差异曲线不可能相交（可画图通过反证法进行证明）.

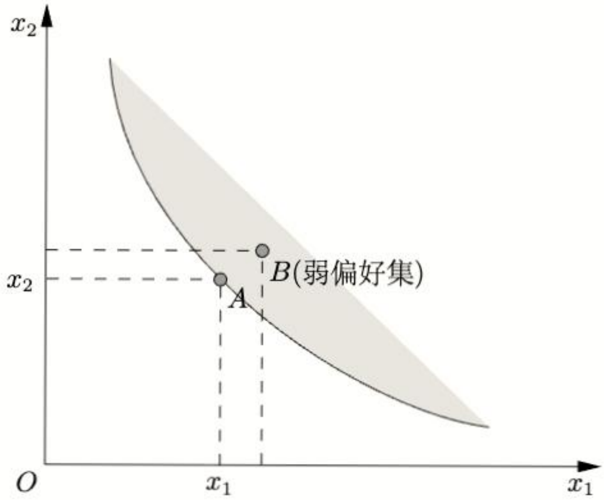


Figure 1.5: 无差异曲线与弱偏好集

下面对一类偏好做一系列概括性的描述.

定义 1.1.16.(良态无差异曲线) 满足偏好**单调性**的**凸偏好**的无差异曲线.

假设 1.1.5.(单调性) 如果 (x_1, x_2) 是正常商品组成的消费束，(y_1, y_2) 是**至少包含这两种商品的相同数量**并且**其中一种商品多一些**的消费束，那么 $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$.

笔记. 单调性意味着**无差异曲线的斜率为负**. 考虑消费束 (x_1, x_2)，如果从这个消费束向右上方（正上方和正右方）移动，必定达到一个更好的位置；如果向左下方（含正下方和正左方）移动，达到的位置必定更差. 因此如果移动到一个和 (x_1, x_2) 无差异的位置，则移动的方向必然是左上方或者右下方，即这个位置的消费束与 (x_1, x_2) 相比，一种商品增加的同时另一种商品减少[1].

假设 1.1.6.(凸偏好) 如果 $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$，那么对于任何满足 $0 \le t \le 1$ 的 t 来说

$$(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \succeq (x_1, x_2) \tag{1.1.14}$$

笔记. 凸偏好意味着**无差异曲线凸向原点（连线上的点的效用大于端点的效用）**. 消费者希望用一种商品去换取其他商品，最终可以一起消费各种商品，而不是专门消费其中的一种商品.

[1]引入效用的定义后，可以如是考虑：当 x_1 增加时，效用 u 必然增加，因而为了使效用水平不变，需要减少 x_2.

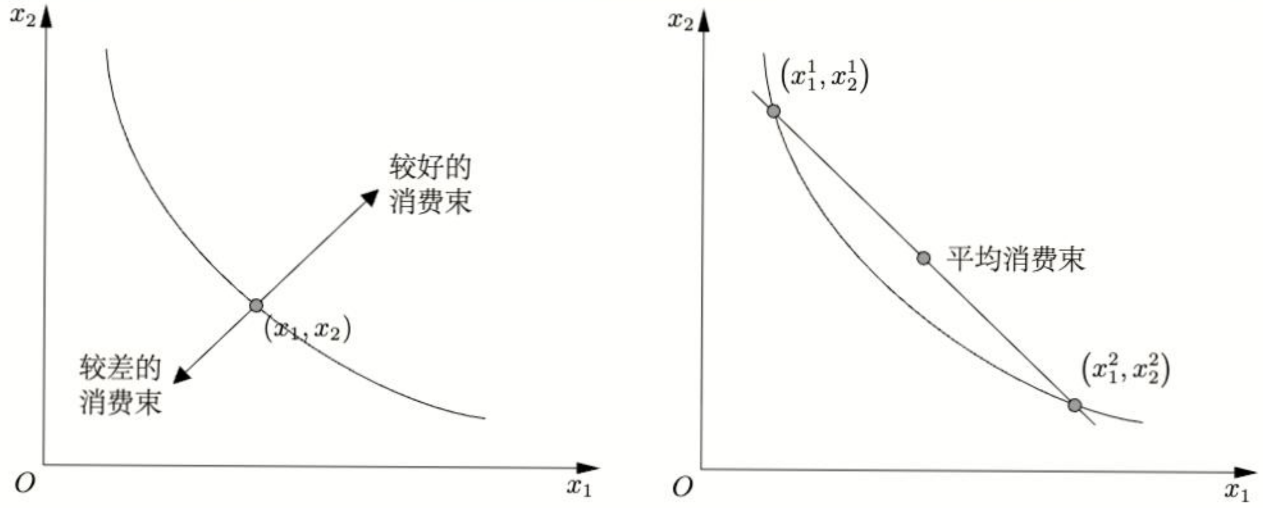


Figure 1.6: 单调性与凸偏好

（二）效用

定义 1.1.17.(效用) 对**商品满足人的欲望**的能力评价，或者说，效用是指消费者在消费商品时所感受到的**满足程度**. 这一概念与人的欲望是联系在一起的，是一种**主观心理评价**.

定义 1.1.18.(效用函数) 效用函数是为每个可能的消费束指派一个数字的方法，其指派给受较多偏好的消费束的数字大于指派给受较少偏好的消费束的数字.

这就是说，对消费束 (x_1, x_2) 的偏好超过对消费束 (y_1, y_2) 的偏好的充要条件是 (x_1, x_2) 的效用大于 (y_1, y_2) 的效用，这用符号表示就是，$(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ **当且仅当** $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.

效用指派的唯一重要特征在于它**对消费束所进行的排序**[2]. 效用函数的数值，只在对不同消费束进行排序时才有意义；**任意两个消费束之间的效用差额的大小是无关紧要的**.

因为一条无差异曲线上的每一个消费束带来的效用一定相同，所以，效用函数就是一种通过**使较高效用的无差异曲线得到较大的指派数字**的方式，给不同的无差异曲线指派数字的方法.

定义 1.1.19.(正单调变换) 以保持数字次序不变的方式将一组数字变换成另一种数字的方法.

性质 1.1.2. 一个效用函数的正单调变换还是一个效用函数，其代表的偏好与原偏好相同.

例 1.1.1(2022-央财 801 节选)

假定消费者效用函数为 $u(x, y) = x\sqrt{y}$，证明：效用函数 $\widetilde{u}(x, y) = 2x\sqrt{y} + 10$ 代表的是相同的偏好.

证明. $2x\sqrt{y} + 10 \sim 2x\sqrt{y} \sim x\sqrt{y}$.（可通过求消费者最优选择更严谨地证明） ■

笔记. 常见的正单调变换：乘一个正数、加上任意数和奇次幂等.

[2] 因为这种效用**强调消费束的排列次序**，所以它被称作**序数效用**；有一些效用理论对效用的数值赋予了重要意义，这些理论被称作**基数效用理论**，在这种理论中，两个消费束之间的效用差额的大小被认为具有某种重要的意义.

定义 1.1.20.(边际效用) 消费者在一定时间内增加一单位商品的消费所得到的效用量的增量.

$$MU_1 = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} \tag{1.1.15}$$

笔记. 这个定义隐含着，为了计算同商品 *1* 的消费的微小变动联系在一起的效用的变动，只需要使消费的变动量乘上这种商品的边际效用：$\mathrm{d}u = MU_1 \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x_1 = MU_1 \mathrm{d}x_1$.

定义 1.1.21.(边际替代率) 消费者愿意用一种商品去替代另一种商品的比率.

从偏好的角度：假设从消费者那里**取走 Δx_1 的一部分商品 1**，然后给他**恰好能够使他回到原先的无差异曲线**上去的 Δx_2 的一部分商品 2[3]. 因此，用一部分商品 2 替代一部分商品 1 之后，他的**境况与以前一样好**. 这里，$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ 就是**消费者愿意用商品 2 去替代商品 1 的比率**.

进一步，设想 Δx_1 是很小的变动，即边际变动. 于是，$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ 就成为衡量商品 2 替代商品 1 的边际替代率. 随着 Δx_1 逐渐变小，$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ 就趋近于**无差异曲线的斜率**（由于其为负数，故**边际替代率也为负数**）.

笔记. 交换律的含义：假设某消费者具有良态偏好，其目前正消费某个消费束 (x_1, x_2).

现在为其提供一次交换商品的机会：他可以用商品 *1* 换取商品 *2*，或者用商品 *2* 换取商品 *1*，并且按某个"交换率 E"(即无差异曲线斜率绝对值)，他可以进行任何数量的交换.

这就是说，如果消费者放弃 Δx_1 单位的商品 *1*，作为交换，他能得到 $E\Delta x_1$ 单位的商品 *2*；或者反过来，如果他放弃 Δx_2 单位的商品 *2*，他可以得到 $E\Delta x_2$ 单位的商品 *1*.

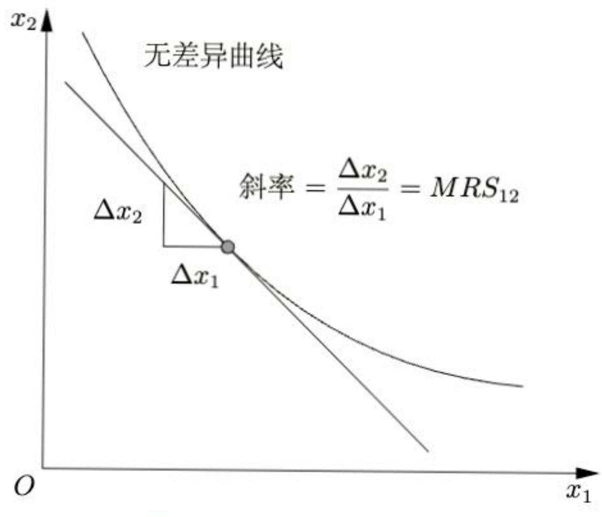


Figure 1.7: 边际替代率

从效用的角度：延续上述解释，边际替代率是消费者恰好愿意用商品 2 代替商品 1 的比率. 考察在效用保持不变的条件下每种商品的消费变化 $(\mathrm{d}x_1, \mathrm{d}x_2)$，即沿着无差异曲线移动时消费的变化

$$\mathrm{d}u = MU_1 \mathrm{d}x_1 + MU_2 \mathrm{d}x_2 = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1 + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2 = 0 \tag{1.1.16}$$

[3] 在高鸿业的教材 [2] 中，边际替代率的符号记为 MRS_{12}，其角标含义为增加商品 1 的消费量 Δx_1 需要放弃商品 2 的消费量 Δx_2；在范里安的教材 [6] 中，这一符号不涉及角标，且相反地定义为放弃商品 1 的消费量 Δx_1，而增加商品 2 的消费量 Δx_2.

求解无差异曲线的斜率，得到

$$MRS = -\frac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} = -\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} \tag{1.1.17}$$

笔记. 边际替代率的代数符号是负的，因为要得到更多一些商品 1，又要保持相同的效用水平，就必须放弃一些商品 2. 经济学家通常用**其绝对值来表示边际替代率**，把它看作是一个正数.

> **定理 1.1.1.(边际替代率递减规律)** 在**维持效用水平不变**的前提下，随着一种商品的消费数量的连续增加，消费者为得到每一单位的这种商品（x_2）所需要放弃的另一种商品（x_1）的消费数量是**递减**的.

笔记. 边际替代率递减规律 ⇔ 无差异曲线凸向原点.

（三）偏好与效用的实例

> **定义 1.1.22.(完全替代品)** 消费者愿意按固定的比率用一种商品代替另一种商品
> $$u = ax_1 + bx_2 \tag{1.1.18}$$

笔记. 假设要在红、蓝两种铅笔间进行选择，某消费者喜欢铅笔，但不在乎铅笔的颜色. 选一个消费束，例如 $(10, 10)$. 那么，对于这个消费者来说，任何包括 20 支铅笔的消费束与消费束 $(10, 10)$ 是一样的.

> **定义 1.1.23.(完全互补品)** 始终以固定的比例一起消费的商品
> $$u = \min\{ax_1, bx_2\} \tag{1.1.19}$$

笔记. 某消费者喜爱鞋子，而且总是左、右脚一起穿的. 一双鞋只要少了一只，对消费者就毫无用处了.

假设选择消费束 $(10, 10)$. 现在增加 1 只右鞋，得到 $(11, 10)$ 的组合，由于这增加的 1 只鞋对他毫无用处，则这种情况对消费者来说与原先的情形无差异. 类似地，增加 1 只左鞋，情况也是一样的.

在这种偏好情况下，消费者只关心他有多少双鞋，所以自然地可以选择鞋子的成双数作为效用函数. 所有鞋的完全成双数是所有的右脚鞋的数量 x_1 和所有的左脚鞋的数量 x_2 中的最小数.

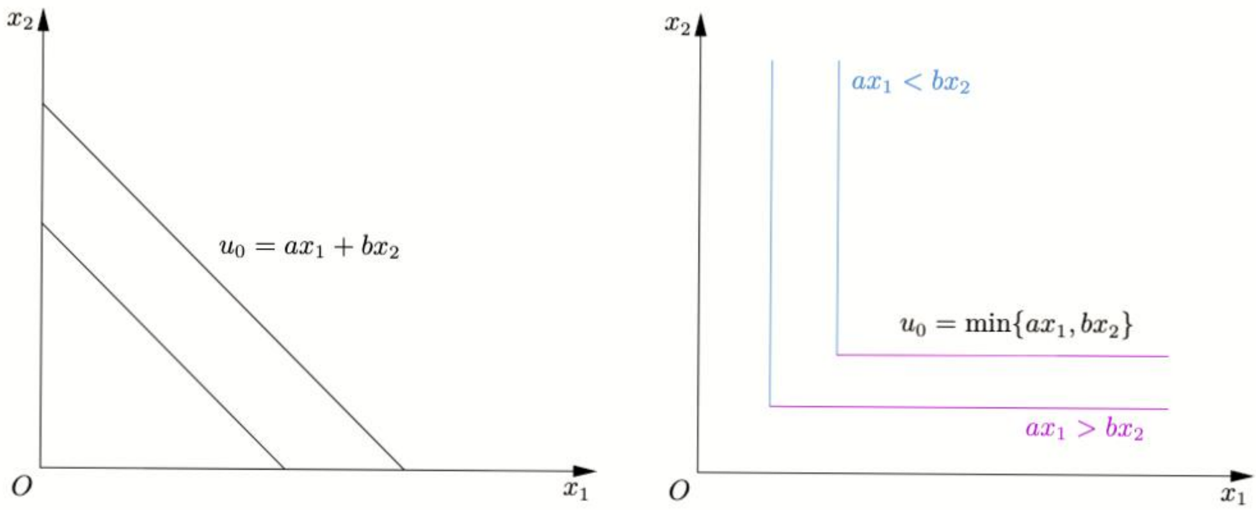


Figure 1.8: 完全替代品与完全互补品

定义 1.1.24.(厌恶品) 消费者不喜欢的商品（$MU < 0$）.

笔记. x_2 是厌恶品而 x_1 是嗜好品，从而无差异曲线向右上方倾斜、偏好增加的方向是指向右下的.

定义 1.1.25.(中性商品) 消费者无论从哪方面说都不在乎的商品（$MU = 0$）.

笔记. x_2 是中性品而 x_1 是嗜好品，从而无差异曲线是垂直线，偏好增加的方向是指向右的.

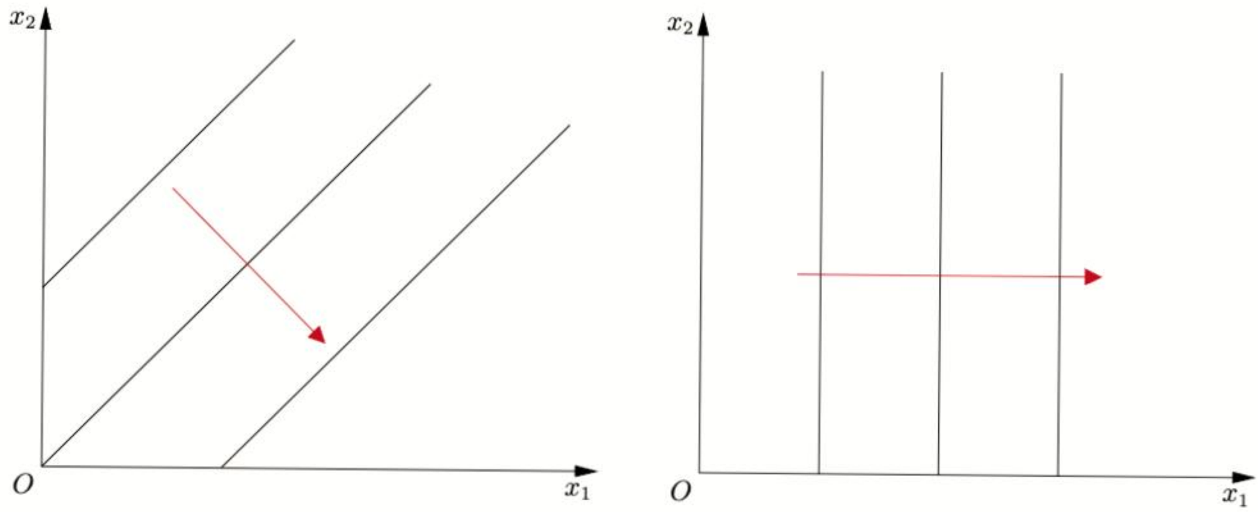


Figure 1.9: 厌恶品与中性商品

定义 1.1.26.(餍足) 对于消费者来说有一个**最佳的消费束**，对该消费者而言越接近这个消费束越好.

定义 1.1.27.(离散商品) 假设 x_2 是花在其他商品上的货币，x_1 是只能以整数量获得的**离散商品**.

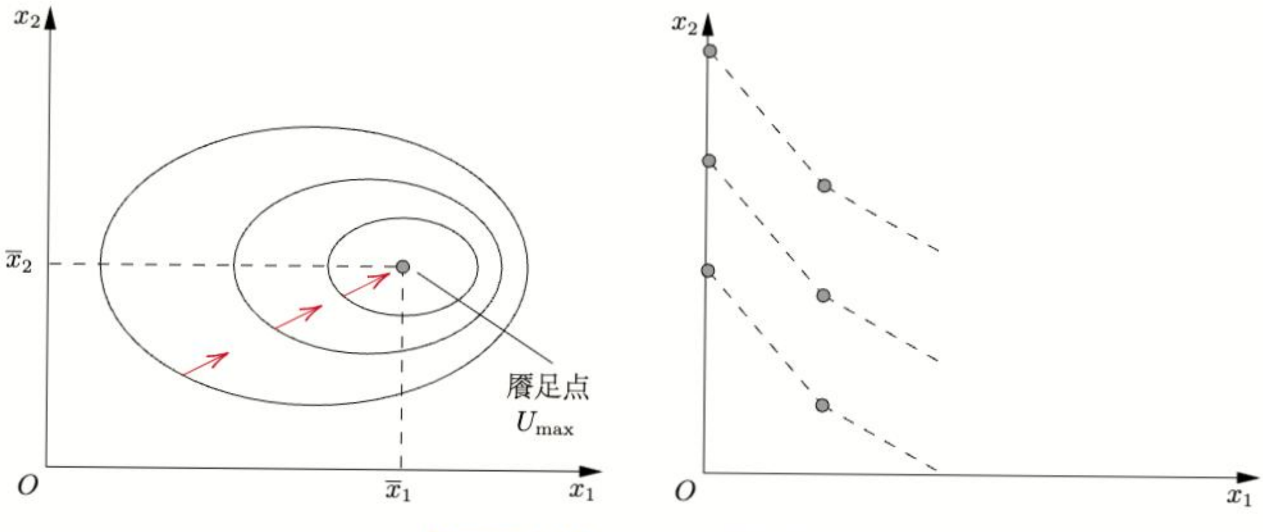


Figure 1.10: 餍足品与离散商品

定义 1.1.28.(拟线性偏好) 假设消费者的无差异曲线都是相互之间垂直平移得到的，即全部无差异曲线都是一条无差异曲线垂直“移动”的结果. 无差异曲线的方程形式为

$$x_2 = k - v(x_1) \tag{1.1.20}$$

该方程表明，每条无差异曲线的高度等于 x_1 的某个函数 $-v(x_1)$ 加上常数 k，较高的无差异曲线的 k 值较大. 用 k 为无差异曲线标号，即 k 为无差异曲线在纵轴方向的高度. 求解 k 并令其等于效用

$$u(x_1, x_2) = k = v(x_1) + x_2 \tag{1.1.21}$$

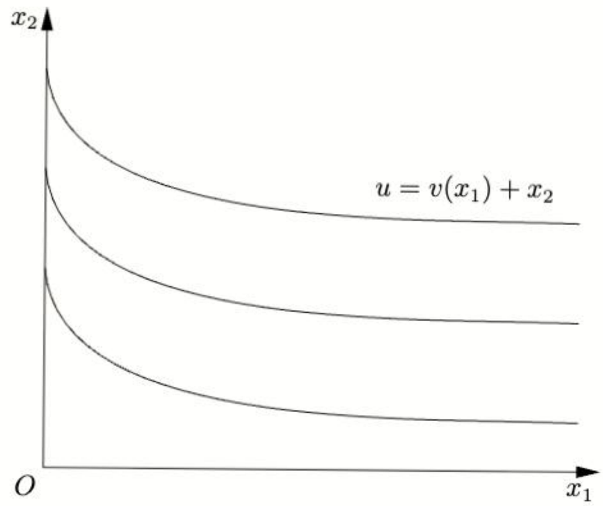


Figure 1.11: 拟线性偏好的无差异曲线

笔记. 此时，效用函数对商品 *2* 是线性的，对商品 *1* 是非线性的，即拟线性其实是“局部线性”的.

定义 1.1.29.(柯布—道格拉斯偏好) 效用函数为

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d \tag{1.1.22}$$

其中，c 和 d 都是描述消费者偏好的正数.

柯布—道格拉斯效用函数的单调变换会准确地表示同一个偏好，考察如下两例:

- 第一个例子: 取效用的自然对数，则各项的乘积就会变成相加的和

$$v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c\ln x_1 + d\ln x_2 \tag{1.1.23}$$

在该式的条件下，边际替代率 $MRS = -\dfrac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} = -\dfrac{c/x_1}{d/x_2} = -\dfrac{cx_2}{dx_1}$.

- 第二个例子: 取幂 $\dfrac{1}{c+d}$，并且定义一个新的数 $a = \dfrac{c}{c+d}$，则

$$v(x_1, x_2) = (x_1^c x_2^d)^{\frac{1}{c+d}} = x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}} = x_1^a x_2^{1-a} \tag{1.1.24}$$

在该式的条件下，边际替代率 $MRS = -\dfrac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} = -\dfrac{cx_1^{c-1}x_2^d}{dx_1^c x_2^{d-1}} = -\dfrac{cx_2}{dx_1}$.

笔记. 正单调变换不可能改变边际替代率.

三、消费者最优选择

所谓消费者选择的经济模型，指的是**消费者从他们的预算集中选择最偏好的消费束**.

下图显示了一种典型的情况. 从预算线的右下角开始向左移动. 当沿着预算线移动时，注意到，正移向越来越高的无差异曲线. 当达到刚好与预算线相切的最高的无差异曲线时，就停下来. 图中，**预算线与无差异曲线相切处**的消费束标记为 (x_1^*, x_2^*)，即为消费者的**最优选择**（**内部最优**的代表）.

与 (x_1^*, x_2^*) 相比，更偏好的消费束集（即在**无差异曲线之上**的消费束集）并不和能够负担的消费束（即**预算线以下**的消费束）相交. 因此，消费束 (x_1^*, x_2^*) 是消费者能够负担的最优消费束.

显然，在这种选择处，无差异曲线与预算线是相切的. 如果无差异曲线与预算线不相切，那它就会穿过预算线，从而在预算线上就会有某个邻近的点处在无差异曲线的上方，即尚未处在最优消费束上.

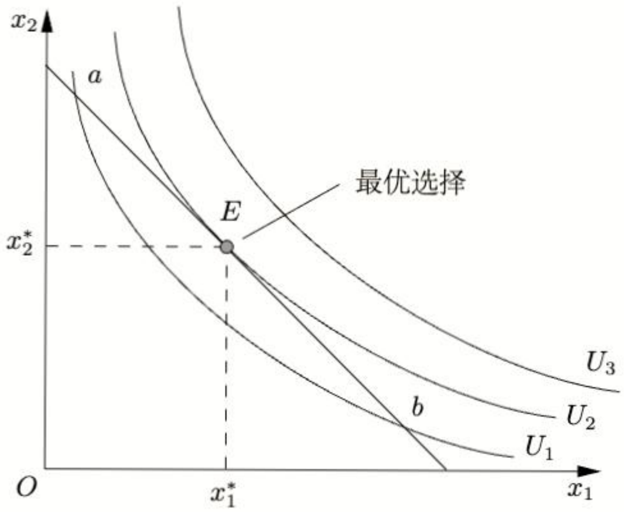


Figure 1.12: 内部最优

最优选择并非必须符合相切条件，大体来说，有以下两种特例：其一是，无差异曲线可能没有切线（如下左图，为**执拗偏好**）；其二是，最优选择出现在某些商品的消费为零的时候，此时虽然无差异曲线的斜率与预算线的斜率不相同，但无差异曲线却仍然没有穿过预算线（如下右图，为**边界最优**）.

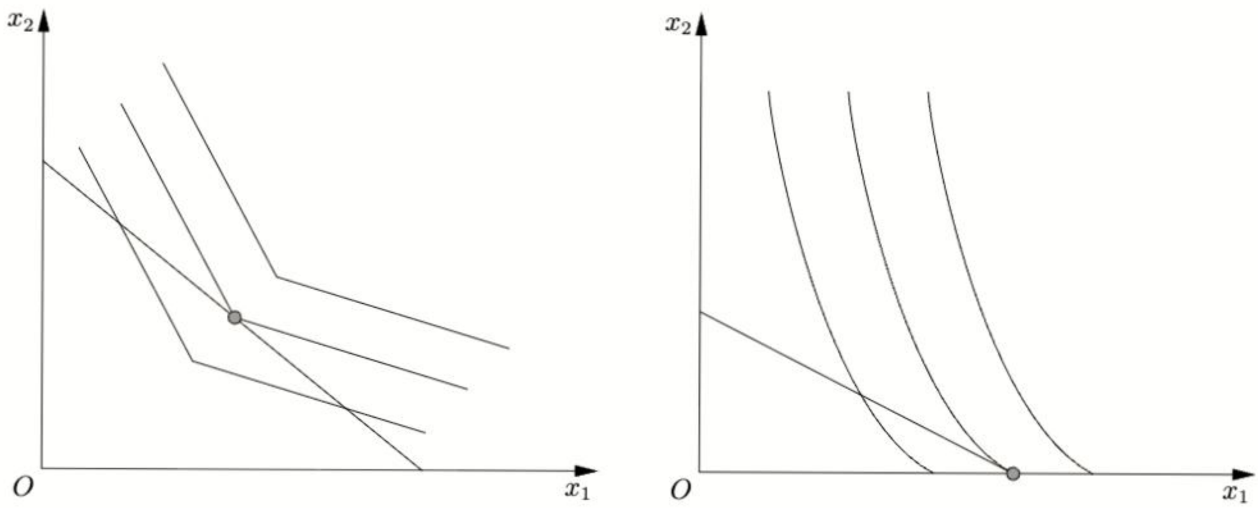


Figure 1.13: 执拗偏好与边界最优

通常情况下，相切仅仅是最优选择的必要条件，而不是充分条件. 但有一个重要的例外，即在**在凸偏好的情况下，任何满足相切条件的点必定是最优点**. 同时，若无差异曲线是严格凸的（没有任何平坦的部分），则每条预算线上只有一个最优选择. 从而，在内部最优点上，边际替代率一定等于预算线斜率

$$MRS = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x_1}\left(-\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}\right) = -\frac{p_1}{p_2} \tag{1.1.25}$$

该式表明，若市场向消费者提供一个等于 $-\dfrac{p_1}{p_2}$ 的交换比率，消费者处在某个愿意保持不变的消费束上，则该消费束上边际替代率必定等于这个交换比率，否则消费者就肯定不会处在最优选择上.

例如，若价格比例不同，例如 $MRS = \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\dfrac{1}{2}, \dfrac{p_1}{p_2} = 1$，则消费者愿意放弃 2 单位商品 1 以获得 1 单位商品 2，而市场愿意在 1 : 1 的基础上进行交换，从而消费者将会放弃更多商品 1 以购买商品 2.

> **定义 1.1.30.(需求束)** 一定价格和收入水平下的商品 1 和商品 2 的最优选择.

> **定义 1.1.31.(需求函数)** 将最优选择（需求数量）与不同的价格和收入值联系在一起的函数，记作
> $$x_1 = x_1(p_1, p_2, m), \quad x_2 = x_2(p_1, p_2, m) \tag{1.1.26}$$

（一）良态偏好的最优选择

在凸偏好的条件下，内部最优点处满足 $MRS = -p_1/p_2$；又由边际替代率的定义

$$MRS = -\frac{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1,x_2)/\partial x_2} = -\frac{MU_1}{MU_2} \Rightarrow \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{1.1.27}$$

同时，最优选择需满足预算约束 $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. 则偏好最大化问题转为两个方程（边际替代率条件和预算约束）和两个未知数 (x_1, x_2)，求解方程即得作为价格和收入的函数的 x_1, x_2 的最优选择.

方法 1 将预算约束重新整理为

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.1.28}$$

将上式代入方程式**(1.1.27)**中，得到

$$\frac{\partial u\left(x_1, -\dfrac{p_1}{p_2}x_1 + \dfrac{m}{p_2}\right)\Big/\partial x_1}{\partial u\left(x_1, -\dfrac{p_1}{p_2}x_1 + \dfrac{m}{p_2}\right)\Big/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{1.1.29}$$

可从中解出用 (p_1, p_2, m) 表示的 x_1，进而通过预算约束可以求出作为价格和收入的函数的 x_2.

方法 2 使效用最大化问题成为一个约束最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad u(x_1, x_2) \tag{1.1.30}$$

$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{1.1.31}$$

第一种思路，用 $x_2(x_1)$ 来替代效用函数中的 x_2，得到非约束最大化问题

$$\max_{x_1} \quad u\left(x_1, -\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}\right) \tag{1.1.32}$$

这是一个仅与 x_1 有关的非约束最大化问题. 一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}u(x_1, x_2(x_1))}{\mathrm{d}x_1} + \frac{\mathrm{d}u(x_1, x_2(x_1))}{\mathrm{d}x_2} \cdot \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = 0 \xrightarrow{\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\frac{p_1}{p_2}} \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{1.1.33}$$

第二种思路，定义一个称作拉格朗日的辅助函数

$$L = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m) \tag{1.1.34}$$

其中，新变量 λ 称作拉格朗日乘数. 最优选择 (x_1^*, x_2^*) 必定满足三个一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0 \tag{1.1.35}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0 \tag{1.1.36}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1^* + p_2x_2^* - m = 0 \tag{1.1.37}$$

如果用第一个条件除以第二个条件，就可以得到 $\dfrac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \dfrac{p_1}{p_2}$.

笔记. 消费者在价格组合 (p_1, p_2) 下对 x_1 的消费调整:

1. 当 $\dfrac{MU_1}{MU_2} = \dfrac{p_1}{p_2}$ 时，$\dfrac{MU_1}{p_1} = \dfrac{MU_2}{p_2}$[4]，消费者不会增减 x_1 的消费.
2. 当 $\dfrac{MU_1}{MU_2} > \dfrac{p_1}{p_2}$ 时，$\dfrac{MU_1}{p_1} > \dfrac{MU_2}{p_2}$，消费者增加 x_1 的消费，减少 x_2 的消费.
3. 当 $\dfrac{MU_1}{MU_2} < \dfrac{p_1}{p_2}$ 时，$\dfrac{MU_1}{p_1} < \dfrac{MU_2}{p_2}$，消费者减少 x_1 的消费，增加 x_2 的消费.

例 1.1.2(柯布—道格拉斯偏好)

商品 x_1, x_2 的价格分别为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为 $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$，求需求函数.

解答. 对效用函数 $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$ 取对数

$$\ln u(x_1, x_2) = c\ln x_1 + d\ln x_2$$

则约束效用最大化问题

$$\max_{x_1, x_2} \quad c\ln x_1 + d\ln x_2$$

$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

由预算约束 $p_1x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = -\dfrac{p_1}{p_2} + \dfrac{m}{p_2}$，代入约束效用最大化问题得非约束效用最大化问题

$$\max_{x_1} \quad c\ln x_1 + d\ln\left(-\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}\right)$$

一阶条件为

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x_1} = \frac{c}{x_1} + d\frac{p_2}{m - p_1x_1}\frac{p_1}{p_2} = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}$$

代入预算约束 $x_2 = -\dfrac{p_1}{p_2}x_1 + \dfrac{m}{p_2} = \dfrac{d}{c+d}\dfrac{m}{p_2}$. ■

笔记. 上式可以改写为

$$\frac{p_1x_1}{m} = \frac{c}{c+d} \quad 和 \quad \frac{p_2x_2}{m} = \frac{d}{c+d}$$

这表明具有柯布—道格拉斯偏好的消费者在每种商品上的花费总是占他收入的一个固定的份额. 这个份额的大小取决于柯布—道格拉斯函数中的指数. 此即式(1.1.24)将其指数正单调变换为 1 的原因.

[4]这里，$\dfrac{MU_1}{p_1}$ 的经济学含义为消费者花在商品 1 上的最后一元钱所带来的边际效用.

例 1.1.3(拟线性偏好)

商品 x_1, x_2 的价格分别为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为 $u(x_1,x_2)=v(x_1)+x_2$，求需求函数.

解答. 约束效用最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad v(x_1)+x_2$$
$$s.t. \quad p_1x_1+p_2x_2=m$$

由预算约束 $p_1x_1+p_2x_2=m \Rightarrow x_2=-\frac{p_1}{p_2}+\frac{m}{p_2}$，代入约束效用最大化问题得非约束效用最大化问题

$$\max_{x_1} \quad v(x)-\frac{p_1}{p_2}x_1+\frac{m}{p_2}$$

一阶条件为

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x_1}=v'(x_1)-\frac{p_1}{p_2}=0 \Rightarrow v'(x_1)=\frac{p_1}{p_2}$$

则商品 1 的**反需求曲线**可以表示为

$$p_1(x_1)=p_2v'(x_1)$$

一旦得到商品 1 的需求函数，就可以从预算约束中推得商品 2 的需求函数. ■

笔记. 由 $v'(x_1)=\frac{p_1}{p_2}$ 可知，对商品 *1* 的需求一定独立于收入.

（二）特殊偏好的最优选择

当边际替代率递减规律不成立时，可能出现**角点解**[5]的极端情况.

最优选择图形分析的基本步骤

1. **第一步**：将平面内的无数条无差异曲线视为一条无差异曲线（最里侧）向外平移得到；
2. **第二步**：找到与预算线最后接触的无差异曲线，即为消费者能实现的最大效用水平；
3. **第三步**：该最大效用水平的无差异曲线与预算线的接触点即为最优选择点.

例 1.1.4(完全替代品)

商品 x_1, x_2 的价格分别为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为 $u(x_1,x_2)=ax_1+bx_2$，求需求函数.

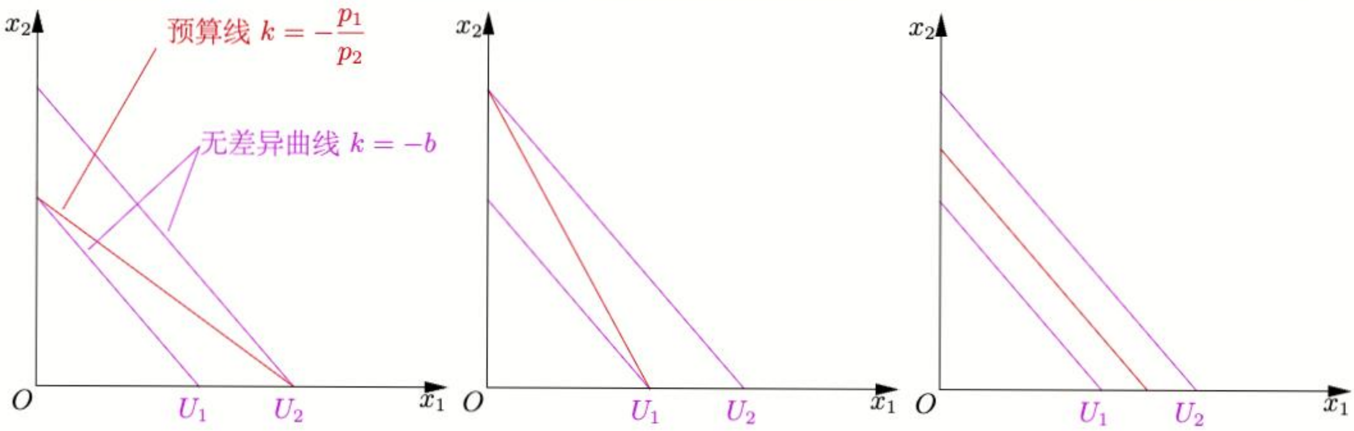
解答. 约束效用最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad ax_1+bx_2$$
$$s.t. \quad p_1x_1+p_2x_2=m$$

由预算约束 $p_1x_1+p_2x_2=m \Rightarrow x_2=-\frac{p_1}{p_2}+\frac{m}{p_2}$，代入约束效用最大化问题得非约束效用最大化问题

$$\max_{x_1} \quad \left(a-b\frac{p_1}{p_2}\right)x_1+b\frac{m}{p_2}$$

[5] 在预算约束内，最优消费束出现在坐标轴交点或可行区域隅角，即消费者仅选择购买某一种商品，使预算线与无差异曲线在坐标轴相交.



(1) 当无差异曲线斜率绝对值大于预算线斜率绝对值，即 $\dfrac{b}{a}>\dfrac{p_1}{p_2}$ 时（**左图**）：

若**将平面内的无数条无差异曲线视为一条无差异曲线（最里侧）向外平移所得**，则在不断平移的过程中，无差异曲线最先在 U_1 时与预算线有接触，最后在 U_2 时与预算线有接触，也即**所有与预算线有接触的无差异曲线都位于 $U_1\sim U_2$ 之间**，其中 U_2 为所有无差异曲线中离原点最远（效用最大的）.

因此，U_2 **与预算线的接触点（横轴截距点）即为最优选择点**. 此时，令 $x_2=0$，由预算线方程知 $x_1=\dfrac{m}{p_1}$，故最优消费束为 $\left(\dfrac{m}{p_1},0\right)$.

(2) 当无差异曲线斜率绝对值小于预算线斜率绝对值，即 $\dfrac{b}{a}<\dfrac{p_1}{p_2}$ 时（**中图**）：U_1 **与预算线的接触点（纵轴截距点）为最优选择点**. 此时，令 $x_1=0$，由预算线方程知 $x_2=\dfrac{m}{p_2}$，故最优最优消费束为 $\left(0,\dfrac{m}{p_2}\right)$.

(3) 当无差异曲线斜率绝对值等于预算线斜率绝对值，即 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{p_1}{p_2}$ 时（**右图**）：预算线与无差异曲线只有一次接触的情形，即**无差异曲线与预算线刚好重合时**的情形，因此**预算线上各点都是最优选择点**.

因此，商品 1 的需求函数为 $x_1=\begin{cases}\dfrac{m}{p_1}, & \dfrac{b}{a}>\dfrac{p_1}{p_2}\\ \text{介于 0 和 }\dfrac{m}{p_1}\text{ 之间的任何数量}, & \dfrac{b}{a}=\dfrac{p_1}{p_2}\\ 0, & \dfrac{b}{a}<\dfrac{p_1}{p_2}\end{cases}$. ■

例 1.1.5(完全互补品)

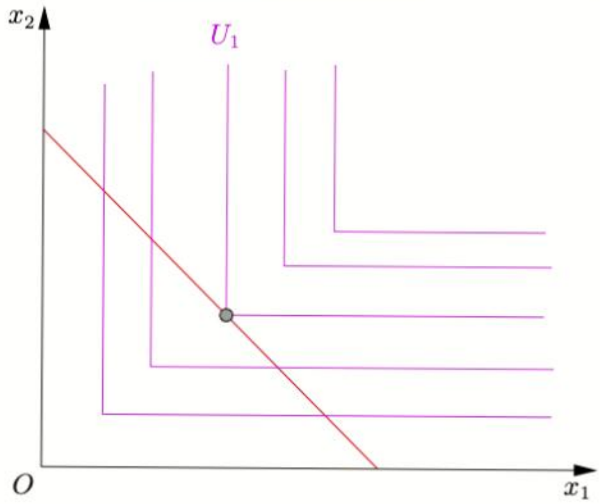
商品 x_1,x_2 的价格分别为 p_1,p_2，消费者收入为 m，效用函数为 $u=\min\{ax_1,bx_2\}$，求需求函数.

解答. 约束效用最大化问题

$$\max_{x_1,x_2}\quad \min\{ax_1,bx_2\}$$
$$s.t.\quad p_1x_1+p_2x_2=m$$

由完全互补品的性质可知，最优消费束一定位于拐点处

$$\begin{cases}ax_1=bx_2\\ p_1x_1+p_2x_2=m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{bm}{bp_1+ap_2}\\ x_2=\dfrac{am}{bp_1+ap_2}\end{cases}$$ ■



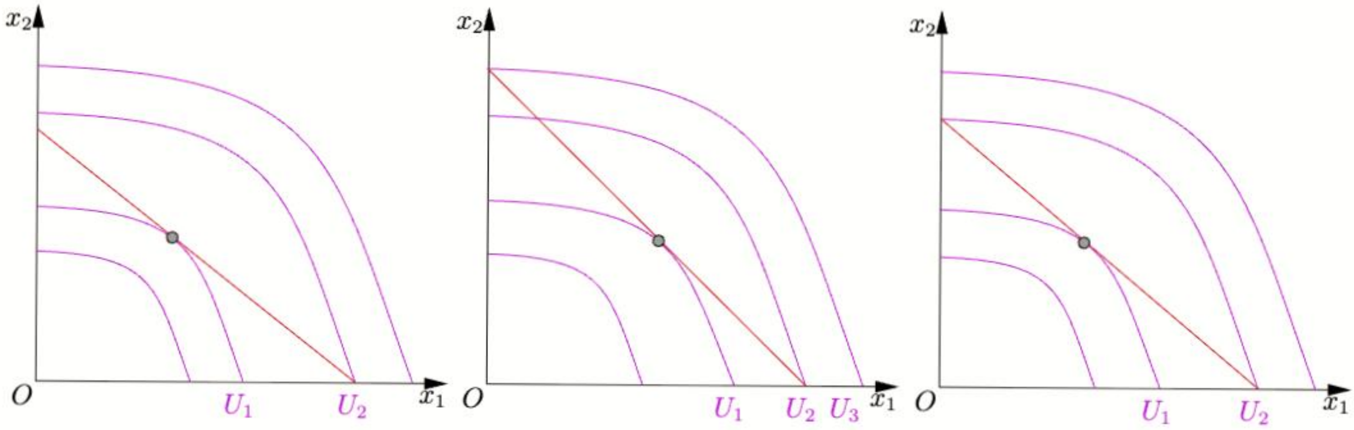
定义 1.1.32.(凹偏好) 如果 $(x_1,x_2)\sim(y_1,y_2)$，那么对于任何满足 $0\le t\le 1$ 的 t 来说

$$(tx_1+(1-t)y_1,tx_2+(1-t)y_2)\preceq(x_1,x_2) \tag{1.1.38}$$

例 1.1.6(凹偏好)

商品 x_1,x_2 的价格分别为 p_1,p_2，消费者收入为 m，求凹偏好下的消费者最优选择.

解答. 将平面内的无数条无差异曲线视为一条无差异曲线（最里侧）向外平移所得



(1) **如上左图**，在不断平移的过程中，无差异曲线最先在 U_1 时与预算线有接触，最后在 U_2 时与预算线有接触，也即**所有与预算线有接触的无差异曲线都位于 $U_1\sim U_2$ 之间**.

同时，所有与预算线有接触的无差异曲线都比 U_1 离原点更远，也即效用水平更大，因此 **U_1 的接触点（切点）为效用最小化点**；所有与预算线有接触的无差异曲线都处于 U_2 内侧，也即效用水平更小，因此 **U_2 的接触点为效用最大化点**（横轴截距点），即最优选择点.

(2) **如上中图**，在不断平移的过程中，无差异曲线最先在 U_1 时与预算线有接触，最后在 U_3 时与预算线有接触，也即**所有与预算线有接触的无差异曲线都位于 $U_1\sim U_3$ 之间**.

类似地，U_1 的接触点为效用最小化点，U_3 的接触点为最优选择点（纵轴截距点）.

(3) **如上右图**，在不断平移的过程中，无差异曲线最先在 U_1 时与预算线有接触，最后在 U_2 时与预算线有接触，也即**所有与预算线有接触的无差异曲线都位于 $U_1 \sim U_2$ 之间**.

类似地，U_1 的接触点为效用最小化点，U_2 的接触点为最优选择点（横、纵轴截距点）. ■

笔记. 由于在凹偏好的情况下，最优消费束总为**预算线纵轴截距点或横轴截距点**. 因此，求解最优消费束时，可以**直接将两个截距点带入效用函数中，数值大的即为最优消费束**.

（三）征收从量税和所得税的福利分析

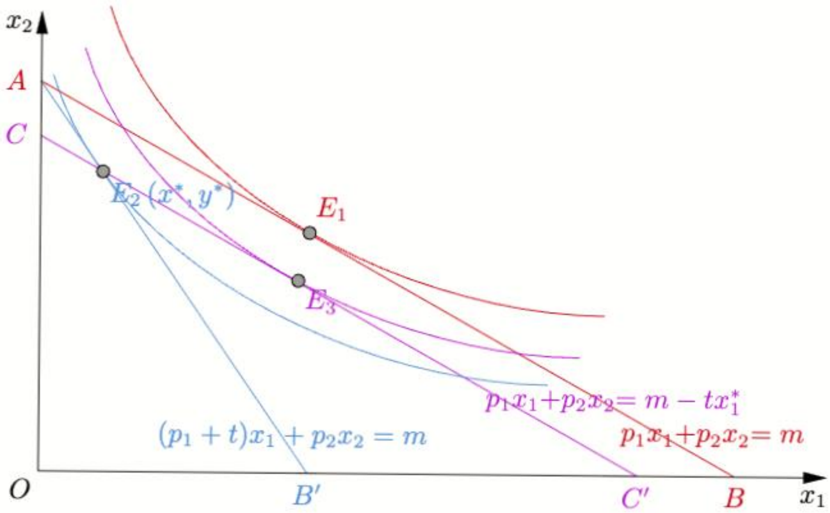


Figure 1.14: 从量税与所得税的福利分析（一般情形）

- 征收税费之前，消费者的预算线为 $p_1x_1 + p_2x_2 = m$，即红色线段 AB，此时的最优选择点为 E_1.
- 首先，考虑征收**从量税**：假设对每单位商品 1 征收 t 单位从量税，则预算线变为
$$(p_1+t)x_1 + p_2x_2 = m \Rightarrow x_2 = -\frac{p_1+t}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2} \tag{1.1.39}$$
即由射线 AB 绕 A 点向内旋转至蓝色射线 AB'，此时的最优选择点为 $E_2(x_1^*, x_2^*)$，并且有
$$(p_1+t)x_1^* + p_2x_2^* = m \tag{1.1.40}$$
- 其次，考虑征收**所得税**：在征收从量税的情形下，总共征得 $R^* = tx_1^*$ 单位税收收入. 若将该笔税收收入通过所得税一次性征收，则需征收所得税 tx_1^*，预算线变为
$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^* \tag{1.1.41}$$
即由直线 AB 向内平移至紫色线段 CC'，此时的最优选择点为 E_3.
- 将 $E_2(x_1^*, x_2^*)$ 代入方程(1.1.41)，移项可得
$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m - tx_1^* \Rightarrow (p_1+t)x_1^* + p_2x_2^* = m \tag{1.1.42}$$
故 $E_2(x_1^*, x_2^*)$ 也在预算线 CC' 上. 又因为
$$MRS_{12}(E_2) = k_{AB'} \neq k_{AB} = k_{CC'} = MRS(E_3)$$
则 E_2, E_3 两点不重合. 即征收相同税额的情况下，**征收所得税时消费者的境况比征收从量税时更好**.

笔记. 特别地，当消费者偏好为完全互补时，政府征收从量税或所得税消费者的境况是相同的.

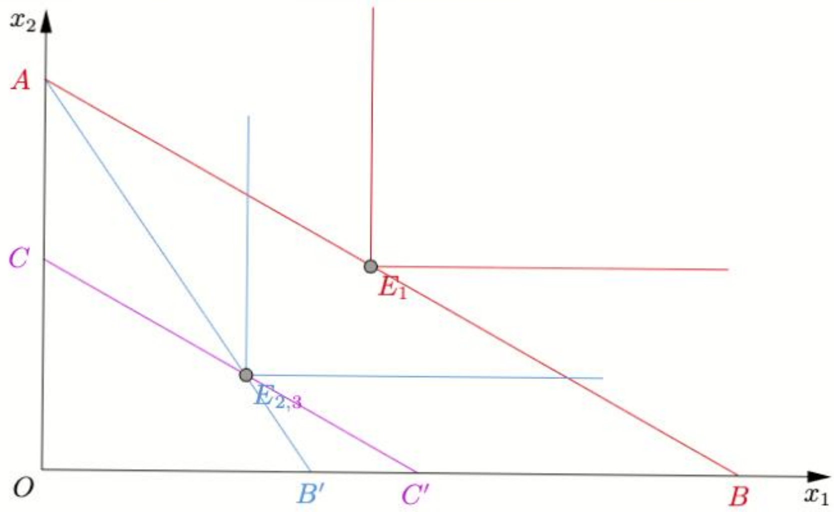


Figure 1.15: 从量税与所得税的福利分析（完全互补）

四、比较静态分析

比较静态分析就是分析在**已知条件发生变化以后经济现象均衡状态的相应变化**，以及**有关的经济变量在达到新的均衡状态时的相应变化**，即对经济现象的有关经济变量**一次变动（而不是连续变动）的前后**进行比较. 也就是说，它比较一个经济变动过程的**起点和终点**，而不涉及转变期间和具体变动过程本身的情况，实际上只是对两种既定的自变量和它们各自相应的因变量的**均衡值**加以比较.

就消费者来说，在模型中，只有两种东西影响最优选择，那就是**价格和收入**. 因此，消费者理论中的比较静态问题所要研究的只是这样一个问题：当价格和收入发生变动时，需求怎样变动.

（一）收入变化：正常商品与低档商品

定义 1.1.33.(正常商品与低档商品)

1. **正常商品**：需求数量的变动总是与收入变动方向保持一致，即 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0$;
2. **低档商品**：需求数量的变动总是与收入变动方向保持相反，即 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta m} < 0$.

定义 1.1.34.(收入提供曲线) 收入的增加伴随着预算线向外平行移动. 当把预算线平行地向外移动时，可以将一系列的需求束连接起来，从而构成**收入提供曲线**（也称作**收入扩展线**）.

如下左图，x_1, x_2 都是正常品，收入提供曲线的斜率也始终为正值. 如下右图，x_1, x_2 开始都为正常品，收入提供曲线的斜率为正值；红色线段上 x_2 仍为正常品，x_1 变为低档品，收入提供曲线的斜率变为负值.

收入提供曲线代表了不同收入水平 m 上的**需求束**. 考察在每一组价格 (p_1, p_2) 和收入水平 m 上所作出的最优选择 $x_1(p_1, p_2, m)$. 很明显，这恰好就是商品 1 的需求函数. 若让商品 1 和商品 2 的**价格保持不变**，然后考察收入变动时需求所作出的变动，就能得到一条**恩格尔曲线**.

定义 1.1.35.(恩格尔曲线) 表示在所有的价格保持不变时，**需求**如何随**收入**变动而变动的情况.

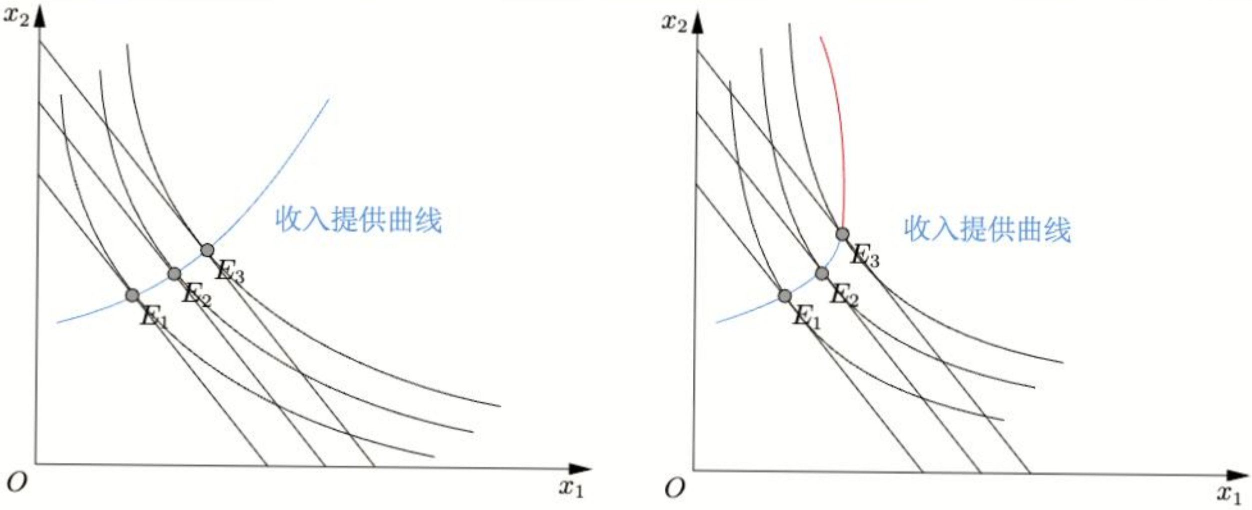


Figure 1.16: 收入提供曲线

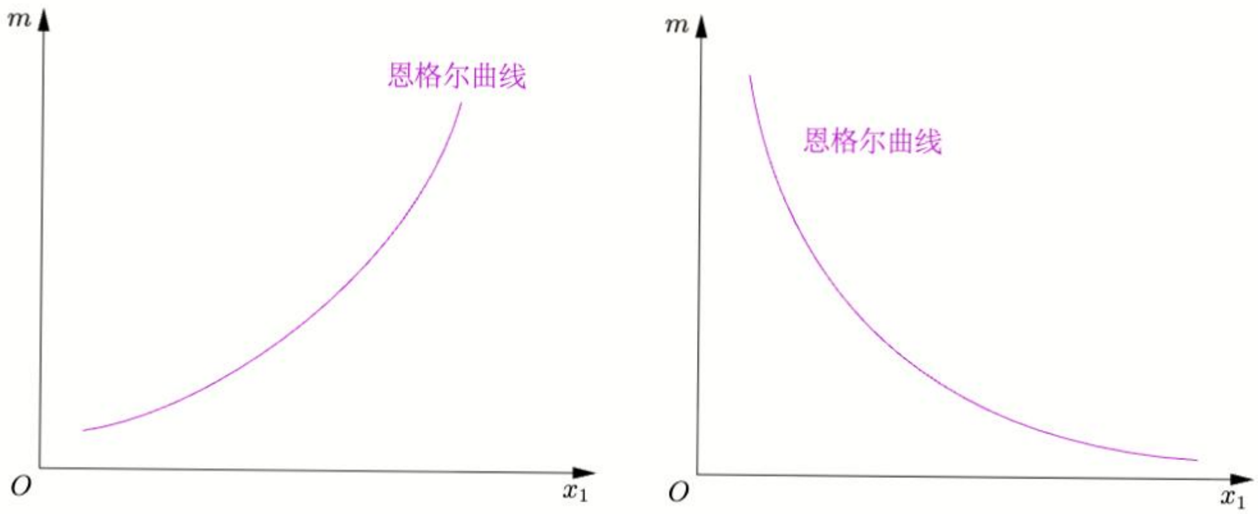


Figure 1.17: 恩格尔曲线

（二）价格变化：普通商品与吉芬商品

定义 1.1.36.(普通商品与吉芬商品)

1. **普通商品**：需求数量的变动总是与价格变动方向保持相反，即 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0.$
2. **吉芬商品**：需求数量的变动总是与价格变动方向保持一致，即 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta p_1} > 0.$

定义 1.1.37.(价格提供曲线[a]) 假设让商品 1 的价格发生变动而让 p_2 和收入保持不变. 从几何上说，这涉及预算线的转动. 将变化前后的最优选择点连接在一起构成**价格提供曲线**.

[a][2022-央财 801] 直接考查：作图表示消费者的价格提供曲线.

定义 1.1.38.(需求曲线) 使商品 2 的价格和货币收入保持不变，针对每个不同的 p_1 标绘出商品 1 的最优消费水平，结果就是需求曲线（需求函数 $x_1(p_1, p_2, m)$ 的几何图形）.

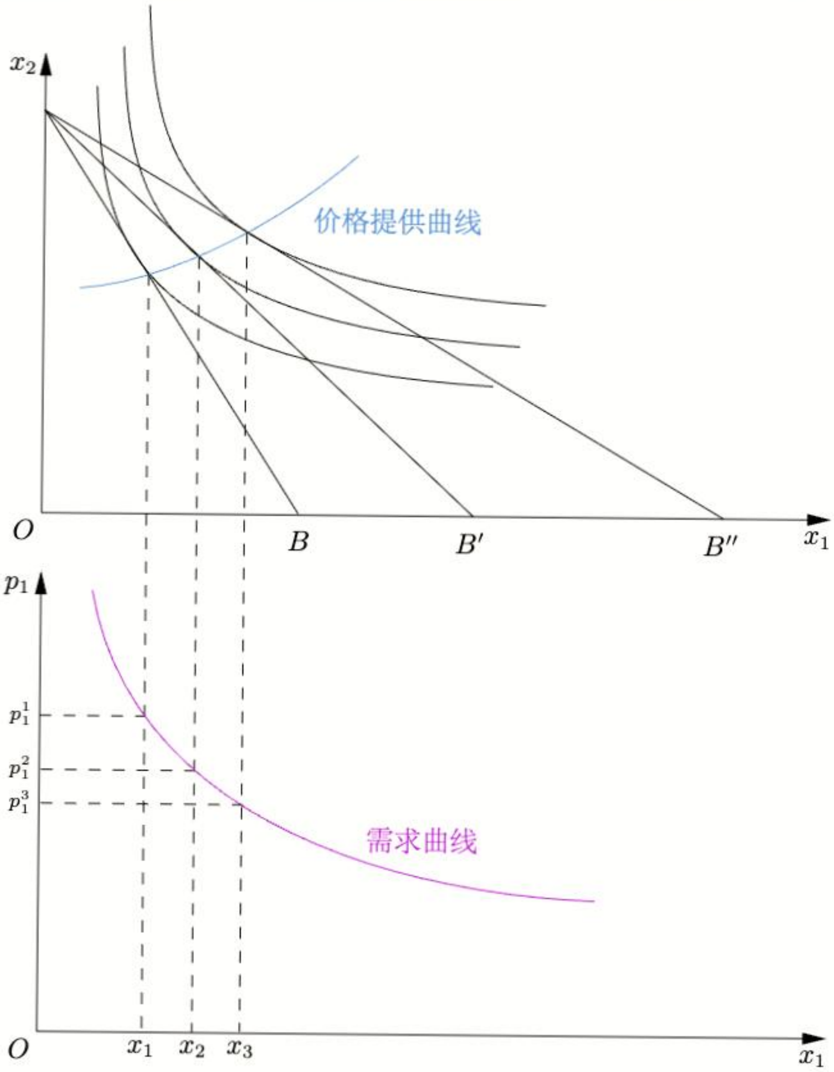


Figure 1.18: 价格提供曲线和需求曲线

四类曲线图形推导的基本步骤

1. **第一步**：假设一个对应偏好类型的具体效用函数（**通常为最简单的形式，以便于计算**）；
2. **第二步**：根据假设的具体效用函数求出**需求束**和**需求函数**；
3. **第三步**：根据题目（如画图题）具体要求推出四类曲线
   - **(1)** 根据**需求束**推出**收入提供曲线**，根据**需求函数推出恩格尔曲线**；
   - **(2)** 根据**需求束**推出**价格提供曲线**，根据**需求函数**推出**需求曲线**.

（三）收入变化与价格变化的实例

例 1.1.7

作图表示**完全替代品**的收入提供曲线、恩格尔曲线、价格提供曲线和需求曲线.

解答. 假设商品 x_1, x_2 的价格分别为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为

$$u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

约束效用最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad x_1 + x_2$$
$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

非约束效用最大化问题 $\max\limits_{x_1} \quad \left(1-\frac{p_1}{p_2}\right)x_1 + \frac{m}{p_2}$.

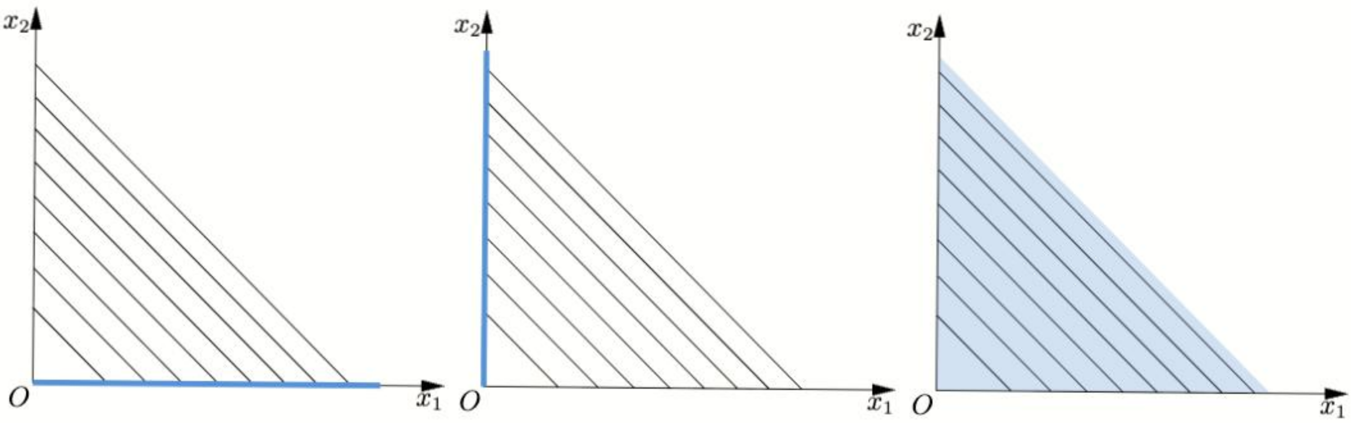
1. 需求曲线：即需求函数 $x_1 = \begin{cases} \frac{m}{p_1}, & 1 > \frac{p_1}{p_2} \\ \text{介于 } 0 \text{ 和 } \frac{m}{p_1} \text{ 之间的任何数量}, & 1 = \frac{p_1}{p_2} \\ 0, & 1 < \frac{p_1}{p_2} \end{cases}$.

2. 收入提供曲线

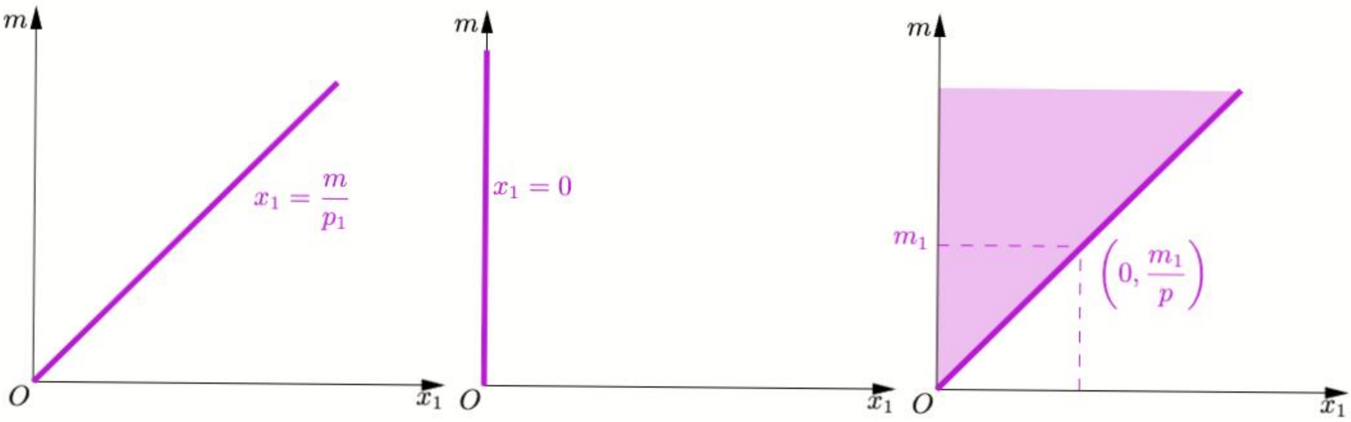
(1) 当 $1 > \frac{p_1}{p_2}$ 时，需求束为横轴截距点，收入提供曲线为坐标轴的横轴；

(2) 当 $1 < \frac{p_1}{p_2}$ 时，需求束为纵轴截距点，收入提供曲线为坐标轴的纵轴；

(3) 当 $1 = \frac{p_1}{p_2}$ 时，需求束为预算线上任一点，收入提供曲线即为坐标轴上的三角区域.



3. 恩格尔曲线

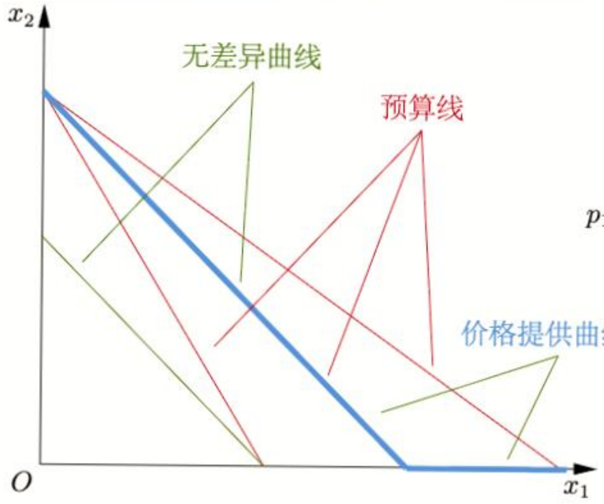


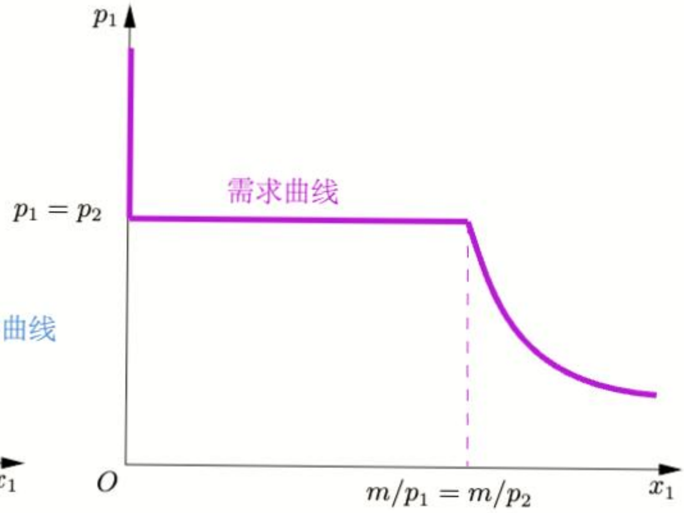
4. 价格提供曲线：当 p_1 的价格不断上升时，预算线从外往里旋转——

(1) 在达到 $p_1 = p_2$ 前（$p_1 < p_2$），需求束为横轴截距点，因此该区间价格提供曲线为横轴射线；

(2) 在 $p_1 = p_2$ 时，需求束为预算线上任一点，因此价格提供曲线与预算线重叠；

(3) 在 $p_1 > p_2$ 时，需求束为纵轴截距点，因此该区间价格提供曲线为一点（纵截距未改变）. ■





例 1.1.8(2018-央财 801)

作图表示**完全互补品**的收入提供曲线、恩格尔曲线、价格提供曲线和需求曲线.

解答. 假设商品 x_1, x_2 的价格分别为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为

$$u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$$

约束效用最大化问题

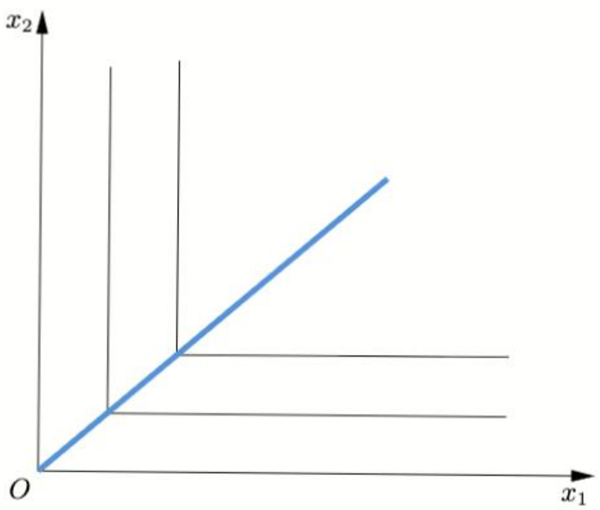
$$\max_{x_1, x_2} \quad \min\{x_1, x_2\}$$
$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

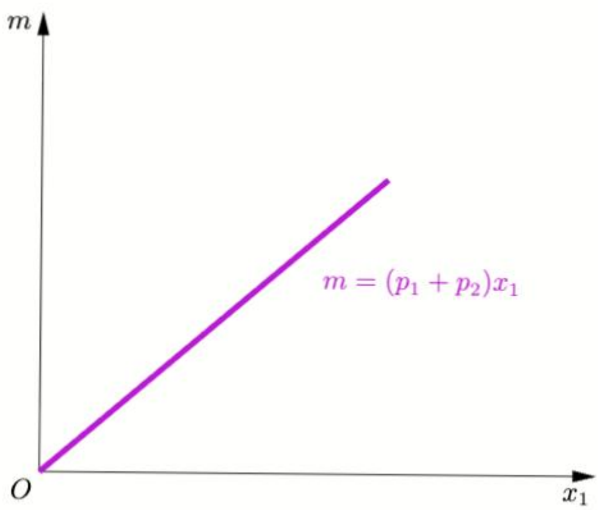
由完全互补品的性质可知，最优消费束一定位于拐点处.

(1) 需求曲线：即需求函数 $x_1 = \dfrac{m}{p_1 + p_2}$.

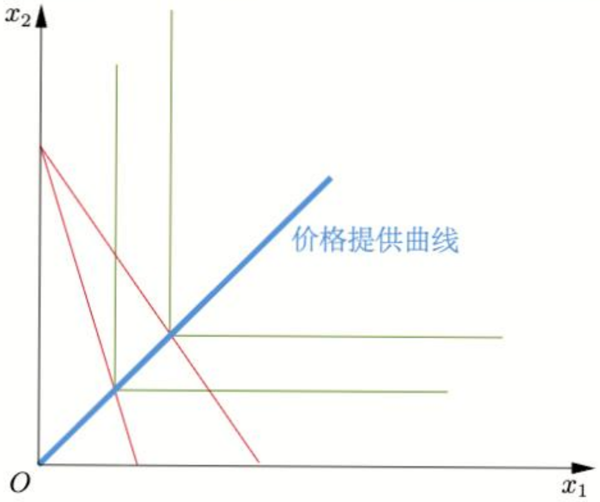
(2) 收入提供曲线：需求束均为无差异曲线拐点，收入提供曲线为拐点连线.

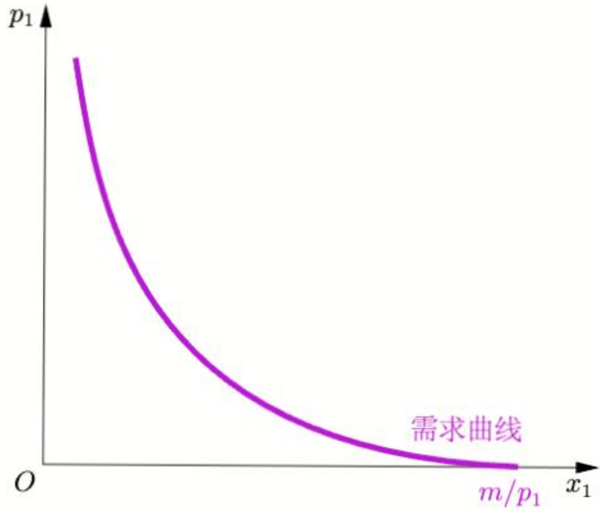
(3) 恩格尔曲线：由需求函数 $x_1 = \dfrac{m}{p_1 + p_2} \Rightarrow m = (p_1 + p_2)x_1$.





(4) 价格提供曲线：无差异曲线拐点连线. ■





例 1.1.9

作图表示**柯布—道格拉斯**的收入提供曲线和恩格尔曲线.

解答. 假设商品 x_1, x_2 的价格分别为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为

$$u(x_1,x_2)=x_1^a x_2^{1-a} \xrightarrow{\text{正单调变换}} \ln u = a\ln x_1 + (1-a)\ln x_2$$

约束效用最大化问题

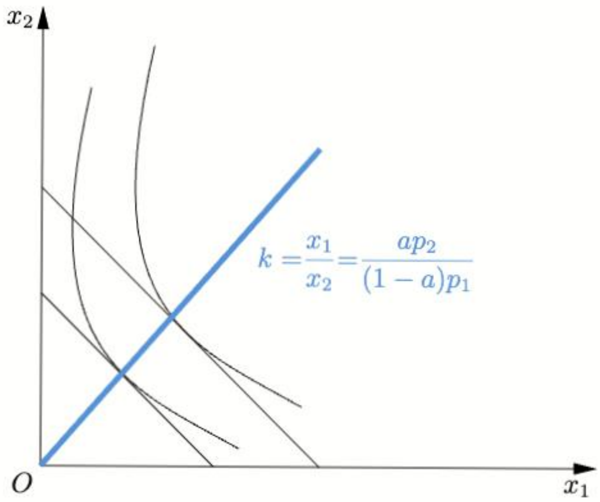
$$\max_{x_1,x_2} \quad a\ln x_1 + (1-a)\ln x_2$$
$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

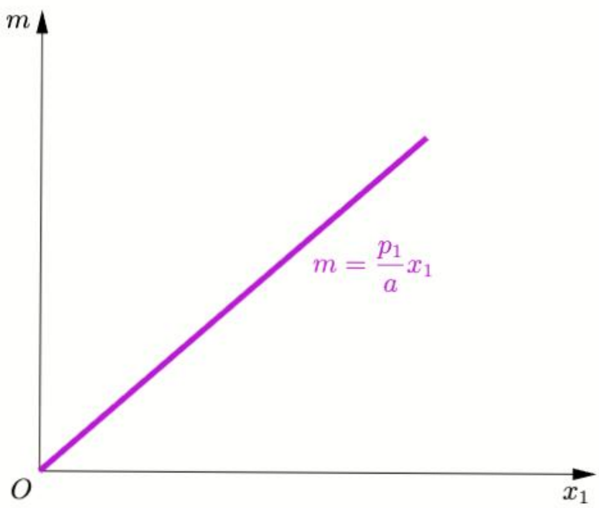
非约束效用最大化问题

$$\max_{x_1} \quad a\ln x_1 + (1-a)\ln\left(-\frac{p_1}{p_2}x_1 + \frac{m}{p_2}\right)$$

(1) 收入提供曲线：需求束为 $\left(\dfrac{\alpha m}{p_1}, \dfrac{(1-\alpha)m}{p_2}\right)$，则 $\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{(1-\alpha)p_1}{\alpha p_2}$，故收入提供曲线为过原点的直线.

(2) 恩格尔曲线：由需求函数 $x_1 = \dfrac{am}{p_1} \Rightarrow m = \dfrac{p_1}{a}x_1$. ■





定义 1.1.39. 当收入增加时，商品的需求或者比收入增加得快或者慢. 如果同收入相比

1. 商品的需求增加的比例较大，那么这种商品是**奢侈品**；
2. 商品的需求增加的比例较小，那么这种商品是**必需品**.

作为分界线的情况是商品的需求与收入增加的比例相同，即**相似偏好**的情形.

定义 1.1.40.(相似偏好) 如果消费者对 (x_1,x_2) 的偏好胜过 (y_1,y_2)，对于任意的正值 t，消费者都会偏好 (tx_1,tx_2)，而不偏好 (ty_1,ty_2)，则具有这种性质的偏好称作相似偏好.

笔记. 判断某偏好函数是否为显示偏好，即考虑商品价格不变时，不同收入下最优消费束中两种商品的数量是否为固定常数. 相似偏好下，对应的收入提供曲线与恩格尔曲线均为**过原点直线**.

例 1.1.10(2021-央财 801)

作图表示**拟线性偏好**的收入提供曲线和恩格尔曲线.

解答. 假设商品 x_1,x_2 的价格分别为 p_1,p_2，消费者收入为 m，效用函数为 $u=\ln x_1+x_2$

约束效用最大化问题为

$$\max_{x_1,x_2}\quad \ln x+x_2$$

$$s.t.\quad p_1x_1+p_2x_2=m$$

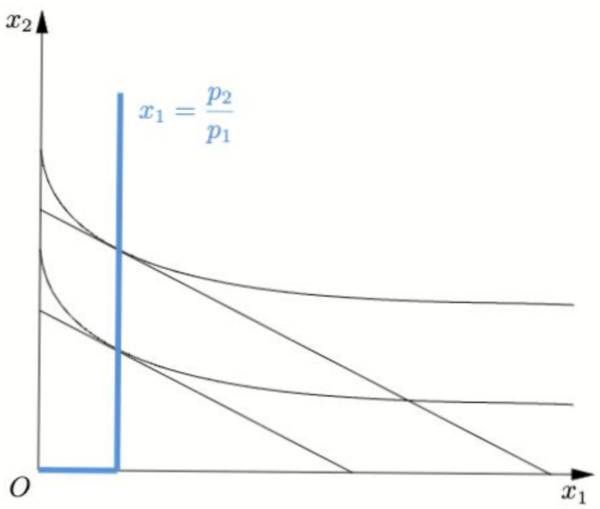
非约束效用最大化问题

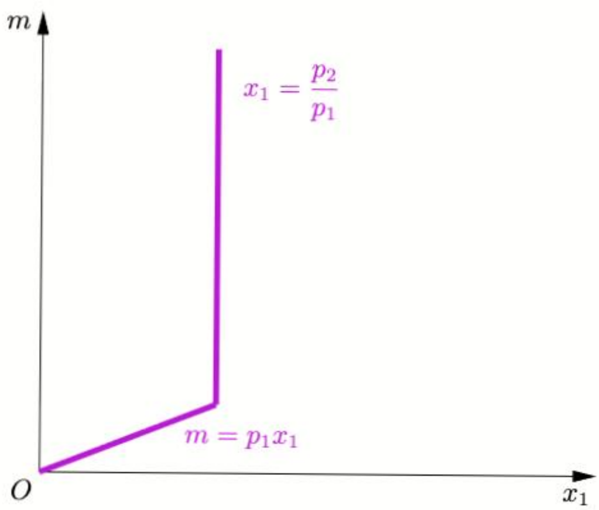
$$\max_{x_1}\quad \ln x-\frac{p_1}{p_2}x_1+\frac{m}{p_2}$$

一阶条件 $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x_1}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{p_1}{p_2}=0\Rightarrow\dfrac{1}{x}=\dfrac{p_1}{p_2}$，需求函数为 $x_1=\dfrac{p_2}{p_1}$ 和 $x_2=\dfrac{m-p_1x_1}{p_2}=\dfrac{m-p_2}{p_2}$，讨论如下：

- 当 $m>p_2$ 时，则 $x_1=\dfrac{p_2}{p_1}$，$x_2=\dfrac{m-p_2}{p_1}>0$，需求束为 $\left(\dfrac{p_2}{p_1},\dfrac{m-p_2}{p_1}\right)$；
- 当 $m\le p_2$ 时，则 $x_1=\dfrac{p_2}{p_1}$，$x_2=\dfrac{m-p_2}{p_1}\le 0\Rightarrow x_2=0$，需求束为 $\left(\dfrac{m}{p_1},0\right)$.

收入提供曲线和恩格尔曲线分别为 ■





（四）替代和互补

定义 1.1.41.(替代品与互补品)

1. 当商品 2 的价格上升时，商品 1 的需求增加，即 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta p_2}>0$，就称商品 1 是商品 2 的**替代品**；
2. 当商品 2 的价格上升时，商品 1 的需求下降，即 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta p_2}<0$，就称商品 1 是商品 2 的**互补品**.

例 1.1.11(2006-央财 801)

证明，如果某消费者对商品 x_1,x_2 的效用函数是 $u(x_1,x_2)=10(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2)-50$，则对该消费者来说，$x_1,x_2$ 之间存在完全替代的特性.

证明. 由题，商品 x_1,x_2 的边际效用分别为

$$MU_1=\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}=20(x_1+x_2) \quad 和 \quad MU_2=\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}=20(x_1+x_2)$$

由消费者均衡条件可知

$$|MRS|=\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{20(x_1+x_2)}{20(x_1+x_2)}=1$$

即 x_1,x_2 两种商品之间的替代比例是固定不变的，从而 x_1,x_2 之间存在完全替代的特性. ■

五、反需求函数

如果使 p_2 和 m 保持不变，然后绘出与 x_1 相对应的 p_1，就能得到需求曲线. 通常认为需求曲线是向下倾斜的（特例如吉芬商品）. 只要需求曲线存在，提一下**反需求曲线**就非常有意义：

定义 1.1.42.(反需求函数) 反需求函数把价格视作数量的函数. 即对于商品 1 的任一需求水平，反需求函数度量的是为了使消费者选择这个价格水平，商品 1 所必须具有的价格.

笔记. 如果把需求曲线看作是作为数量的函数的价格的测度，就得到一个反需求函数.

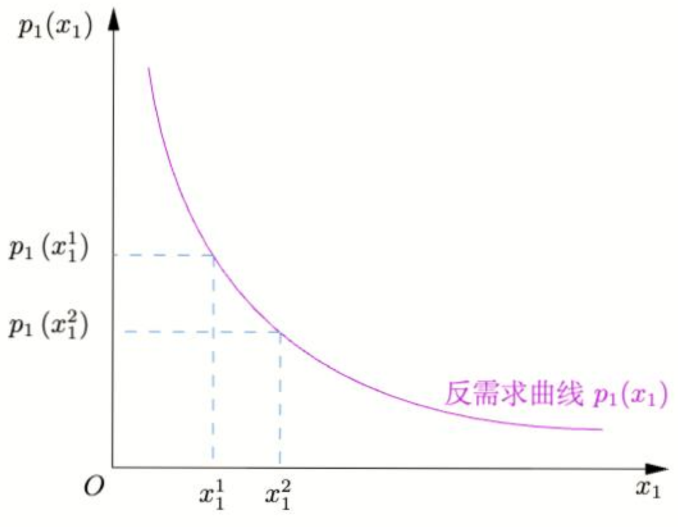


Figure 1.19: 反需求函数

(一) 边际支付意愿

性质 1.1.3. 无差异曲线的斜率衡量了人们的**边际支付意愿**.

如果商品 2 代表对"其他一切商品"的消费，而且是用**可以花费在其他商品上的货币数**来计量的，那么边际支付意愿的解释就是很自然的. 用商品 2 换取商品 1 的边际替代率表示人们为了多消费一点商品 1 而愿意放弃花费在其他商品上的货币数量. 因此，边际替代率衡量这样一种边际意愿，即**为了多消费一点商品 1 而愿意放弃的货币数**. 放弃这些货币就像是为了多消费一点商品 1 而支付货币一样.

边际替代率的边际支付意愿解释强调"边际"和"意愿"这两个概念. 边际替代率衡量人们**为了得到商品 1 的一个边际量的额外消费**而**愿意支付的商品 2 的数量**. 为了得到某一个额外消费数量实际付出的数量也许与愿意支付的数量不同. **应该支付多少取决于该商品的价格，愿意支付多少则不取决于偏好**.

只要两种商品的消费量都为正值，最优选择就必须满足边际替代率的绝对值等于价格比率这个条件

$$|MRS| = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow p_1 = p_2|MRS| \tag{1.1.43}$$

因此，在商品 1 的最优需求水平上，商品 1 的价格同商品 1 和商品 2 之间的边际替代率的绝对值成比例.

为了简化起见，**假设商品 2 的价格为** 1，则从式(1.1.43)就可以得知，在最优需求水平上，商品 1 的价格度量的是，**为了得到较多一些商品 1，消费者愿意放弃的商品 2 的数量**.

在这种情况下，**反需求函数仅仅度量的是边际替代率的绝对值**. 对于 x_1 的任一最优需求水平，反需求函数表明，消费者愿意**得到多少商品 2 以作为对少量减少商品 1 的消费量的补偿**.

如果把商品 2 视作**花费在其他商品上的货币**，那么就可以把边际替代率视作是个人为了获取稍多一些商品 1 而愿意放弃的货币数量. 在这种情况下，可以把边际替代率看作是对**边际支付意愿**的测度. 因为在这种情况下，**商品 1 的价格就是边际替代率**，这就意味着**商品 1 的价格本身就是对边际支付意愿的测度**.

对于任意数量的 x_1，**反需求曲线测度的是消费者为了得到稍多一些商品 1 而愿意放弃的货币数量**，或者换句话说，就是**消费者购买最后一个单位的商品 1 而愿意放弃的货币数量**.

以这种方式看，**向下倾斜**的反需求曲线具有新的含义. 当 x_1 非常小时，消费者愿意放弃很多货币来换取稍多一点的商品 1；当 x_1 较大时，消费者在边际上只愿意放弃较少的货币来换取稍多一些的商品 1. 因此，从牺牲商品 2 以换取商品 1 的边际意愿的意义上说，**当增加商品 1 的消费时，边际支付意愿是递减的**.

(二) 保留价格

定义 1.1.43.(保留价格) 使消费者**消费或不消费**某种商品**刚好无差异**的价格[a].

[a] 在第 1 章[6]中，Varian 亦将保留价格表述为某人愿意支付的最高价格，见 Section 1.3 中的住房需求曲线.

角度 1：仍假定商品 x_1, x_2 的价格分别为 $p_1, 1$（商品 2 为复合商品），消费者收入为 m，效用函数为拟线性偏好 $u = v(x_1) + x_2$，则约束效用最大化问题

$$\max_{x_1, x_2} \quad v(x_1) + x_2 \tag{1.1.44}$$

$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{1.1.45}$$

由均衡条件 $|MRS| = \dfrac{MU_1}{MU_2} = \dfrac{p_1}{1}$ 可求得 x_1 的反需求函数为

$$p_1(x) = v'(x_1) \tag{1.1.46}$$

从两方面对该式进行理解：当 p_1 视为给定参数时，其含义为商品 x_1 的市场价格，从该式可解出商品最优需求量 x_1^*；当 x_1 视为给定参数时，该价格代表**保留价格**——此时 $p_1(x) = v'(x_1) = MU_1$[6]，即保留价格

$$r = v'(x_1) = \frac{\mathrm{d}v(x_1)}{\mathrm{d}x_1} \xrightarrow{\text{离散情形}} r_n = \frac{v(n) - v(n-1)}{n-(n-1)} = v(n) - v(n-1) \tag{1.1.47}$$

另一方面，将市场价格代入 $p_1 = v'(x_1)$ 预算约束可得某个具体的最优需求量 x_1^*，则

$$v(x_1^*) + x_2 = v(x_1^*) + (m - p_1x_1^*) \geq v(x_1) + (m - p_1x_1), \quad \forall x_1 \neq x_1^* \tag{1.1.48}$$

更具体地，仍在离散的情形下，考虑需求量 x_1^*-1 和 x_1^*+1，则

$$\begin{cases} v(x_1^*) + (m - p_1x_1^*) \geq v(x_1+1) + m - p_1(x_1+1) \\ v(x_1^*) + (m - p_1x_1^*) \geq v(x_1-1) + m - p_1(x_1-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(6) - v(5) \overset{def}{=\!=} r_6 \geq p_1 \\ v(7) - v(6) \overset{def}{=\!=} r_7 \leq p_1 \end{cases} \tag{1.1.49}$$

从而 $r_7 \leq p_1 \leq r_6$，即选择第 6 单位 x_1 是因为该处的保留价格 > 市场价格；不选择第 7 单位 x_1 同理.

角度 2：如图，商品 1 是离散商品. 如果 p_1 非常高，消费者就会严格偏好消费零单位的商品 1；如果 p_1 足够低，消费者就会严格偏好消费 1 单位的商品 1. 在某个价格 r_1 处，消费者在消费和不消费商品 1 之间无差异. 使消费者消费或不消费某种商品刚好无差异的价格称作保留价格.

如图，需求行为可以用消费者刚好愿意再购买一个单位商品的一系列保留价格来描述. 在价格 r_1 处，消费者愿意购买 1 单位商品；如果价格降至 r_2，消费者就会愿意再购买一个单位，依此类推.

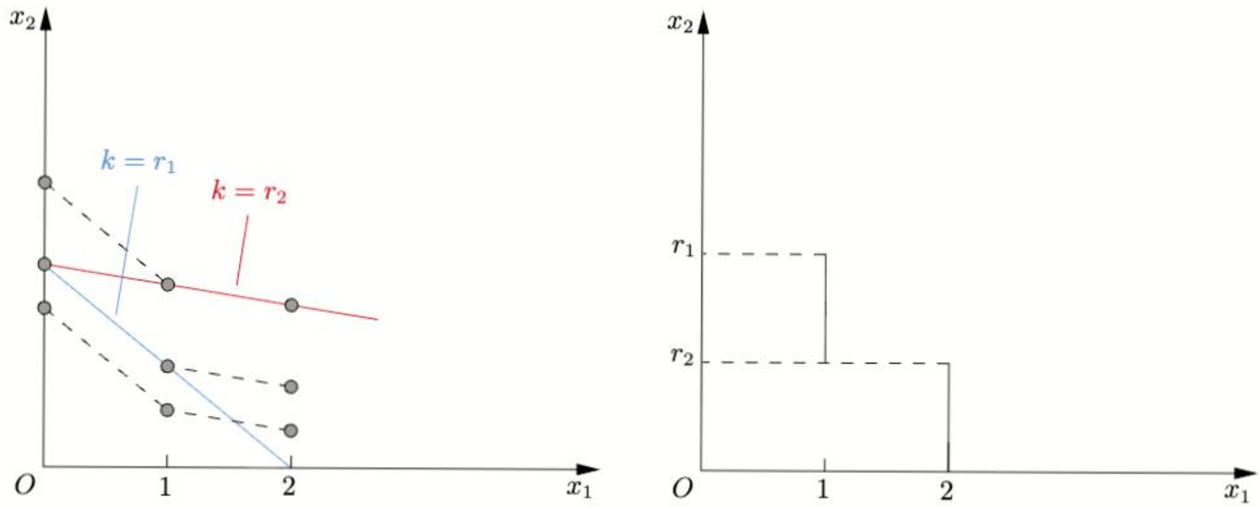


Figure 1.20: 离散商品与保留价格

这些价格可以用原效用函数描述. 在价格 r_1, r_2 处，显然有

$$u(0,m) = u(1, m-r_1) \xrightarrow{\text{拟线性偏好}} v(0) + m \overset{v(0)=0}{=\!=\!=} m = v(1) + m - r_1 \Rightarrow r_1 = v(1) \tag{1.1.50}$$

$$u(1, m-r_2) = u(2, m-2r_2) \xrightarrow{\text{拟线性偏好}} v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2 \Rightarrow r_2 = v(2) - v(1) \tag{1.1.51}$$

类似地，第 3 个消费单位的保留价格为 $r_3 = v(3) - v(2)$，以此类推.

保留价格是对导致消费者增加 1 单位商品消费所必需的效用增量. 不太严格地讲，其测度的是与商品 1 的不同消费水平相对应的边际效用. 从而，凸偏好假设隐含着保留价格序列一定是递减的：$r_1 > r_2 > r_3, \cdots$.

[6] 保留价格与边际效用相等这一结论主要在拟线性偏好下成立.

第二节 显示偏好理论

在前面的小节中看到，如何利用关于消费者偏好和预算约束的信息来确定消费者的需求. 在本节中，把这个过程颠倒过来，说明可以怎样利用关于消费者需求的信息，来得到关于他（或她）的偏好的信息.

假设 1.2.1. 在观察消费者选择行为的时期内，消费者的偏好是稳定的.

假设 1.2.2. 基本偏好是严格凸的. 对于每个预算，有且仅有一个需求束.

一、显示偏好

（一）显示偏好

定义 1.2.1.(直接显示偏好) 设 (x_1, x_2) 是消费者在收入为 m 时按价格 (p_1, p_2) **购买的**消费束，(y_1, y_2) 是消费者在收入为 m 时按价格 (p_1, p_2) **有能力购买的**消费束，即

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \quad 和 \quad p_1y_1 + p_2y_2 \leq m \tag{1.2.1}$$

联立这两个方程，在预算约束 (p_1, p_2, m) 下，有能力购买 (y_1, y_2) 意味着

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2 \tag{1.2.2}$$

如果上式成立，且 (y_1, y_2) 与 (x_1, x_2) 是不同的消费束，则称 (x_1, x_2) 被**直接显示偏好**于 (y_1, y_2).

笔记. 上式的左边是消费者按价格 (p_1, p_2) 在实际选择的消费束上的支出. 显示偏好是按某种预算实际需求的消费束，和按这种预算**能够购买但并未购买**的消费束之间的一种关系.

（二）从显示偏好到偏好

定理 1.2.1.(显示偏好原理) 设 (x_1, x_2) 是按价格 (p_1, p_2) 选择的消费束，(y_1, y_2) 是使得

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2 \tag{1.2.3}$$

的另一个消费束. 在这种情况下，**假若消费者总是在他能够购买的消费束中选择他最偏好的消费束**，那么就一定有 $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.

笔记. 显示偏好原理通过引入假定，**搭建了行为和偏好之间的桥梁**，从而由显示偏好可推知消费者偏好.

定义 1.2.2.(间接显示偏好) 假设恰好知道 (y_1, y_2) 是在价格 (q_1, q_2) 上的需求束，而且，(y_1, y_2) 本身又被显示偏好于另一个消费束 (z_1, z_2)，即

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1z_1 + q_2z_2 \tag{1.2.4}$$

由此，我们知道 $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ 和 $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$. 根据传递性假设，我们可以得出结论：$(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$. 在这种情况下，称 (x_1, x_2) 被**间接显示偏好**于 (z_1, z_2).

笔记. 直接显示偏好研究的是两个消费束，间接显示偏好研究的是更长的消费束（“链”）.

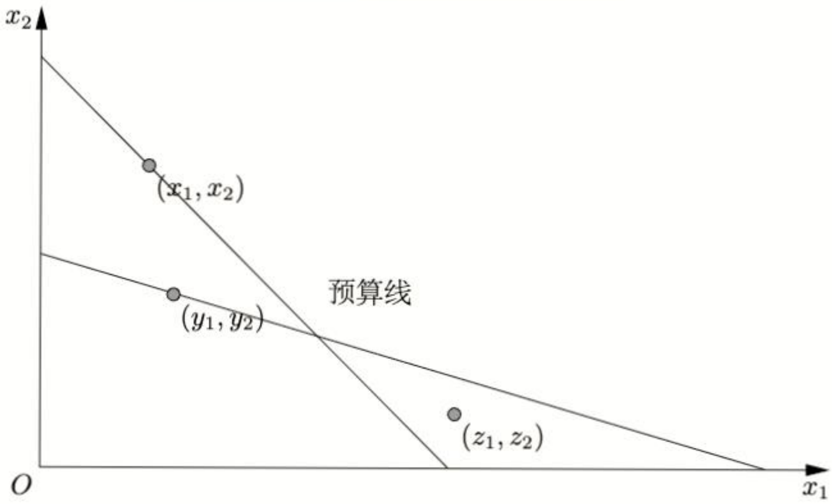


Figure 1.21: 间接显示偏好

二、显示偏好弱公理

以上所述的一切都假定，消费者具有偏好，并且他总是在他能买得起的消费束中选择最好的消费束. 自然会产生这样的问题：**怎么能判定消费者的行为是否遵循最大化模型?** 或者反过来说，哪种观察结果会得出消费者并未追求效用最大化的结论？下面引入**显示偏好弱公理**进行检验.

> **定理 1.2.2.(显示偏好弱公理 WARP)** 如果 (x_1, x_2) 直接显示偏好于 (y_1, y_2)，且 (x_1, x_2) 不同于 (y_1, y_2)，那么，(y_1, y_2) 就不可能直接显示偏好于 (x_1, x_2).

假定消费束 (x_1, x_2) 是按价格 (p_1, p_2) 购买的，消费束 (y_1, y_2) 是按价格 (q_1, q_2) 购买的，那么只要

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2 \tag{1.2.5}$$

就不可能再有

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2 \tag{1.2.6}$$

即若在购买消费束 X 时，有能力购买消费束 Y，那么在购买消费束 Y 时，X 就一定是无力购买的消费束.

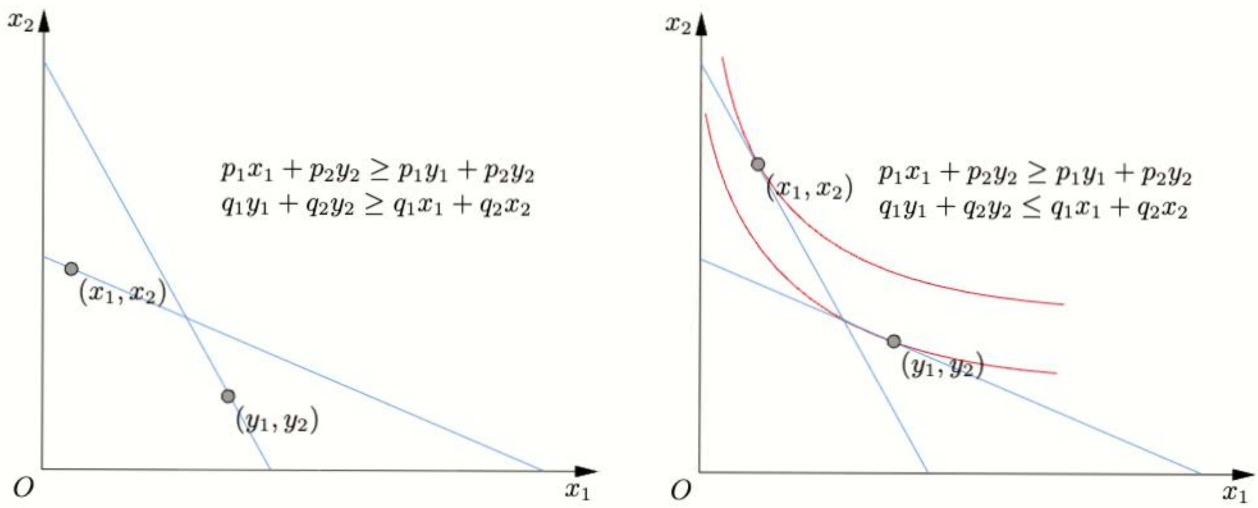


Figure 1.22: 违反与满足 WARP 的情形

判断消费者行为是否符合显示偏好弱公理的基本步骤

已知：原价格 (p_1, p_1) 下消费者最优选择为 (x_1, x_2)，新价格 (q_1, q_2) 下消费者最优选择为 (y_1, y_2).

1. **第一步**：利用预算约束求出原价格 (p_1, p_2) 下 (x_1, x_2) 和 (y_1, y_2) 的偏好关系，一般有

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2 \Rightarrow (x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \tag{1.2.7}$$

2. **第二步**：利用预算约束求出新价格 (q_1, q_2) 下，消费者在选择 (y_1, y_2) 下是否有能力消费 (x_1, x_2).

   (1) 如果消费者有能力消费 (x_1, x_2)，即

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2 \Rightarrow (y_1, y_2) \succ (x_1, x_2) \tag{1.2.8}$$

   则说明不符合弱公理，消费者行为不正常，此时的偏好与前面的偏好存在矛盾；

   (2) 如果消费者无能力消费 (x_1, x_2)，即

$$q_1y_1 + q_2y_2 < q_1x_1 + q_2x_2 \tag{1.2.9}$$

   则说明符合弱公理，消费者行为正常，因为预算所限只能退而求其次.

例 1.2.1(2025-央财 801)

当两种商品的价格分别为 $(5,6)$ 时，小张的消费选择是消费束 $(7,7)$；当价格为 $(3,2)$ 时，他的消费选择是消费束 $(9,1)$. 据此我们可以推断

(A) 没有哪个消费束被显示偏好于另一个消费束

(B) 消费束 $(9,1)$ 被显示偏好于消费束 $(7,7)$，但没有证据表明小张违反了 WARP

(C) 消费束 $(9,1)$ 被显示偏好于消费束 $(7,7)$，且小张的选择违反了 WARP

(D) 消费束 $(7,7)$ 被显示偏好于消费束 $(9,1)$，但没有证据表明小张违反了 WARP

解答. 由题，在原价格 $(5,6)$ 下有

$$5 \times 7 + 6 \times 7 = 77 > 5 \times 9 + 6 \times 1 = 51 \Rightarrow (7,7) \succ (9,1)$$

则消费束 $(7,7)$ 被显示偏好于消费束 $(9,1)$. 在新价格 $(3,2)$ 下有

$$3 \times 9 + 2 \times 1 = 29 < 3 \times 7 + 2 \times 7 = 35$$

则没有证据表明小张违反了显示偏好弱公理（WARP）. ■

三、显示偏好强公理

显示偏好弱公理要求，如果 X 被直接显示偏好于 Y，那么就绝不可能观察到 Y 被显示偏好于 X；而**显示偏好强公理**要求，**同样的条件不仅对直接显示偏好成立，而且对间接显示偏好也成立**.

> **定义 1.2.3.(显示偏好强公理 SARP)** 如果 (x_1, x_2) 被**直接或间接**显示偏好于 (y_1, y_2)，且 (x_1, x_2) 与 (y_1, y_2) 不同，则 (y_1, y_2) 不可能被**直接或间接**显示偏好于 (x_1, x_2).

判断消费者行为是否符合显示强好弱公理的基本步骤

已知：第 i 期的价格组合和消费束为 $(p_1^i, p_2^i), (x_1^i, x_2^i)$，其中 $i = 1, 2, 3$（以 3 期和 2 种商品为例）.

1. **第一步**：写出检验矩阵 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})$，其中 $a_{ij} = p_1^i x_1^j + p_2^i x_2^j$（$i$ 年的价格和 j 年的消费束）

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

2. **第二步**：考察检验矩阵中的各项，观察选择中是否存在使某个消费束被直接显示偏好于另一个消费束的情况. 在存在直接显示偏好关系的项上标记符号"*"；进而，分析上述直接显示偏好关系是否包含间接显示偏好关系，在存在间接显示偏好关系的项上标记符号"(*)".
3. **第三步**：检验上述间接显示偏好关系是否符合传递性. 若符合，则消费者的行为是理性[a]的.

[a]显示偏好强公理是消费者行为理性的充分条件.

例 1.2.2(2014-央财 803)

某消费者在收入允许范围内，根据商品的价格选择相应的消费量. 下表显示的是该消费者三年的消费组合（三年收入水平不同）. 该消费者这三年的消费行为是否符合显示偏好强公理?

	商品 1 的价格 p_1	商品 2 的价格 p_2	商品 1 消费 x_1	商品 2 消费 x_2
第一年	2	3	8	4
第二年	2.5	1.5	7	7
第三年	3.5	1	8	3

解答. 计算可得，检验矩阵

$$\boldsymbol{A} = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 28 & 35 & 25^* \\ 26^* & 28 & 24.5^* \\ 32 & 31.5 & 31 \end{pmatrix}$$

其中，$a_{ij} = p_1^i x_1^j + p_2^i x_2^j$. 考察检验矩阵中的各项，得到以下直接显示偏好关系：

- $a_{11} < a_{12}, a_{11} > a_{13} \Rightarrow$ 第 1 年的消费束 $\succ$ 第 3 年的消费束；
- $a_{22} > a_{21}, a_{22} > a_{23} \Rightarrow$ 第 2 年的消费束 $\succ$ 第 1 年的消费束且第 2 年的消费束 $\succ$ 第 3 年的消费束；
- $a_{33} < a_{31}, a_{33} < a_{32}$，无直接显示偏好关系.

在上述直接显示偏好关系中，不存在间接显示偏好关系，无违反传递性的情况，故符合显示偏好强公理. ■

第三节 替代效应与收入效应

一、总效应、替代效应和收入效应

当一种商品的价格发生变动时，就会产生两种效应：用一种商品交换另一种商品的比率会发生变化；代表全部收入的购买力也会发生变化. 这两种变化都会改变消费者对该种商品的需求量.

相对价格变动：假设给定两种商品 1,2 的价格分别为 p_1, p_1，货币收入为 m，消费者的初始需求束为 (x_1^*, x_2^*)，由均衡条件知 $\dfrac{MU_1}{MU_2} = \dfrac{p_1}{p_2}$. 若商品 1 的价格由 p_1 下降至 p_1'，则

$$\frac{MU_1}{MU_1} = \frac{p_1}{p_2} > \frac{p_1'}{p_2} \Rightarrow \frac{MU_1}{p_1'} > \frac{MU_2}{p_2}$$

这表明，花在商品 1 上的最后一元钱所带来的边际效用大于花在商品 2 上的.... 因此，理性的消费者会自发地增大商品 1 的消费量、减少商品 2 的消费量，从而商品 1 的需求量增大.

实际收入变动：由于商品 1 的价格由 p_1 下降至 p_1'，因此原来的需求束 (x_1^*, x_2^*) 只需要 $p_1'x_1 + p_2x_2$ 即可实现，则购买力（实际收入）得到了提升，从而商品 1,2 的需求量 x_1, x_2 也随之增大.

综上所述，一种商品价格变动所引起的该商品需求量变动的总效应可以被分解为**替代效应**和**收入效应**两个部分，即总效应 = 替代效应 + 收入效应. 其中：

> **定义 1.3.1.(替代效应)** **实际收入水平不变**的前提下，由**商品的价格变动**所引起的**商品相对价格的变动**，进而由商品的相对价格变动所引起的商品需求量的变动.

> **定义 1.3.2.(收入效应)** 由**商品价格变动**所引起的**实际收入水平的变动**，进而由实际收入水平变动引起的商品需求量的变动.

笔记. 效应的正负与数值大小无关，其表明的是**价格变动与需求量变动的方向一致与否**.

1. 任何一种商品的替代效应均为负，即需求量变动方向与价格变动方向相反.

$$\frac{MU_1}{p_1} = \frac{MU_2}{p_2} \xRightarrow{p_1\downarrow} \frac{MU_1}{p_1} > \frac{MU_2}{p_2} \Rightarrow x_1 \uparrow$$

2. 不同类型商品的收入效应的正负性不同
   - (1) **正常商品**的收入效应为负，即需求量变动方向与价格变动方向相反；
   - (2) **低档商品**的收入效应为正，即需求量变动方向与价格变动方向相同.
3. 不同类型商品的总效应的正负性不同
   - (1) **普通商品（正常商品和普通低档商品）**的总效应为负. 具体来说，正常商品的替代效应与收入效应均为负，故总效应显然为负；普通低档商品的替代效应为负、收入效应为正，但由于**替代效应占主导地位**（替代效应 > 收入效应），故总效应仍为负.
   - (2) **吉芬商品**（特殊低档商品）的总效应为负. 其中，替代效应为负、收入效应为正，且由于**收入效应占主导地位**（替代效应 < 收入效应），故总效应为正.

希克斯和斯勒茨基对总效应进行分解，二者的区别在于**实际收入水平不变**的定义不同——希克斯定义为**消费者效用水平不变**；斯勒茨基定义为**消费者（在新价格下）仍然可以购买得起初始需求束**.

(一) 希克斯分解法

定义 1.3.3.(替代效应-希克斯分解法) **消费者效用水平不变**的前提下，由**商品的价格变动**所引起的**商品相对价格的变动**，进而由商品的相对价格变动所引起的商品需求量的变动.

定义 1.3.4.(补偿预算线) 当商品的价格发生变化导致消费者的实际收入水平发生变化时，设想给予消费者一定数量的货币补偿以使消费者回到原有的实际收入水平即原有的效用水平.

希克斯分解法确定收入效应与替代效应的基本步骤

1. **第一步**：画出初始（价格变化前）的预算线、无差异曲线、最优选择点和需求量；
2. **第二步**：画出最终（价格变化后）的预算线、无差异曲线、最优选择点和需求量；
3. **第三步**：画出补偿预算线，并标出对应的需求量.

例 1.3.1(2014-央财 801)

作图表示正常品[a]的替代效应和收入效应.

[a]2014 年原题考查吉芬品，此处仅以正常品为例说明过程.

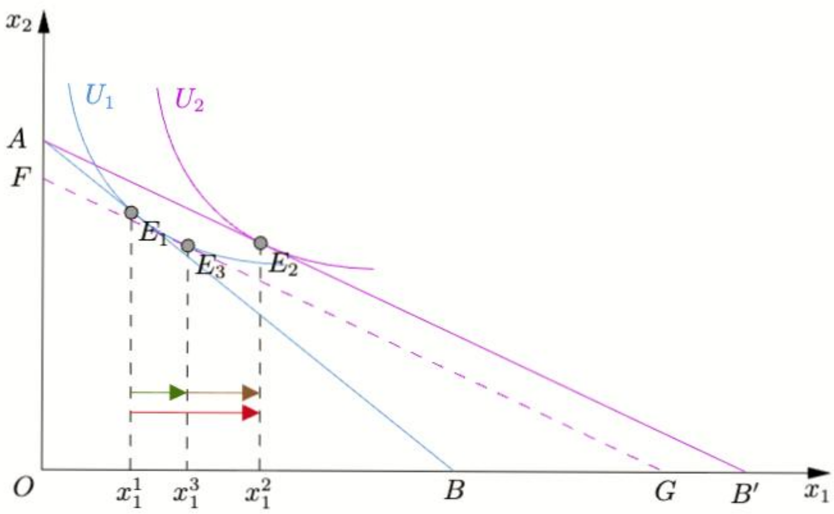


Figure 1.23: 希克斯分解法：正常品

解答. 令商品 1 的价格变动前后分别为 $(p_1, p_2), (p_1', p_2')$

- 价格变动前，预算线为 AB，与无差异曲线 U_1 交于点 E_1，此时商品 x 的需求量为 x_1^1.
- 价格变动后，预算线为 AB'，与无差异曲线 U_2 交于点 E_2，此时商品 x 的需求量为 x_1^2.
- 作**辅助预算线** FG，与预算线 AB' 平行，与无差异曲线 U_1 交于点 E_3，此时商品 x 的需求量为 x_1^3.
- 价格变动前后，商品 x 的需求量由 x_1^1 变为 x_1^2，故总效应 $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1$
  - E_1, E_3 均在无差异曲线 U_1 上，即消费者效用水平不变（实际收入水平不变）；而 E_1, E_3 分别在 AB 与 FG（平行于 AB'）上，因此商品相对价格变动，故替代效应 $\Delta x_1^s = x_1^3 - x_1^1$.
  - E_2, E_3 所在预算线斜率相等且截距变小，即实际收入水平变动，故收入效应 $\Delta x_1^n = x_1^2 - x_1^3$. ■

类似地，用希克斯分解法对普通低档品和吉芬品的替代效应与收入效应进行表示：

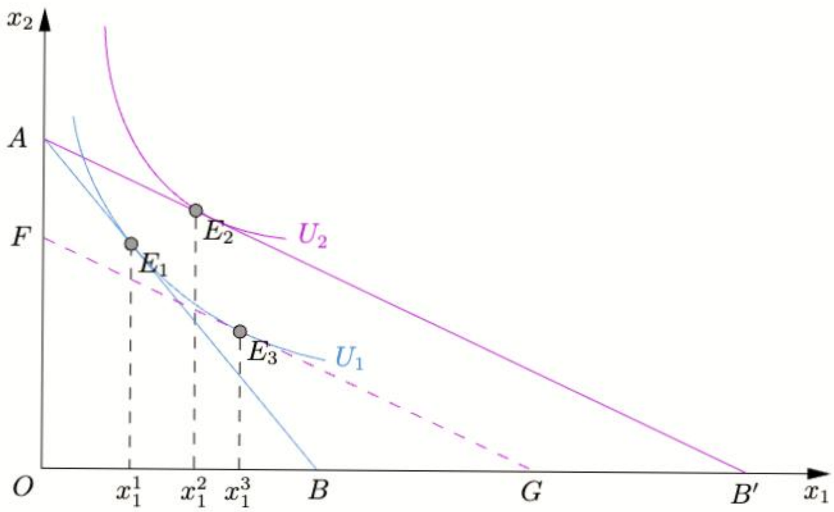


Figure 1.24: 希克斯分解法：普通低档品

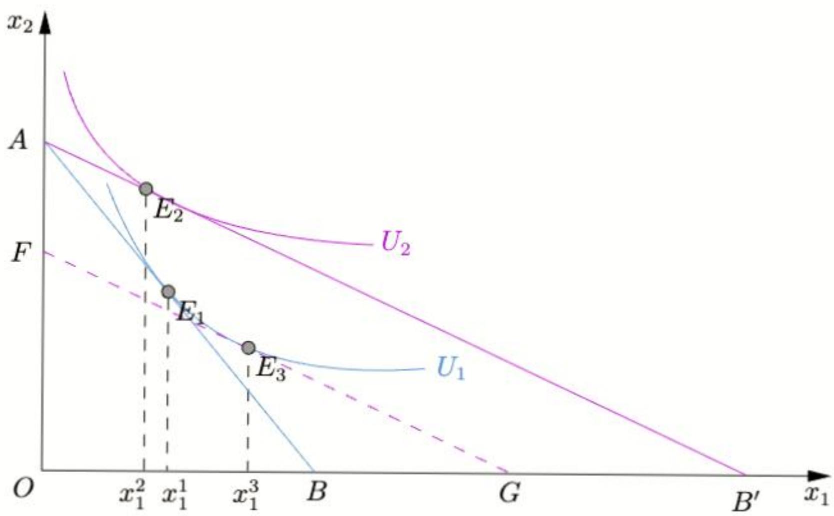


Figure 1.25: 希克斯分解法：吉芬品

笔记. 希克斯分解法作图题的要点在于 E_1, E_2, E_3 的水平顺序. 当商品 1 的价格 p_1 下降时:

1. 正常商品: $x_1^2 - x_1^1 > 0, x_1^3 - x_1^1 > 0, x_1^2 - x_1^3 > 0 \Rightarrow x_1^1 < x_1^3 < x_1^2$，故为 E_1, E_3, E_2.
2. 低档商品
   (1) 普通低档商品: $x_1^2 - x_1^1 > 0, x_1^3 - x_1^1 > 0, x_1^2 - x_1^3 < 0 \Rightarrow x_1^1 < x_1^2 < x_1^3$，故为 E_1, E_2, E_3.
   (2) 吉芬商品: $x_1^2 - x_1^1 < 0, x_1^3 - x_1^1 > 0, x_1^2 - x_1^3 > 0 \Rightarrow x_1^2 < x_1^1 < x_1^3$，故为 E_2, E_1, E_3.

（二）斯勒茨基分解法

定义 1.3.5.(替代效应-斯勒斯基分解法) **消费者仍然可以购买得起初始需求束**的前提下，由**商品的价格变动**所引起的**商品相对价格的变动**，进而由商品的相对价格变动所引起的商品需求量的变动.

斯勒斯基分解法确定收入效应与替代效应的基本步骤

1. **第一步**：画出初始（价格变化前）的预算线、无差异曲线、最优选择点和需求量；
2. **第二步**：画出最终（价格变化后）的预算线、无差异曲线、最优选择点和需求量；
3. **第三步**：画出**辅助预算线**[a]，并标出对应的需求量.

[a]由于斯勒斯基分解法与希克斯分解法在实际收入不变的定义有所不同，故辅助预算线与补偿预算线的画法有所不同.

例 1.3.2(2014-央财 801)

利用斯勒斯基分解法作图[a]表示正常品[b]的替代效应和收入效应.

[a]2018 年央财 801 中微观经济学的指定参考教材为高鸿业教材，其中仅涉及希克斯分解法.
[b]2014 年原题考查吉芬品，此处仅以正常品为例说明过程.

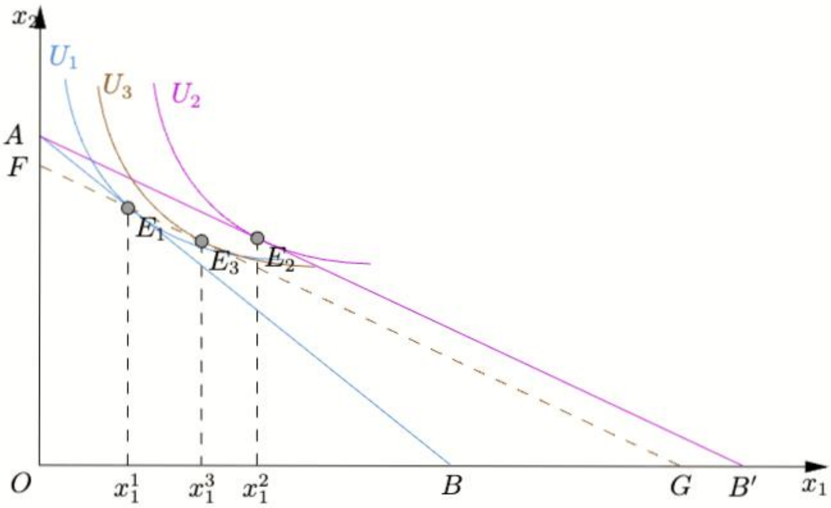


Figure 1.26: 斯勒斯基分解法：正常品

解答. 令商品 1 的价格变动前后分别为 $(p_1, p_2), (p_1', p_2')$

- 价格变动前，预算线为 AB，与无差异曲线 U_1 交于点 E_1，此时商品 x 的需求量为 x_1^1.
- 价格变动后，预算线为 AB'，与无差异曲线 U_2 交于点 E_2，此时商品 x 的需求量为 x_1^2.
- 作辅助 FG，与预算线 AB 相交于 E_1，与无差异曲线 U_3 交于点 E_3，此时商品 x 的需求量为 x_1^3.
- 价格变动前后，商品 x 的需求量由 x_1^1 变为 x_1^2，故总效应 $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1$
  - E_1, E_3 均在预算线 FG 上，即消费者仍然可以购买得起初始需求束（实际收入水平不变）；而 E_1, E_3 分别在 AB 与 FG（平行于 AB'）上，因此商品相对价格变动，故替代效应 $\Delta x_1^s = x_1^3 - x_1^1$.
  - E_2, E_3 所在预算线斜率相等且截距变小，即实际收入水平变动，故收入效应 $\Delta x_1^n = x_1^2 - x_1^3$. ■

笔记. 斯勒斯基分解法作图题的要点也在于 E_1, E_2, E_3 的水平顺序. 当商品 1 的价格 p_1 下降时：

1. 正常品：$x_1^2 - x_1^1 > 0, x_1^3 - x_1^1 > 0, x_1^2 - x_1^3 > 0 \Rightarrow x_1^1 < x_1^3 < x_1^2$，故为 E_1, E_3, E_2.
2. 低档品
   (1) 普通品：$x_1^2 - x_1^1 > 0, x_1^3 - x_1^1 > 0, x_1^2 - x_1^3 < 0 \Rightarrow x_1^1 < x_1^2 < x_1^3$，故为 E_1, E_2, E_3.
   (2) 吉芬品：$x_1^2 - x_1^1 < 0, x_1^3 - x_1^1 > 0, x_1^2 - x_1^3 > 0 \Rightarrow x_1^2 < x_1^1 < x_1^3$，故为 E_2, E_1, E_3.

例 1.3.3(2025-央财 803)

简述正常商品、低档商品、吉芬商品的含义，并画图说明价格上升对正常商品、低档商品和吉芬商品的需求量变化的替代效应和收入效应.

类似地，用斯勒斯基分解法对普通低档品和吉芬品的替代效应与收入效应进行表示（过程从略）

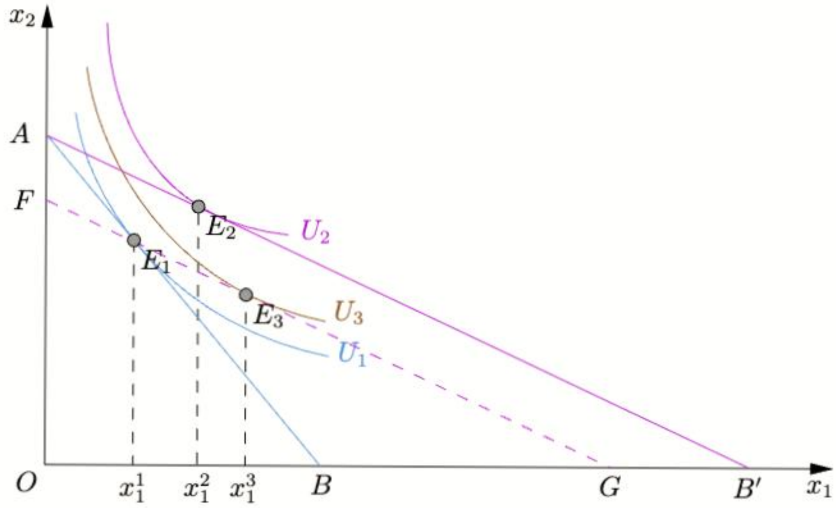


Figure 1.27: 斯勒斯基分解法：普通低档品

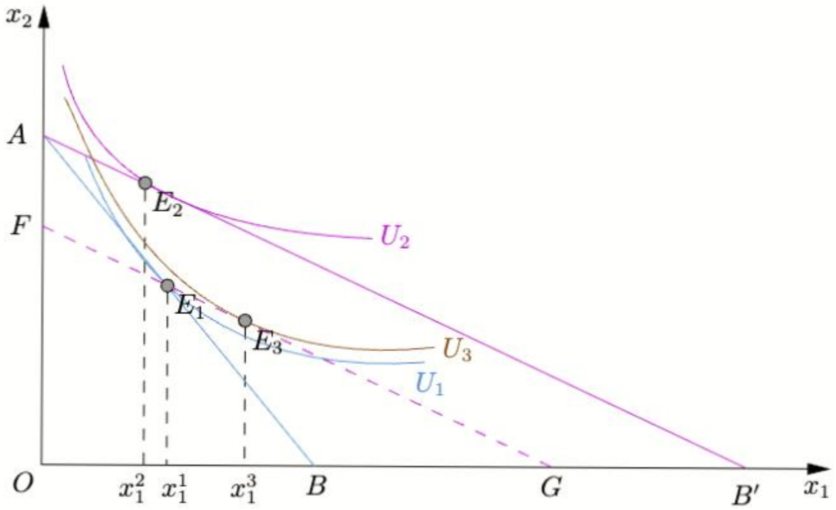


Figure 1.28: 斯勒斯基分解法：吉芬品

Table 1.1: 正常商品、低档商品和吉芬商品

<table>
<tr><th colspan="2">按收入和需求数量关系区分</th><th colspan="2">按价格与需求量关系区分</th></tr>
<tr><td>正常商品</td><td>正常商品：$\dfrac{\Delta x}{\Delta m} > 0$</td><td rowspan="2">普通商品：$\dfrac{\Delta x}{\Delta p} < 0$</td><td>正常商品</td></tr>
<tr><td>普通低档商品</td><td rowspan="2">低档商品：$\dfrac{\Delta x}{\Delta m} < 0$</td><td>普通低档商品</td></tr>
<tr><td>吉芬商品</td><td>吉芬商品：$\dfrac{\Delta x}{\Delta p} > 0$</td><td>吉芬商品</td></tr>
</table>

下面考虑完全替代品、完全互补品和拟线性偏好下的斯勒斯基分解结果：

1. **完全替代品**：当绕着选定的点转动预算线时，新预算线上的最优选择与原先预算线上的最优选择完全相同——这意味着替代效应为零. 需求变动完全归因于收入效应[7]；
2. **完全互补品**：当转动预算线时，需求束从纵轴跳到横轴上，不存在移动. 需求变动都归因于替代效应；
3. **拟线性偏好**：当偏好是拟线性时，收入变动不会引起商品 1 的需求变动. 这意味着，商品 1 的全部需求变动都归因于替代效应，收入效应等于零.

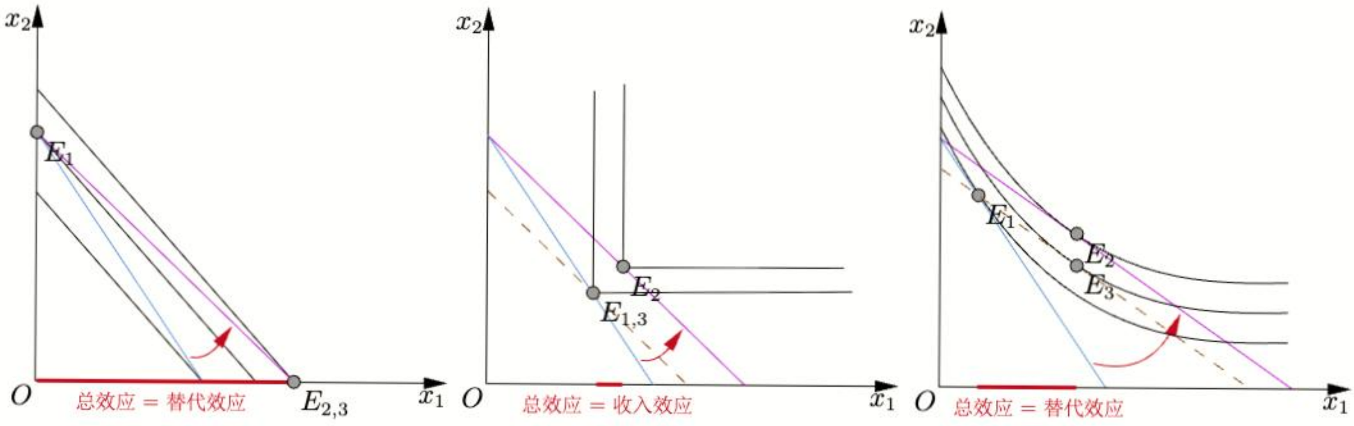


Figure 1.29: 三种特殊偏好下的替代效应、收入效应和总效应

用两种分解法求替代效应、收入效应和总效应

已知：商品 x, y 变动前后的价格分别为 $(p_x, p_y), (p'_x, p_y)$，求商品 x 的替代效应、收入效应和总效应.

1. **第一步**：由效用最大化条件求出消费者初始的最优消费束

$$\max_{x,y} \quad u = u(x,y)$$
$$s.t. \quad p_x x + p_y y = m$$

解得相应的商品消费量 x_1, y_1 和效用 $u_1 = u(x_1, y_1)$.

2. **第二步**：由效用最大化条件求出消费者最终的最优消费束

$$\max_{x,y} \quad u = u(x,y)$$
$$s.t. \quad p'_x x + p_y y = m$$

解得相应的商品消费量 x_2, y_2.

3. **第三步**：由题设对实际收入不变的定义选择对应的分解方法

(1) 根据**希克斯分解法**的定义，由支出最小化条件求出使原效用水平不变的最优消费束

$$\min_{x,y} \quad p'_x x + p_y y$$
$$s.t. \quad u(x,y) = u_1$$

解得相应的商品消费量 x_3, y_3.

[7] 还有其他的情况存在. 例如，当初始的最优选择点与最终的最优选择点为同一点时，三种效应均为 0.

(2) 根据**斯勒斯基分解法**的定义，由效用最大化条件求出使实际收入保持不变的最优消费束

$$\max_{x,y} \quad u(x,y)$$
$$s.t. \quad p_x'x+p_yy=m'$$

其中 $m'=p_x'x_1+p_yy_1=m+(p_x'-p_x)x_1$. 解得相应的商品消费量 x_3,y_3.

4. 第四步：总效应 $\Delta x=x_2-x_1$，替代效应 $\Delta x^s=x_3-x_1$，收入效应 $\Delta x^n=x_2-x_3$，

例 1.3.4(2021-央财 801)

某消费者的效用函数为 $u(x,y)=xy$，商品 x,y 的价格水平分别为 p_x,p_y，收入水平 $m=144$，求：

(1) 商品 x 的需求函数；

(2) 保持收入水平不变，商品 x 的价格由 $p_x=4$ 变为 $p_x'=9$，商品 y 的价格保持为 $p_y=4$. 求**保持原效用水平不变**时的收入水平为多少? 并求商品 x 价格变动的替代效应、收入效应和总效应.

解答. (1) 效用最大化问题

$$\max_{x,y} \quad xy$$
$$s.t. \quad p_xx+p_yy=m$$

构造拉格朗日辅助函数 $L=xy-\lambda(p_xx+p_yy-m)$，一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x}=y-\lambda p_x=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial y}=x-\lambda p_y=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=m-p_xx-p_yy=0$$

解得商品 x,y 的需求函数分别为 $x=\dfrac{m}{2p_x}=\dfrac{72}{p_x},y=\dfrac{m}{2p_y}=\dfrac{72}{p_y}$.

(2) 由 (1) 可知，$x_1=y_1=18,x_2=8$，且 $u_1=u(x_1,y_1)=x_1y_1=324$. 支出最小化问题

$$\min_{x,y} \quad p_x'x+p_yy$$
$$s.t. \quad u(x,y)=xy=u_1$$

构造拉格朗日辅助函数 $L=p_x'x+p_yy-\lambda(xy-u_1)$，一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x}=p_x'-\lambda y=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial y}=p_y-\lambda x=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=u_1-xy=0$$

解得 $x^2=(p_yu_1)/p_x'$，则 $x_3=12$. 所以商品 x 价格变动的三种效应

$$\Delta x=x_2-x_1=7-18=-10\begin{cases}\Delta x^s=x_3-x_1=12-18=-6\\ \Delta x^n=x_2-x_3=8-12=-4\end{cases}$$

■

例 1.3.5(2008-央财 801)

已知，效用函数 $u=u(x_1,x_2)$ 连续可导，请证明，在商品 x_1,x_2 之间存在边际替代率递减关系的条件之一是 $u_{11}u_2^2-2u_1u_2u_{12}+u_{22}u_1^2<0$.

证明. 考察沿着无差异曲线移动时消费的变化

$$\mathrm{d}u=MU_1\mathrm{d}x_1+MU_2\mathrm{d}x_2=\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2=0$$

求解无差异曲线的斜率，得到

$$\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1}=-\frac{\dfrac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial u(x_1,x_2)}{\partial x_2}}=-\frac{u_1}{u_2}$$

若无差异曲线凸向原点，则 $\dfrac{\mathrm{d}^2x_2}{\mathrm{d}x_1^2}>0$，从而

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2x_2}{\mathrm{d}x_1^2}=\frac{\mathrm{d}\left(-\dfrac{u_1}{u_2}\right)}{\mathrm{d}x_1}&=-\frac{\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}u_2-\dfrac{\partial u_2}{\partial x_1}u_1}{u_2^2}\\&=-\frac{\left[\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}+\dfrac{\partial u_1}{\partial x_2}\cdot\dfrac{\partial x_2}{\partial x_1}\right]u_2-\left[\dfrac{\partial u_2}{\partial x_1}+\dfrac{\partial u_2}{\partial x_2}\cdot\dfrac{\partial x_2}{\partial x_1}\right]u_1}{u_2^2}\\&=-\frac{\left[u_{11}+u_{12}\cdot\left(-\dfrac{u_1}{u_2}\right)\right]u_2-\left[u_{21}+u_{22}\cdot\left(-\dfrac{u_1}{u_2}\right)\right]u_1}{u_2^2}\\&\xlongequal{u_{12}=u_{21}}-\frac{(u_{11}u_2-u_1u_{12})u_2-u_1(u_2u_{21}-u_1u_{22})}{u_2^3}=-\frac{u_2^2u_{11}-2u_1u_2u_{12}+u_1^2u_{22}}{u_2^3}\end{aligned}$$

由于 $u_2^3>0$，且 $\dfrac{\mathrm{d}^2x_2}{\mathrm{d}x_1^2}>0$，则 $-(u_2^2u_{11}-2u_1u_2u_{12}+u_1^2u_{22})>0\Rightarrow u_2^2u_{11}-2u_1u_2u_{12}+u_1^2u_{22}<0$. ■

例 1.3.6(2022-上财 801)

某消费者的效用函数和两商品价格和收入为 $u(x,y)=2\sqrt{x}+\sqrt{y},p_x=2,p_y=1,m=30$；$p_x'=1$.

(1) 求价格变化对商品 x 产生的斯勒斯基收入、替代效应；

(2) 求价格变化对商品 x 产生的希克斯收入、替代效应.

提示. 对于 *Varian* 教材中没有涉及的效用函数，首先要验证是否满足边际替代率递减规律.

解答. 首先验证效用函数 $u(x,y)=2\sqrt{x}+\sqrt{y}$ 是否满足边际替代率递减规律.

方法 1 商品 1,2 的边际效用分别为

$$MU_1=\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}=x^{-\frac{1}{2}}\quad 和\quad MU_2=\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}$$

从而边际替代率绝对值 $|MRS|=\left|\dfrac{MU_1}{MU_2}\right|=\dfrac{x^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}}}$，则 $\dfrac{\partial|MRS|}{\partial x}=-\dfrac{x^{-\frac{3}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}}<0$，满足边际替代率递减规律.

方法 2 $u_x = x^{-\frac{1}{2}}, u_y = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}, u_{xx} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}, u_{yy} = \frac{1}{4}y^{-\frac{3}{2}}, u_{xy} = 0$，从而

$$u_{xx}u_y^2 - 2u_{xy}u_xu_y + u_{yy}u_x^2 < 0 \Rightarrow \text{满足边际替代率递减规律.}$$

(1) 效用最大化问题

$$\max_{x,y} \quad 2\sqrt{x} + \sqrt{y}$$
$$s.t. \quad p_xx + p_yy = m$$

构造拉格朗日辅助函数 $L = 2\sqrt{x} + \sqrt{y} - \lambda(p_xx + p_yy - m)$，一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x} = x^{-\frac{1}{2}} - \lambda p_x = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}} - \lambda p_y = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = m - p_xx - p_yy = 0$$

解得 x, y 的需求函数分别为 $x = \dfrac{m}{p_x + \dfrac{p_x^2}{4p_y}}, y = \dfrac{m}{p_y + \dfrac{4p_y^2}{p_x}}$.

容易求得：$x_1 = \dfrac{m}{p_x + \dfrac{p_x^2}{4p_y}} = 10, y_1 = \dfrac{m}{p_y + \dfrac{4p_y^2}{p_x}} = 10, x_2 = \dfrac{m}{p_x' + \dfrac{(p_x')^2}{4p_y}} = 24$.

价格变动后，$m' = m + (p_x' - p_x)x_1 = 30 - 10 = 20$，则 $x_3 = \dfrac{m'}{p_x' + \dfrac{(p_x')^2}{4p_y}} = 16$.

所以商品 x 价格变动的三种效应

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 24 - 10 = 14 \begin{cases} \Delta x^s = x_3 - x_1 = 16 - 10 = 6 \\ \Delta x^n = x_2 - x_3 = 24 - 16 = 8 \end{cases}$$

(2) $u_1 = u(x_1, y_1) = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{y_1} = 3\sqrt{10}$. 支出最小化问题

$$\min_{x,y} \quad p_x'x + p_yy$$
$$s.t. \quad u(x,y) = 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = u_1$$

构造拉格朗日辅助函数 $L = p_x'x + p_yy - \lambda(2\sqrt{x} + \sqrt{y} - u_1)$. 一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x} = p_x' - \lambda x^{-\frac{1}{2}} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = p_y - \frac{\lambda}{2}y^{-\frac{1}{2}} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = u_1 - 2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

解得 $x = \left(\dfrac{2p_yu_1}{4p_y + p_x'}\right)^2$，则 $x_3 = 14.4$. 所以商品 x 价格变动的三种效应

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 24 - 10 = 14 \begin{cases} \Delta x^s = x_3 - x_1 = 14.4 - 10 = 4.4 \\ \Delta x^n = x_2 - x_3 = 24 - 14.4 = 9.6 \end{cases}$$ ■

二、斯勒茨基方程

(一) 一般的斯勒斯基方程

商品 1 价格变动的总效应、替代效应和收入效应分别为

$$\Delta x_1 = x_1(p_1', p_2, m) - x_1(p_1, p_2, m) \tag{1.3.1}$$

$$\Delta x_1^s = x_1(p_1', p_2, m') - x_1(p_1, p_2, m) \tag{1.3.2}$$

$$\Delta x_1^n = x_1(p_1', p_2, m) - x_1(p_1', p_2, m') \tag{1.3.3}$$

定义等式

$$\Delta x_1^s + \Delta x_1^n = \Delta x_1 \tag{1.3.4}$$

为**斯勒斯基方程**，其反映替代效应、收入效应和总效应之间的关系.

定义 Δx_1^m 为**负收入效应**[8]，具体来说

$$\Delta x_1^m = -\Delta x_1^n = x_1(p_1', p_2, m') - x_1(p_1', p_2, m) \tag{1.3.5}$$

则斯勒斯基方程 $\Delta x_1^s + \Delta x_1^n = \Delta x_1$ 变为

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m \tag{1.3.6}$$

为了更直观地体现价格变动对需求量的影响，在上式**(1.3.6)**两端同时除以 Δp_1，得到

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} \tag{1.3.7}$$

又因为 $\Delta m = m' - m = x_1 \Delta p_1 \Rightarrow \Delta p_1 = \dfrac{\Delta m}{x_1} \Rightarrow \dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} = \dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m / x_1} = \dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1$，则上式**(1.3.7)**变为

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 \tag{1.3.8}$$

称为**用变化率表示的斯勒斯基方程**. 其中

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} \tag{1.3.9}$$

是当**价格变动**，**收入保持不变时**的需求变动率，也就是**总效应**；

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} \tag{1.3.10}$$

是当**价格变动**，**收入调整到恰好使原先的消费束还能支付得起时**的需求变动率，也就是**替代效应**；

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m} x_1 \tag{1.3.11}$$

是**价格保持不变**和**收入作出调整时**的需求变动率，也就是**收入效应**. 其可以被分解为：由收入变动引起的需求变动 × 最初的需求水平. 当价格变动为 Δp_1 时，由收入效应引起的需求变动为

$$\Delta x_1^m = \underbrace{\frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m}}_{\text{由收入变动引起的需求变动}} \cdot \underbrace{x_1 \Delta p_1}_{\substack{\text{为使原先的消费束仍然}\\ \text{可行所必需的收入变动}} = \Delta m} \tag{1.3.12}$$

笔记. 变化率表示的斯勒斯基方程的各项中，分子分母同向变动，效应为正；反向变动，效应为负.

1. **正常商品**：替代效应为负，收入效应为负，总效应为负，公式表示为：$\underset{(-)}{\dfrac{\Delta x_1}{\Delta p_1}} = \underset{(-)}{\dfrac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}} - \underset{(-)}{x_1 \dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}$

[8]这样一来，如式**(1.3.5)**所示，负为收入效应 $m \to m'$ 过程的"末 − 初"，更符合通常对变化率的认识.

2. 低档商品: 替代效应为负, 收入效应为正, 总效应未定, 公式表示为: $\underset{(?)}{\dfrac{\Delta x_1}{\Delta p_1}} = \underset{(-)}{\dfrac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}} - \underset{(+)}{x_1\dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m}}$

(1) 若替代效应 $>$ 收入效应, 则总效应为负, 为**普通低档商品**;

(2) 若替代效应 $<$ 收入效应, 则总效应为正, 为**吉芬商品**.

> **定理 1.3.1.(需求法则)** 如果一种商品的需求随着收入的增加而增加 (**正常商品**), 那么这种商品的需求一定会随着价格的上升而下降 (**普通商品**). 这说明正常商品均为普通商品.

(二) 退税的福利分析

1974 年, **石油输出国组织 (OPEC) 对美国实行石油禁运**. OPEC 能使油轮几个星期内不进入美国港口. 美国薄弱的石油供给因此陷入混乱, 这件事严重地惊动了美国国会和美国总统, 许多旨在减少美国对外国石油的依赖程度的计划也随之被纷纷提出. 其中的一个计划是**提高汽油税**.

提高消费者使用汽油的成本通常会使他们**减少汽油的消费**, 而汽油消费减少又会**减少对外国石油的需求**. 但是, 直接提高汽油税会使消费者的钱包"受损", 而且这项计划本身在政治上也是行不通的.

因此, 有人建议, 通过汽油税从消费者那里征得的税收, 应该以直接货币支付的形式, 或者通过减少某些其他税的办法, **退还给消费者**. 更一般地, 在下述假设下讨论更一般化场合下政府退税的福利分析.

> **假设 1.3.1.** 政府的税收收入 = 商品的最终消费量 × 从量税 t.

> **假设 1.3.2.** 政府的征税行为和退税行为是**在一瞬间同时完成**的 (捆绑在一起的、不可分割的). 消费者对该政策的效果有预期, 并据征税行为和退税行为**发生后**的预算线进行决策.

按照征税后的消费量进行退税的福利分析

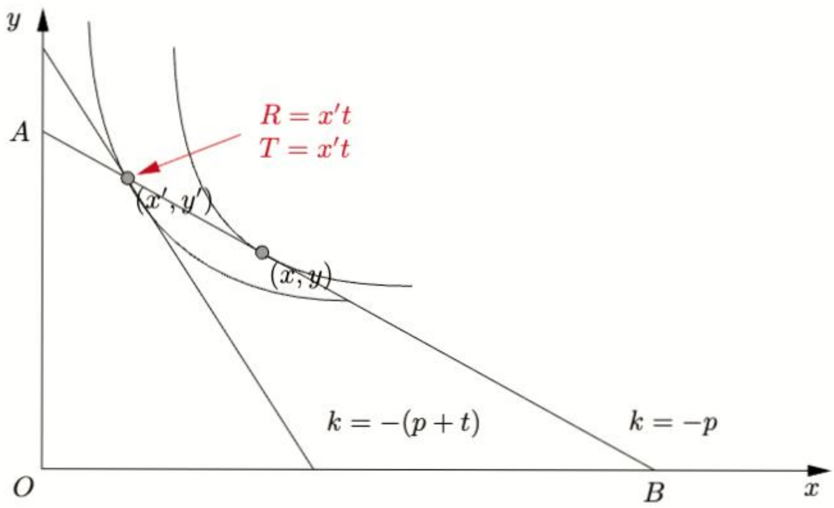


Figure 1.30: 按照征税后的消费量进行退税的福利分析

方法 1 某消费者对商品的初始消费量为 x, 其他商品的总支出为 y, 则初始预算约束为

$$px + y = m \tag{1.3.13}$$

若政府对该商品征从量税 t，使其价格从 p 上升至 $p'=p+t$，消费量减少为 x'，此时政府的税收收入为

$$R=x't=x'(p'-p) \tag{1.3.14}$$

此后，政府按照征税后的消费量进行退税 $T=x't$，消费束变为 (x',y')，其满足

$$(p+t)x'+y'=m+x't \tag{1.3.15}$$

式(1.3.15)整理得 $px'+y'=m$，即消费束 (x',y') 在初始预算线 AB 上，则由显示偏好原理知

$$(x,y)\succ(x',y')\Rightarrow U(x,y)>U(x',y') \tag{1.3.16}$$

故 (x,y) 所在的无差异曲线离远点更远，即该种税收政策使得消费者的**福利水平下降**.

方法 2 由斯勒斯基方程的微积分形式[9]，面对税收的少量变动，消费变动可以表示为

$$\mathrm{d}x=\frac{\partial x}{\partial p}t+\frac{\partial x}{\partial m}tx \tag{1.3.18}$$

其中，$\frac{\partial x}{\partial p}t$ 即**需求对价格变动的反应 × 价格变动量**，表示税收的价格效应；$\frac{\partial x}{\partial m}tx$ 即**需求对收入变动的反应 × 收入变动量**，收入增加的数量为税收收入退回给消费者的金额. 扩充上式

$$\mathrm{d}x=\frac{\partial x^s}{\partial p}t-\frac{\partial x}{\partial m}tx+\frac{\partial x}{\partial m}tx=\frac{\partial x^s}{\partial p}t \tag{1.3.19}$$

去掉收入效应，**剩下的全都是完全的替代效应**. 征收少量的税，再把税收退回给消费者，就如同**施加一种价格变动然后调整收入以使原先的消费束仍能支付得起**一样——只要税收足够小则导数近似有效.

按照征税前的消费量进行退税的福利分析

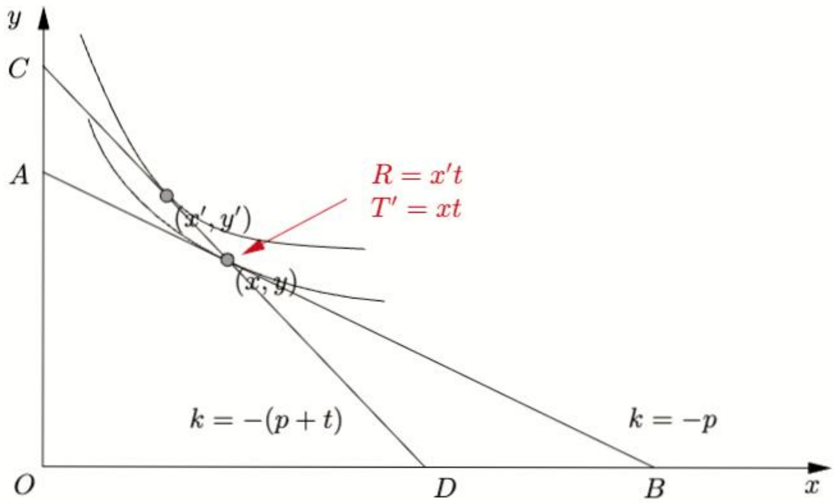


Figure 1.31: 按照征税前的消费量进行退税的福利分析

若政府按照征税前的消费量进行退税 $T=xt$，则消费束变为 (x',y')，其满足

$$(p+t)x'+y'=m+tx \tag{1.3.20}$$

式(1.3.13)整理得 $(p+t)x+y=m+tx$，即消费束 (x,y) 在最终预算线 CD 上，则由显示偏好原理知

$$(x',y')\succ(x,y)\Rightarrow U(x',y')>U(x,y) \tag{1.3.21}$$

故 (x',y') 所在无差异曲线离原点更远，即该种税收政策使得消费者的**福利水平上升**.

[9] 若初始价格组合为 $(\overline{p}_1,\overline{p}_2)$，初始消费束为 $(\overline{x}_1,\overline{x}_2)$，面对不同的价格组合 (p_1,p_2). 斯勒斯基方程的导数形式为

$$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,\overline{m})}{\partial p_1}=\frac{\partial x_1^s(p_1,p_2,\overline{x}_1,\overline{x}_2)}{\partial p_1}-\frac{\partial x_1(p_1,p_2,\overline{m})}{\partial m}\overline{x}_1 \tag{1.3.17}$$

三、禀赋收入下的斯勒斯基方程

(一) 禀赋收入下的预算约束

定义 1.3.6.(禀赋) 消费者进入市场前所拥有的商品数量，记为 (ω_1, ω_2).

定义 1.3.7.(总需求) 消费者对这种商品的**实际最终消费的**数量，记为 (x_1, x_2).

定义 1.3.8.(净需求) 消费者最终拥有的商品量与商品的初始禀赋之间的差额，记为 $(x_1-\omega_1, x_2-\omega_2)$.

消费者最终拥有的消费束的价值等于其初始禀赋的价值，从而其预算约束为

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2 \Rightarrow p_1(x_1-\omega_1) + p_2(x_2-\omega_2) = 0 \tag{1.3.22}$$

运用净需求的定义，上式还可以表示为

$$p_1(x_1-\omega_1) + p_2(x_2-\omega_2) = 0 \tag{1.3.23}$$

其中，若商品 1 的净需求 $(x_1-\omega_1)$ 为正，则称消费者是商品 1 的**净购买者**或**净需求者**；反之，则称消费者为商品 1 的**净销售者**或**净供给者**. 上式表明，消费者所购买商品的价值必定等于他所销售商品的价值.

性质 1.3.1. 禀赋束总是位于预算线上.

引入禀赋后，商品价格变动将引起"收入"变动. 对预算约束进行变形

$$x_2 = \frac{p_1\omega_1 + p_2\omega_2}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \tag{1.3.24}$$

由上式可见：预算线的斜率为 $-\dfrac{p_1}{p_2}$，并穿过禀赋点（如下图）.

- 当**禀赋**变动时，截距改变，在图形上表现为预算线平移；
- 当**商品价格**变动时，斜率改变，在图形上表现为预算线**绕禀赋点** (ω_1, ω_2) **旋转**.

笔记. *在由下图给出的特定的例子中，$x_1^* > \omega_1, x_2^* < \omega_2$，所以消费者是商品 1 的净购买者和商品 2 的净销售者. 通常，消费者既有可能是购买者，也有可能是销售者，这取决于两种商品的相对价格.*

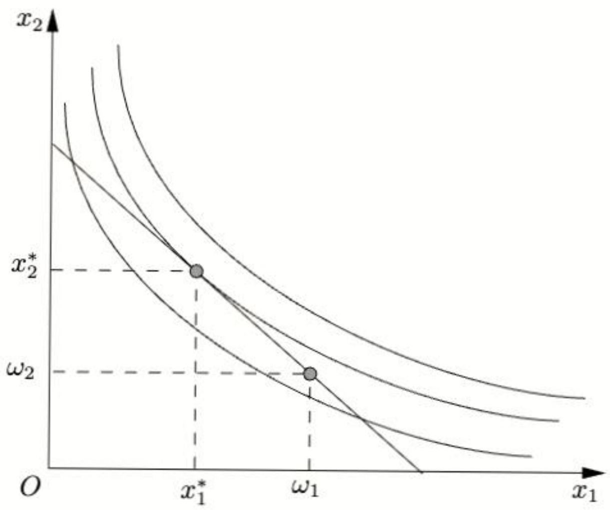


Figure 1.32: 禀赋预算线

（二）价格变动与消费者最优选择

$$
\textbf{分析框架}:\text{净需求 } e_1 = x_1 - \omega_1
\begin{cases}
e_1^1 > 0 \begin{cases} \xRightarrow{p_1\uparrow} \text{若}e_1^2 > 0\text{，则}u_A > u_B\text{；若}e_1^2 < 0\text{，则显示偏好原理不可用} \\ \xRightarrow{p_1\downarrow} \text{则必然有}e_1^2 > 0 \end{cases} \\
e_1^1 < 0 \begin{cases} \xRightarrow{p_1\uparrow} \text{则必然有}e_1^2 < 0 \\ \xRightarrow{p_1\downarrow} \text{若}e_1^2 < 0\text{，则}u_A > u_B\text{；若}e_1^2 > 0\text{，则显示偏好原理不可用} \end{cases}
\end{cases}
$$

消费者福利分析

消费者初始时为销售者（$x_1 < \omega_1$），价格下降后，若仍为销售者，则福利一定变小（$u_A > u_B$）；

消费者初始时为购买者（$x_1 > \omega_1$），价格上升后，若仍为购买者，则福利一定变小（$u_A > u_B$）.

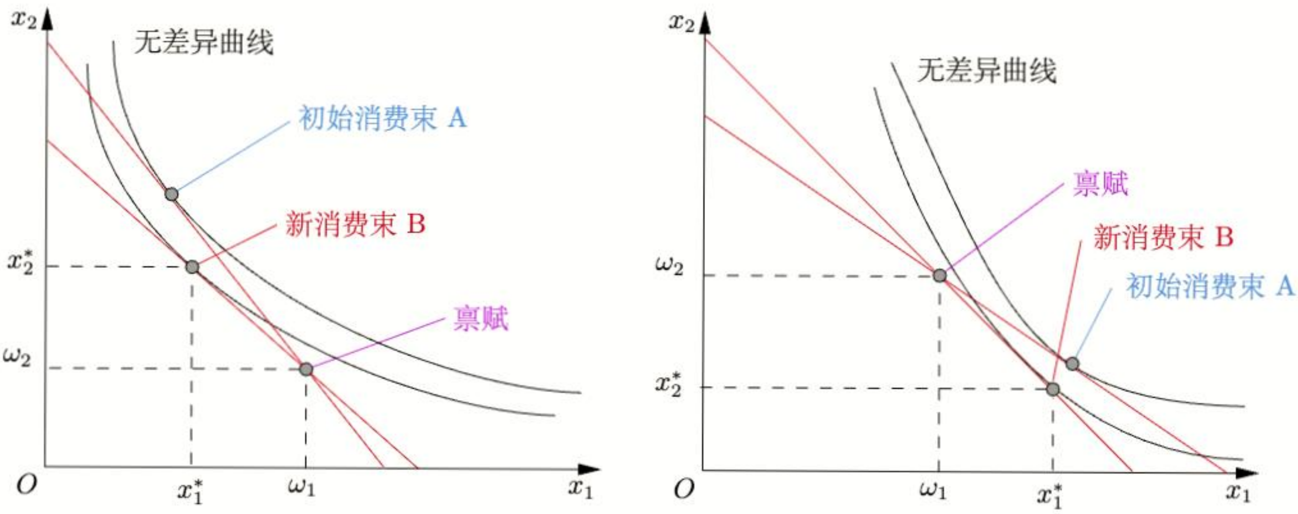


Figure 1.33: 消费者福利分析

消费者行为分析

消费者初始时为购买者（$x_1 > \omega_1$），价格下降后，仍为购买者（$x_1 > \omega_1$）；

消费者初始时为销售者（$x_1 < \omega_1$），价格上升后，仍为销售者（$x_1 < \omega_1$）.

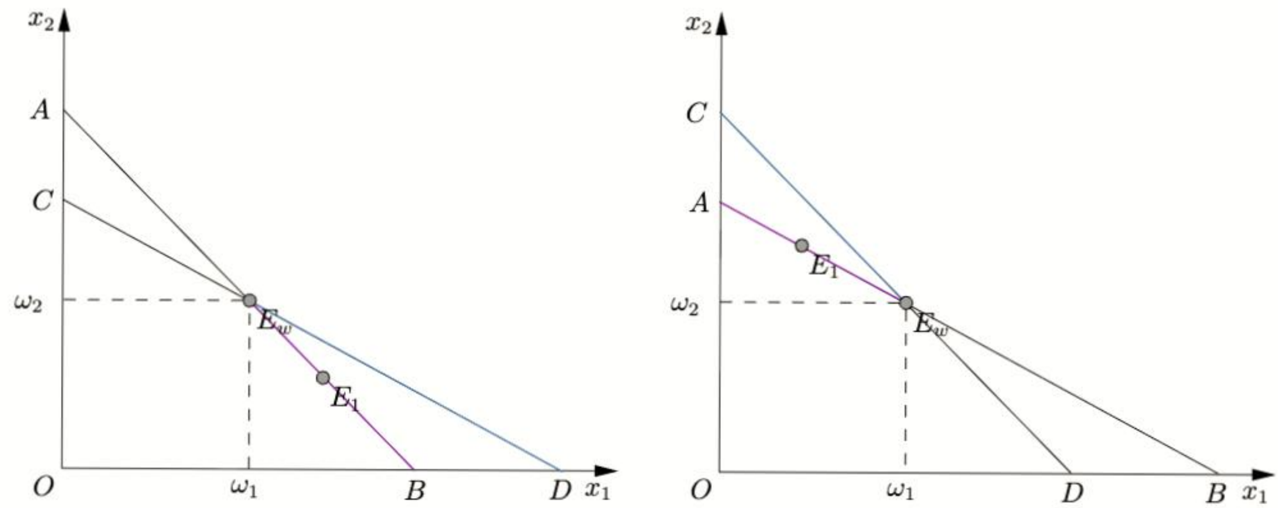


Figure 1.34: 消费者行为分析

（三）禀赋收入下的斯勒斯基方程

在一般的斯勒茨基方程中，收入效应仅归因于价格变动时实际购买力的变动；当引入禀赋后，价格变动时实际购买力的变动所致的收入效应，被分解为普通收入效应和禀贼收入效应，具体来说：

- **普通收入效应**：商品价格变动引起消费者实际收入水平变动，进而引起的商品需求量的变动.
- **禀赋收入效应**：商品价格变动导致禀赋价值的变动，从而引起实际收入水平变动，进而引起...

为了刻画禀赋收入效应的影响，用变化率表示的斯勒斯基方程在原形式的基础上被修正为

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}=\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}-x_1\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}+\text{禀赋收入效应} \tag{1.3.25}$$

其中，类似一般收入效应，禀赋收入效应 = **价格变动引起的收入变动** × **收入变动引起的需求变动**. 又由于

$$m=p_1\omega_1+p_2\omega_2\Rightarrow\frac{\Delta m}{\Delta p_1}=\omega_1$$

因此禀赋收入效应可以表示为 $\dfrac{\Delta m}{\Delta p_1}\cdot\dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m}=\omega_1\dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$，最终可得**修正的斯勒斯基方程**的完整表达式

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}=\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}+(\omega_1-x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \tag{1.3.26}$$

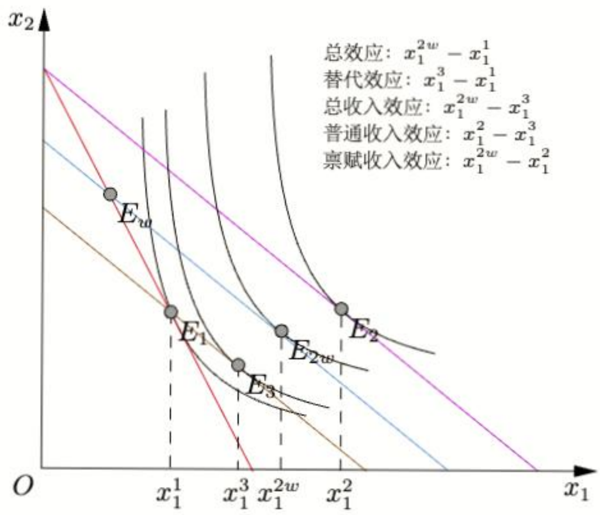


Figure 1.35: 修正的斯勒斯基方程

笔记.

1. 禀赋收入效应的方向之所以为 $x_1^2\to x_1^{2w}$，是因为当商品价格下降时，由于禀赋价值随之下降，故总的货币收入也相应下降，从而使预算线向内移动并穿过禀赋点 E_w.
2. 假设一种商品为**正常商品**，如果消费者一开始为**净需求者**，则商品价格上升后其会减少该商品的需求.

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}=\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}+(\omega_1-x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \tag{1.3.27}$$

$$(-)\qquad(-)\qquad\quad(-)\quad(+)$$

如果消费者一开始为**净供给者**，则商品价格上升后其会对该商品需求的变化无法确定.

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}=\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}+(\omega_1-x_1)\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \tag{1.3.28}$$

$$(?)\qquad(-)\qquad\quad(+)\quad(+)$$

例 1.3.7(2020-央财 803 改编)

某农户生产 2 种粮食作物，初始禀赋为 $(\omega_1,\omega_2)=(100,100)$，这些粮食作物可以拿到市场上卖或自己消费，市场价格为 $(p_1,p_2)=(10,20)$，农户的效用函数 $u(x_1,x_2)=x_1+x_2$. 若市场价格变为 $(p_1',p_2)=(15,20)$[a]，求粮食作物 1 价格变动的替代效应、普通收入效应和禀赋收入效应.

[a]原题中，市场价格变为 $(25,20)$.

提示. 考虑禀赋的情况下，总效应的分解与不考虑的情况类似，求出前后四个需求量即可.

解答. 约束效用最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad u(x_1,x_2)=x_1+x_2$$
$$s.t. \quad p_1x_1+p_2x_2=m$$

非约束效用最大化问题

$$\max_{x_1} \quad \left(1-\frac{p_1}{p_2}\right)x_1+\frac{m}{p_2}$$

从而商品 1 的需求函数

$$x_1=\begin{cases}\dfrac{m}{p_1}, & \dfrac{p_1}{p_2}<1\\ \text{介于0和}\dfrac{m}{p_1}\text{之间的任何数量}, & \dfrac{p_1}{p_2}=1\\ 0, & \dfrac{p_1}{p_2}>1\end{cases}$$

在价格组合 $(10,20)$ 和禀赋束 $(100,100)$ 下，$\dfrac{p_1}{p_2}=\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}<1$，禀赋价值为

$$p_1\omega_1+p_2\omega_2=10\times100+20\times100=3000\Rightarrow x_1^1=\frac{p_1\omega_1+p_2\omega_2}{p_1}=\frac{3000}{10}=300$$

在价格组合 $(15,20)$ 和原禀赋价值 3000 下，$\dfrac{p_1}{p_2}=\dfrac{15}{20}=\dfrac{3}{4}<1$

$$x_1^2=\frac{p_1\omega_1+p_2\omega_2}{p_1'}=\frac{3000}{15}=200$$

在价格组合 $(15,20)$ 和禀赋束 $(100,100)$ 下，禀赋价值为

$$p_1'\omega_1+p_2\omega_2=15\times100+20\times100=3500\Rightarrow x_1^{2w}=\frac{p_1'\omega_1+p_2\omega_2}{p_1'}=\frac{3500}{15}\approx233$$

在价格组合 $(15,20)$ 和初始需求束 $(300,0)$ 下，总价值

$$p_1'x_1+p_2x_2=15\times300+20\times0=4500\Rightarrow x_1^3=\frac{p_1'x_1+p_2x_2}{p_1'}=\frac{4500}{15}=300$$

所以商品 1 的总效应、替代效应、总收入效应、普通收入效应和禀赋收入效应分别为

$$\Delta x_1=x_1^{2w}-x_1^1=-67\begin{cases}\Delta x_1^s=x_1^3-x_1^1=0\\ \Delta x_1^n=\Delta x_1-\Delta x_1^s=-67\begin{cases}\Delta x_1^{n-IE}=x_1^2-x_1^3=-100\\ \Delta x_1^{n-EE}=x_1^{2w}-x_1^2=33\end{cases}\end{cases}$$ ■

四、劳动供给决策

(一) 劳动供给的预算约束

假设不论消费者是否工作，最初他都拥有某些货币收入 M，称为消费者的**非劳动收入**. 令 C 表示消费者的消费量，p 为消费价格，w 为工资率，L 劳动的供给量，就得到以下形式的预算约束

$$pC = M + wL \tag{1.3.29}$$

这表明消费者消费的价值一定等于他的**非劳动收入和劳动收入之和**. 将上式移项可得

$$pC - wL = M \tag{1.3.30}$$

进一步，若令 $\overline{L}$ 表示**劳动时间的最大量**，并在上式的两边分别加上 $w\overline{L}$，得到

$$pc + w(\overline{L} - L) = M = w\overline{L} \tag{1.3.31}$$

再定义 $\overline{C} = \dfrac{M}{p}$ 为消费者根本不劳动时所拥有的消费量，即**消费品禀赋**，则有

$$pC + w(\overline{L} - L) = p\overline{C} + w\overline{L} \tag{1.3.32}$$

在上式中，再令变量 $R = \overline{L} - L$ 表示"**闲暇**"，即不劳动的时间，则能享受的最大闲暇是 $\overline{R} = \overline{L}$

$$pC + wR = p\overline{C} + w\overline{R} \tag{1.3.33}$$

该式表明，消费者**消费的价值加上闲暇的价值**，必定等于他的**消费品禀赋价值与按工资率定价的时间禀赋的价值之和**. 因此，工资率不仅是劳动的价格，还是**闲暇的价格**，即其机会成本.

有时，这个预算约束的右边部分也称作消费者的**完全收入**或**隐含收入**，其度量的是消费者的**消费品禀赋和时间禀赋**. 它与消费者的**已评定的收入**不同，后者只是他提供一部分时间所得到的收入.

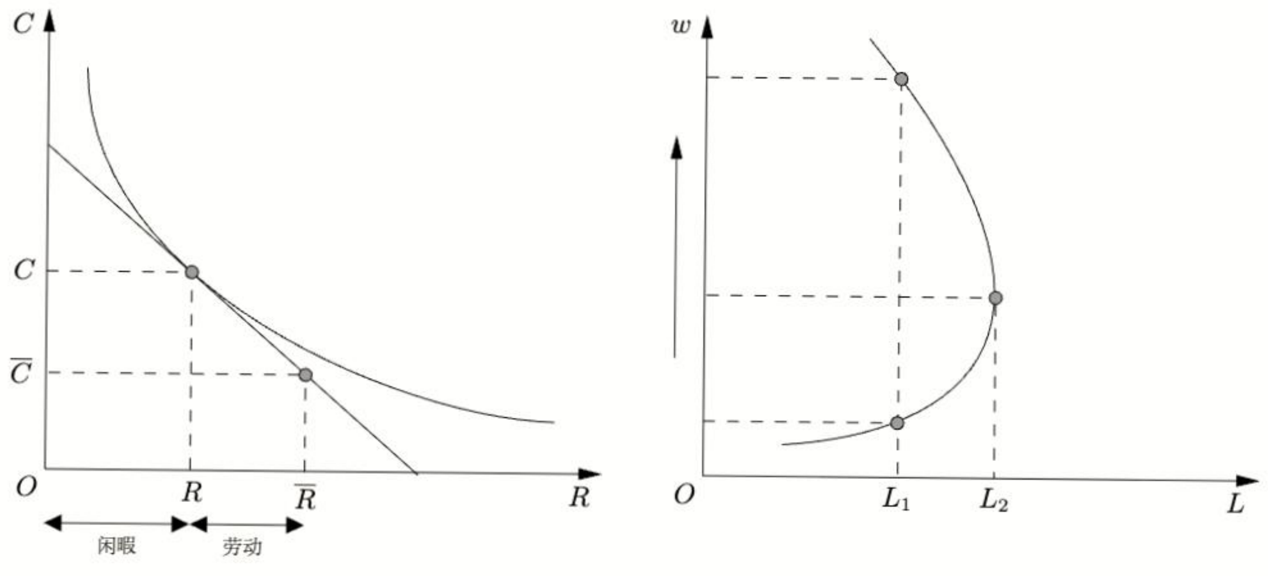


Figure 1.36: 劳动供给与劳动供给曲线

(二) 劳动供给的比较静态分析

假定闲暇是一种**正常商品**. 消费者的工资率增加时会对其劳动供给产生两种效应：**工作报酬上升；闲暇消费的成本增加**. 运用收入效应和替代效应的概念及斯勒茨基方程，可以将这些效应进行单独分析.

修正的斯勒斯基方程为

$$\frac{\Delta R}{\Delta w}=\frac{\Delta R^s}{\Delta w}+(\overline{R}-R)\frac{\Delta R}{\Delta m}$$
$$(?)\qquad(-)\qquad(+)\ (+)$$

其中，**替代效应显然为负**. 由于闲暇为正常商品，所以 $\frac{\Delta R}{\Delta m}>0$；又因为 $\overline{R}-R>0$，则 $(\overline{R}-R)\frac{\Delta R}{\Delta m}>0$，即**收入效应为正**. 因而**总效应的正负性无法确定**，需要进一步地分类讨论：

- 当工资率 w 较低时，替代效应 > 收入效应[10]，此时总效应为负，工资率 w 与闲暇 R 呈反向变动关系，w 上升时 R 减少，相应地，劳动供给量 $L=\overline{L}-R$ 上升；
- 当工资率 w 较高时，替代效应 < 收入效应，此时总效应为正，工资率 w 与闲暇 R 呈同向变动关系，w 上升时 R 上升，相应地，劳动供给量 $L=\overline{L}-R$ 下降.

综上，闲暇为正常品时，由斯勒斯基方程分析知**劳动供给曲线的斜率先正后负，呈向后弯曲形状**[11].

（三）加班与劳动供给

假设某工人的工资率为 w，愿意提供的劳动量为 $L^*=\overline{R}-R^*$. 为了使该工人提供更多的劳动时间

$$L=\overline{L}-R>L^*=\overline{L}-R^*\Rightarrow R<R^* \tag{1.3.34}$$

公司考虑以下两种方式：增加**额外工作时间**的工资，或增加**全部工作时间**的工资.

- 若公司对他的额外工作时间支付**加班工资**$w'(w'>w)$，则其预算线由 MN 变为 $P-E-N$：
  - 在 EN 段上，E 点处该工人的效用大于任何异于该点的点的效用，故为最优选择点；
  - 在 PE 段上，若最优选择点为 E_1，则 $MRS_{RC}(E_1)=k_{PE}$. 又因为 E 点处满足 $MRS_{RC}(E)=k_{EN}$，所以二者是相异的两点，从而点 E_1 位于 PE 段内部，此时闲暇 $R_{E_1}<R^*$.
- 若公司增加他全部工作时间的工资，则由向后弯曲的劳动供给曲线可知，工资率 w 与劳动供给 L（及闲暇 R）的关系是不确定的，因而该方案不一定能够增加工人的劳动供给（例如 E_2 点）.

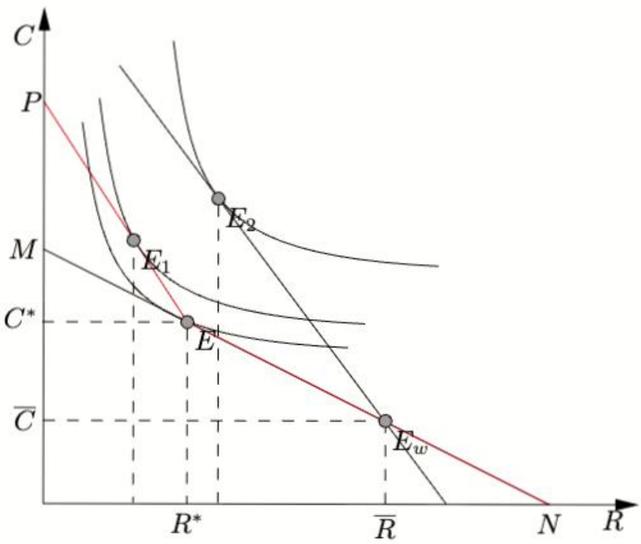


Figure 1.37: 加班与劳动供给

[10]当工资率较低时，劳动者的初始收入也较低. 此时，工资上升带来的收入增加相对较小，因此收入效应较弱.
[11]央财 801 和 803 的历年真题多次通过画图题或计算题对该结论进行考查，最近一次出现在 2024 年央财 801 真题的画图题中.

例 1.3.8(2023-央财 803)

工厂提供两种工作薪酬制度，在 A 制度下，不论是否加班，每小时固定薪酬为 10 美元；在 B 制度下，每周工作时间在 40 小时以内，每小时固定薪酬为 8 美元，超出 40 小时的部分，每小时工资为 12 美元. 假设玛丽和汤姆每周工作和闲暇的总时间均为 80 小时，并没有其他收入来源. 玛丽选择了 A 制度，汤姆选择了 B 制度，用 C 代表每周消费支出，R 代表每周闲暇时间，他们的效用函数均为 $u = C^5R^3$.

(1) 计算出玛丽每周选择的工作时间；

(2) 计算出汤姆每周选择的工作时间；

(3) 请问玛丽和汤姆是否应该更改工作制度.

解答. 效用最大化问题

$$\max_{C,R} \quad u(C,R) = C^5R^3$$

$$s.t. \quad pC + wR = p\overline{C} + w\overline{R}$$

消费和闲暇的需求函数分别为 $C = \frac{5}{8} \cdot \frac{p\overline{C} + w\overline{R}}{p}, R = \frac{3}{8} \cdot \frac{p\overline{C} + w\overline{R}}{w}$.

(1) 玛丽的预算线为 $C + 10R = 800$，则其每周选择的工作时间

$$L^* = 80 - R^* = 80 - \frac{3}{8} \times \frac{800}{10} = 80 - 30 = 50$$

(2) 汤姆的预算线为 $\begin{cases} C + 12R = 800, & 0 \le R \le 40 \\ C + 8R = 640, & 40 < R \le 80 \end{cases}$，分类讨论如下：

- 当 $0 \le R \le 40$ 时，其每周选择的工作时间

$$L^* = 80 - R^* = 80 - \frac{3}{8} \times \frac{800}{12} = 80 - 25 = 55$$

  且 $R^* = 25$ 满足前提条件 $0 \le R \le 40$.

- 当 $40 < R \le 80$ 时，其每周选择的工作时间

$$L^* = 80 - R^* = 80 - \frac{3}{8} \times \frac{640}{8} = 80 - 30 = 50$$

  但 $R^* = 30$ 不满足前提条件 $40 < R \le 80$.

因此，汤姆每周选择的工作时间为 55.

(3) 玛丽的效用水平为

$$u_{\text{玛丽}} = C^5R^3 = (800 - 10R)^5 \times 10^3 = 500^5 \times 30^3$$

汤姆的效用水平为

$$u_{\text{汤姆}} = C^5R^3 = (800 - 12R)^5 \times 25^3 = 500^5 \times 25^3$$

显然 $u_{\text{玛丽}} > u_{\text{汤姆}}$，故玛丽不应该改变工作制度，汤姆应该改变工作制度. ■

第四节 跨时期选择

一、跨时期预算约束及最优选择

（一）跨时期选择的预算约束

假设某消费者要对**某种商品**在**两个时期**的消费量作出选择. 令 (c_1, c_2) 表示这种商品在**每个时期的消费量**，并假定它在每个时期的消费价格都恒等于 1；令 (m_1, m_2) 表示该消费者在**每个时期所拥有的货币量**.

最初，假设消费者将货币从时期 1 转移到时期 2 的唯一途径是通过不生利息的储蓄. 假设他不可能借到货币，所以他在时期 1 最多只能花费 m_1. 此时，消费者存在两种可能的选择：

- 按 (m_1, m_2) 进行消费，即在每个时期他**恰好消费掉他同期的收入**；
- 时期 1 的消费低于他同期的收入（$c_1 < m_1$），即**为时期 2 的消费而牺牲他在时期 1 的某些消费**.

现在，**假设消费者可以按某个利率 r 借贷货币**. 若消费者决定做一个**储蓄者**，则其在时期 1 的消费 $c_1 <$ 同期的收入 m_1，储蓄 $m_1 - c_1$ 使其可以按利率 r 获得利息. 他在时期 2 能够消费的数量为

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1) = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1) \tag{1.4.1}$$

上式表明其在时期 2 能够消费的数量等于同期的收入加上时期 1 的储蓄，再加上他因储蓄而获得的利息.

类似地，若消费者决定做一个**借款者**，则其在时期 1 的消费 $c_1 >$ 同期的收入 m_1，借款 $c_1 - m_1$ 使其需要按利率 r 支付利息. 他在时期 2 能够消费的数量为

$$c_2 = m_2 - r(c_1 - m_1) - (c_1 - m_1) = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1) \tag{1.4.2}$$

该式的化简结果与前式相同. 如果 $m_1 - c_1$ 为正值，消费者将**因储蓄而获得利息**；如果 $m_1 - c_1$ 为负值，消费者将**因借款而支付利息**；如果 $m_1 = c_1$，则必有 $m_2 = c_2$，这种消费状况被称为**波洛尼厄斯点**.

将上述的消费者预算约束重新排列，得到以下两种形式

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2 \tag{1.4.3}$$

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} \tag{1.4.4}$$

称式**(1.4.3)**为**终值预算约束**，式**(1.4.4)**为**现值预算约束**.

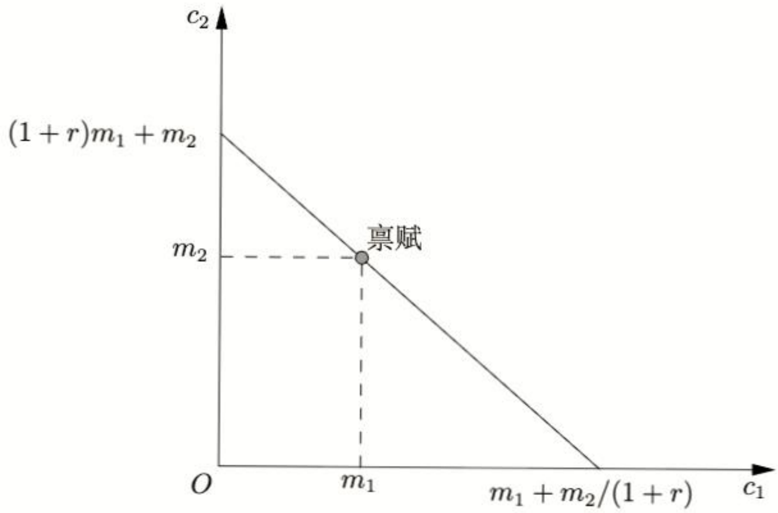


Figure 1.38: 现值和终值

（二）最优的跨时期消费选择

效用最大化问题

$$\max_{c_1,c_2} \quad u(c_1,c_2) \tag{1.4.5}$$

$$s.t. \quad c_1+\frac{c_2}{1+r}=m_1+\frac{m_2}{1+r} \tag{1.4.6}$$

类似地，构造拉格朗日函数并令一阶条件为 0 可解得最优的跨期消费选择 (c_1^*,c_2^*).

与一般效用最大化问题不同的是，在求得最优的跨期消费选择后，需要考虑是否存在借贷约束. **若不存在借贷约束**（既可以是储蓄者，也可以是借款者），则**均衡解即为消费者最优选择**；**若存在借贷约束**（不可以是借款者），若 $c_1^*>m_1$（如下图 EC 段所示），则最优的跨期消费选择为 (m_1,m_2).

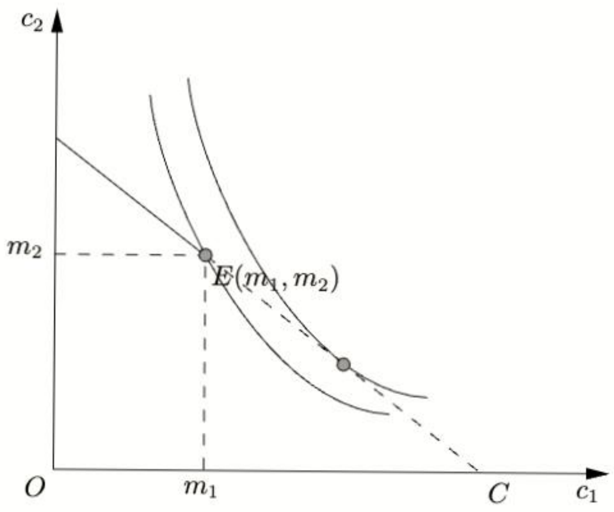


Figure 1.39: 借贷约束

例 1.4.1(2025-央财 801)

一位消费者的跨期效用函数为 $u(c_1,c_2)=c_1^{0.4}c_2^{0.6}$，假设利率为 20%. 他第 1 期的收入是 200 元，第 2 期的收入是 480 元. 请计算：

(1) 最优的跨期消费选择；

(2) 如果他第 1 期的收入上升了 100 元，他第 1 期和第 2 期的消费会变化多少?

解答. **(1)** 设两期的收入和利率分别为 m_1,m_2,r，则预算约束为 $c_1+\dfrac{c_2}{1+r}=m_1+\dfrac{m_2}{1+r}$

效用最大化问题 $\begin{aligned}&\max_{c_1,c_2} \quad u(c_1,c_2)=c_1^{0.4}c_2^{0.6}\\ &s.t. \quad c_1+\frac{c_2}{1+r}=m_1+\frac{m_2}{1+r}\end{aligned}$

由结论知需求函数分别为 $c_1=\dfrac{2}{5}\left(m_1+\dfrac{m_2}{1+r}\right),\dfrac{c_2}{1+r}=\dfrac{3}{5}\left(m_1+\dfrac{m_2}{1+r}\right)$,

将 $m_1=200,m_2=480,r=20\%$ 代入上式，解得最优的跨期消费选择为 $c_1^*=240,c_2^*=432$.

(2) 将 $m_1=300,m_2=480,r=20\%$ 代入上式，解得最优的跨期消费选择为 $c_1^*=280,c_2^*=504$,

则第 1 期的消费变化了 $280-240=40$，第 2 期的消费变化了 $504-432=72$. ■

例 1.4.2(2016-南开 832)

假设消费者面对如下跨期选择. 消费者共生存两期，第一期收入为 Y_1，消费为 C_1，第二期收入为 Y_2，消费为 C_2. 消费者初始财富和终止财富均为 0，消费者第一期可选择储蓄 S，以用于第二期消费. 若 S 为负，则表示第一期借款，第二期还款. 储蓄或借款的利息率为 r，在此约束下，消费者欲实现其一生效用最大化. 假设其一生的效用函数为 $U(C_1, C_2) = \dfrac{C_1^{1-\theta}}{1-\theta} + \dfrac{1}{1+\rho}\dfrac{C_2^{1-\theta}}{1-\theta}$，其中，$\rho \geq 0$ 为第二期效用的折现率，$0 < \theta < 1$ 为相对风险回避系数.

(1) 假设 $r = 0$，写出该消费者的最优消费额 C_1^* 和 C_2^* 的表达式；

(2) 假设 $r = \rho > 0$，写出该消费者的最优消费额 C_1^* 和 C_2^* 的表达式.

解答. 消费者的均衡条件为 $\dfrac{MU_1}{MU_2} = \dfrac{p_1}{p_2} \Rightarrow \dfrac{C_1^{-\theta}}{\frac{1}{1+\rho}C_2^{-\theta}} = 1 + r \Rightarrow C_2 = \left(\dfrac{1+r}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\theta}} C_1$，

将上式代入预算约束 $C_1 + \dfrac{C_2}{1+r} = Y_1 + \dfrac{Y_2}{1+r}$，解得消费者最优选择

$$C_1^* = \frac{Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}}{1 + (1+r)^{\frac{1}{\theta}-1}(1+\rho)^{-\frac{1}{\rho}}}, \quad C_2^* = \frac{(1+r)Y_1 + Y_2}{1 + (1+r)^{1-\frac{1}{\theta}}(1+\rho)^{\frac{1}{\rho}}}$$

(1) 当 $r = 0$ 时，$C_1^* = \dfrac{Y_1 + Y_2}{1 + (1+\rho)^{-\frac{1}{\rho}}}, C_2^* = \dfrac{Y_1 + Y_2}{1 + (1+\rho)^{\frac{1}{\rho}}}$.

(2) 当 $r = \rho > 0$ 时，$C_1^* = \dfrac{(1+\rho)Y_1 + Y_2}{2+\rho}, C_2^* = \dfrac{(1+\rho)Y_1 + Y_2}{2+\rho}$. ■

二、比较静态分析

(一) 收入变动对消费的影响

假定两期消费的均为正常品. 随着收入增加，预算线外移，两期消费均提高. 可见，消费者把收入变动分摊在两个时期的消费上，对消费的考量不单纯取决于现期收入，而是**取决于现期与未来收入的现值**.

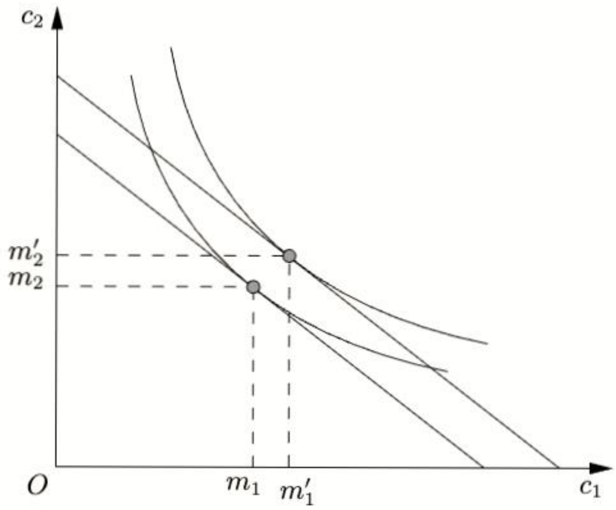


Figure 1.40: 收入变动对消费的影响

(二) 实际利率变动对消费的影响

消费者初始时为贷款者（$c_1 < m_1$），利率下降后，若仍为储蓄者，则福利一定变小；

消费者初始时为借款者（$c_1 > m_1$），利率上升后，若仍为贷款者，则福利一定变小.

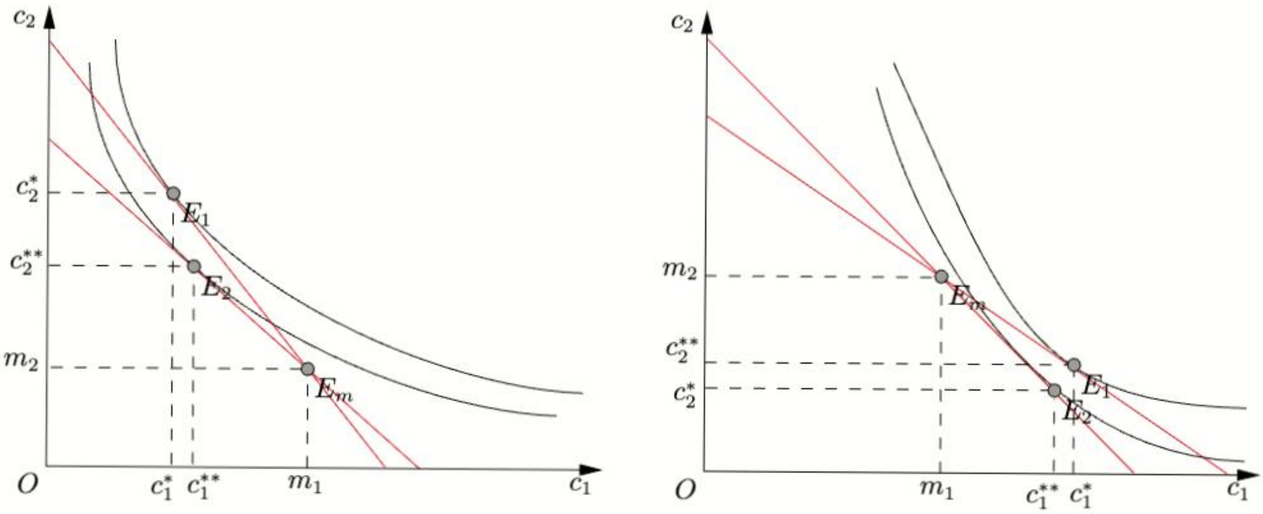


Figure 1.41: 消费者福利分析

消费者初始时为借款者（$c_1 > m_1$），利率下降后，仍为借款者（$c_1 > m_1$）；

消费者初始时为贷款者（$c_1 < m_1$），价格上升后，仍为贷款者（$c_1 < m_1$）.

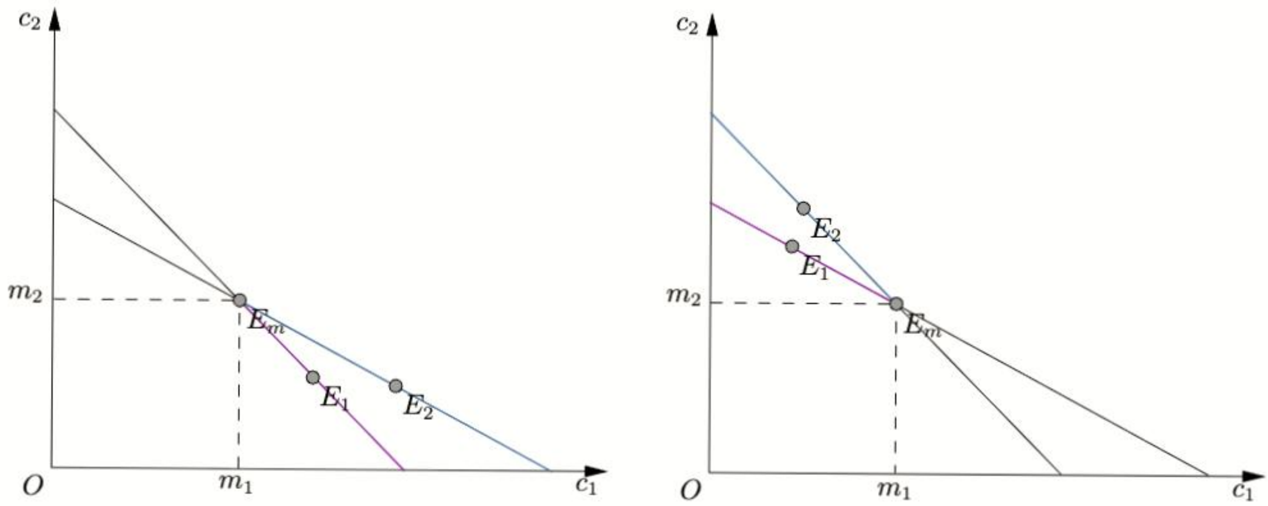


Figure 1.42: 消费者行为分析

(三) 斯勒斯基方程和跨时期选择

记时期 1 的消费价格 $p_1 = 1 + r$，则斯勒斯基方程为

$$\underset{(?)}{\frac{\Delta c_1}{\Delta p_1}} = \underset{(-)}{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1}} + \underset{(?)}{(m_1 - c_1)}\underset{(+)}{\frac{\Delta c_1^m}{\Delta_m}} \tag{1.4.7}$$

假设该时期消费的是正常商品，则替代效应为负

- 若消费者为**借款者**，则 $m_1 - c_1 < 0$，此时收入效应 < 0，总效应为负；
- 若消费者为**贷款者**，则 $m_1 - c_1 > 0$，此时收入效应 > 0，总效应的正负性不确定.

第五节 不确定性与风险

一、不确定性与风险

所谓的**不确定性**，是指经济行为者事先不能准确地知道自己的某个决策的结果，或者说，经济行为者的一个决策的可能结果不止一种. 消费者在知道自己的某种行为决策的各种可能结果的同时，如果消费者还知道各种可能的结果发生的概率，则可以称这种不确定的情况为**风险**.

（一）不确定性的相关概念

定义 1.5.1.(期望效用函数) 消费者在不确定条件下可能得到的各种结果的效用的加权平均数.

定义 1.5.2.(期望值的效用) 把期望值代入效用函数所得结果即为期望值的效用.

例如，对于一张彩票 $L=(p;w_1,w_2)$ 来说，彩票的期望效用函数为

$$E[u(p;w_1,w_2)]=pu(w_1)+(1-p)u(w_2) \tag{1.5.1}$$

其中，$p,1-p$ 分别为 w_1,w_2 发生的概率. 彩票期望值的效用为

$$u[E(w)]=u(p_1w_1+p_2w_2) \tag{1.5.2}$$

（二）消费者的风险偏好

消费者对待风险的态度可以分为三类：**风险厌恶**、**风险偏好**和**风险中性**. 可以根据期望效用 $E[u(w)]$ 和期望值的效用 $u[E(w)]$ 之间的大小关系对三种类型的消费者进行判别.

二者关系	含义	风险偏好
$u[E(w)]>E[u(w)]$	财富期望值的效用大于期望效用	风险厌恶者
$u[E(w)]<E[u(w)]$	财富期望值的效用大于期望效用	风险偏好者
$u[E(w)]=E[u(w)]$	财富期望值的效用大于期望效用	风险中性者

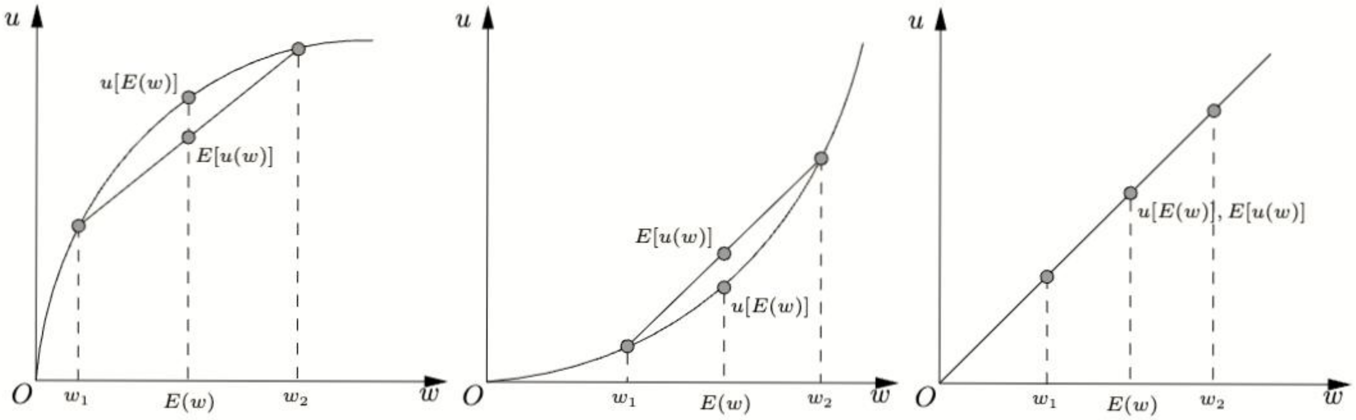


Figure 1.43: 风险厌恶、风险偏好与风险中性

期望效用函数在考虑风险的同时**也顾及不同人进行经济活动时的风险偏好**，因此当期望效用大于期望值的效用时，即为风险偏好. 另一方面，也可以更数理地利用效用函数对消费者的风险态度进行判别. 具体来说，**阿罗—普拉特绝对风险厌恶程度**用效用函数的二阶导数和一阶导数的比率来计算[12]

$$ARA = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = -\frac{\mathrm{d}\ln u'(w)}{\mathrm{d}w} \tag{1.5.3}$$

ARA 为正，表明具有此效用函数的投资者或消费者是风险厌恶者；ARA 为负，表明具有此效用函数的投资者或消费者是风险偏好者；ARA 为 0，表明具有此效用函数的投资者或消费者是风险中性者.

二、保险决策模型

（一）模型假定

假设 1.5.1. **风险厌恶**的消费者起初拥有 w 的财富，他有可能遭受 l 的损失，损失的概率为 π.

假设 1.5.2. 购买金额 k 的保险需要支付 γk 的保险费（γ 即保险费率）.

假设 1.5.3. 通过出售保险合同，保险公司正好做到盈亏平衡（期望利润为零）.

（二）模型构建

保险人的决策模型：保险人的期望利润

$$P = \pi(\gamma k - k) + (1-\pi)\gamma k = (\gamma - \pi)k \tag{1.5.4}$$

由于其期望利润为零，从而 $\gamma = \pi$，即**保险费率等于投保人损失的概率**.

投保人的决策模型：投保人的期望效用函数

$$E(u) = \pi u(w - l + k - \gamma k) + (1-\pi)u(w - \gamma k) \tag{1.5.5}$$

一阶条件

$$\frac{\partial E(u)}{\partial k} = (1-\gamma)\pi u'(w - l + k - \gamma k) - \gamma(1-\pi)u'(w - \gamma k) = 0 \tag{1.5.6}$$

$$\Rightarrow (1-\gamma)\pi u'(w - l + k - \gamma k) = \gamma(1-\pi)u'(w - \gamma k) \tag{1.5.7}$$

将保险人的决策 $\gamma = \pi$ 代入上式，进一步得到

$$u'(w - l + k - \pi k) = u'(w - \pi k) \tag{1.5.8}$$

若再假设**一阶条件 u' 具有单调性**，即得到 $k = l$. 验算二阶条件

$$\frac{\partial^2 E(u)}{\partial k^2} = (1-\pi)\pi[(1-\pi)u''(w - l + k - \pi k) + \pi u''(w - \pi k)] \tag{1.5.9}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 E(u)}{\partial k^2}\Big|_{k=l} = (1-\pi)\pi u''(w - \pi l) < 0 \tag{1.5.10}$$

故 $k = l$ 实现了投保人的期望效用最大化. 因此，**投保人会对可能遭受的损失全额投保**.

[12]也可以简单地利用二阶导（凹凸性）进行判断.

例 1.5.1(2016-央财 803)

假定一个人是严格风险规避型的，拥有初始财富 w，但是也有概率为 π 的可能性损失 d 元钱. 然而，他可以购买保险. 一份保险的保费是 q 元钱；如果损失发生，赔偿 1 元钱. 他的效用定义在其财富水平上，函数记为 u，购买保险的数量（份数）为 α.

(1) 写出这个人的期望效用最大化问题；

(2) 假设在最优点处 $\alpha > 0$. 写出这个优化问题的一阶条件；

(3) 假定保险在精算上是公平的，即购买保险的成本等于它带来的预期收益. 请找到最优的保险购买数量 α^*.

假定这个人为他的汽车投了保险，而且他每周一次驾车去永和大王吃油条. 他在停车的时候有两个选择：一是熄火锁车，但是再启动需要他费更多的功夫（车太旧了!），**我们用 e 来测量他费的功夫**；当他在饭店里时，有概率 $\pi(e)$ 的可能性车被偷走. 二是不熄火（因此不需要费任何功夫），他有 $\pi(0)$ 的可能车被偷走，而且 $\pi(0) > \pi(e)$.

(4) 假定他购买了 (3) 中同样数量的保险. 证明他总是选择不熄火；

(5) 假定需求函数 $u(x) = \ln(x)$. 证明：为了让他选择熄火，购买保险的数量 $\alpha < d$.

解答. (1) 期望效用最大化问题

$$\max \quad E(u) = \pi u(w - d - \alpha q + \alpha) + (1 - \pi)u(w - \alpha q)$$

(2) 一阶条件

$$\frac{\partial E(u)}{\partial \alpha} = \pi(1 - q)u'(w - d - \alpha q + \alpha) + (1 - \pi)(-q)u'(w - \alpha q)$$

(3) 若保险在精算上是公平的，则保险人的期望收益

$$P = \pi(q\alpha - \alpha) + (1 - \pi)q\alpha = (q - \pi)\alpha = 0 \Rightarrow q = \pi$$

代入一阶条件可得

$$u'(w - d - \alpha q + \alpha) = u'(w - \alpha q) \Rightarrow w - d - \alpha q + \alpha = w - \alpha q \Rightarrow -d + \alpha = 0 \Rightarrow \alpha^* = d$$

(4) 记车被偷走和没被偷走时，该被保险人的效用分别为

$$u_s = u(w - d - \alpha q + \alpha) \quad 和 \quad u_n = u(w - \alpha q)$$

则当其选择熄火时，期望效用为

$$E(u_1) = \pi(e)u_s + [1 - \pi(e)](u_n - e)$$

当其选择不熄火时，期望效用为

$$E(u_2) = \pi(0)u_s + [1 - \pi(0)]u_n$$

当其选择 (3) 中同样数量的保险，即 $\alpha^* = d$ 时，两种选择的期望效用之差为

$$E(u_1) - E(u_2) = -[1 - \pi(e)]e < 0 \Rightarrow E(u_1) < E(u_2)，故他总是选择不熄火.$$

(5) 为了使其选择熄火，必须使得

$$E(u_1)-E(u_2)=[\pi(0)-\pi(e)](u_n-u_s)-[1-\pi(e)]e\geq 0\Rightarrow 0<\frac{[1-\pi(e)]e}{\pi(0)-\pi(e)}\leq u_n-u_s$$

即 $u_n>u_s\Rightarrow u(w-\alpha q)>u(w-d-\alpha q+\alpha)$. 由于 $u(x)=\ln(x)$，则

$$\ln(w-\alpha q)>\ln(w-d-\alpha q+\alpha)\Rightarrow \alpha<d \quad ■$$

例 1.5.2(2010-上财 803)

王先生是一个农场主，他正考虑投资新的农作物. 王先生的农场位于黄庄，旁边有一条河. 这条河经常发生洪涝灾害，假设黄庄有 10% 的概率发生洪涝灾害. 如果没有发生洪灾，新农作物的投资可以带来 2 倍的毛收益；如果发生洪灾，农作物将颗粒无收. 王先生的初始财富是 1 万元，他对财富的效用函数为 $u(w)=\ln w$. 假设不存在资金借贷的资本市场.

(1) 王先生会对新农作物投资多少?

(2) 假设市场上存在许多（风险中性的）竞争性保险公司，他们都愿意对王先生的农产提供保险服务，计算均衡时的保险费率（即发生灾害时王先生得到 1 元钱损失补偿，事前向保险公司交的保险费数额）.

(3) 现在王先生确定农作物投资额为 x，在该竞争性保费率下，王先生会购买多少保险（保险公司对赔付的最高额度不超过总的损失额度）? 此时王先生会对作物最优投资 x 又是多少?

解答. **(1)** 由题，效用函数为 $u(w)=\ln(w)$，则由 $u''(w)=-\dfrac{1}{w^2}<0$ 知王先生为风险厌恶者.

设王先生对新作物投资 X 万元，则 $X\sim\begin{pmatrix}1-x & 1+x\\ 0.1 & 0.9\end{pmatrix}$，其期望效用函数为

$$E(u)=0.1\ln(1-x)+0.9\ln(1+x)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}E(u)}{\mathrm{d}x}=-\frac{0.1}{1-x}+\frac{0.9}{1-x+2x}=0\Rightarrow x=0.8$$

此时期望效用 $E(u)=0.37>0$，故王先生会对新农作物投资 0.8 万元.

(2) 设保险公司的保险费率定为 p，则其期望利润

$$P=0.1(px-x)+0.9px=0\Rightarrow p=0.1$$

(3) 由于效用函数 $u(w)=\ln(w)$，则 $u''(w)=-\dfrac{1}{w^2}<0$，从而王先生是风险厌恶者，会全额投保.

期望效用最大化问题

$$\max\quad u(w)=0.1\ln(1-x-0.1x+x)+0.9\ln(1-x-0.1x+2x)$$
$$\Rightarrow x=\frac{80}{9}>1\xRightarrow{\text{不存在资金借贷的资本市场}}x^*=1 \quad ■$$

第六节 消费者剩余

一、消费者剩余（CS）

（一）拟线性偏好离散需求

考虑对具有拟线性效用的离散商品的需求. 假设效用函数采取 $v(x)+y$ 的形式，商品 x 的数量只能取整数. 把商品 y 看作花费在其他商品上的货币，它的价格 1. 令 p 表示商品 x 的价格.

在这种情况下，可以用保留价格 $r_1=v(1)-v(0), r_2=v(2)-v(1), \cdots$ 来描述消费者的行为. 保留价格和需求之间的关系为：如果离散商品的需求数量是 n 单位，那么就有 $r_n \geq p \geq r_{n+1}$.（证明见 page 30）

进一步，由于保留价格被定义效用的差额，即

$$\begin{aligned} r_1 &= v(1)-v(0) \\ r_2 &= v(2)-v(1) \\ r_3 &= v(3)-v(2) \\ &\vdots \end{aligned} \tag{1.6.1}$$

把上述的一系列方程加总在一起，就可以得到

$$r_1+r_2+\cdots+r_n=v(n)-v(0) \tag{1.6.2}$$

一般地，将消费 0 单位商品的效用设定为 0，即 $v(0)=0$，则 $v(n)$ 恰好就是前 n 个保留价格的和.

这种构造具有一个很好的几何解释：消费 n 单位离散商品的效用，恰好就是组成需求函数的前 n 个长条的面积. 由于每个长条的高度表示的是与它的需求水平相对应的保留价格，而每个长条的宽度都等于 1，所以这种说法是准确的. 有时，这块面积称作与商品消费相关联的**总效益**或**总消费者剩余**.

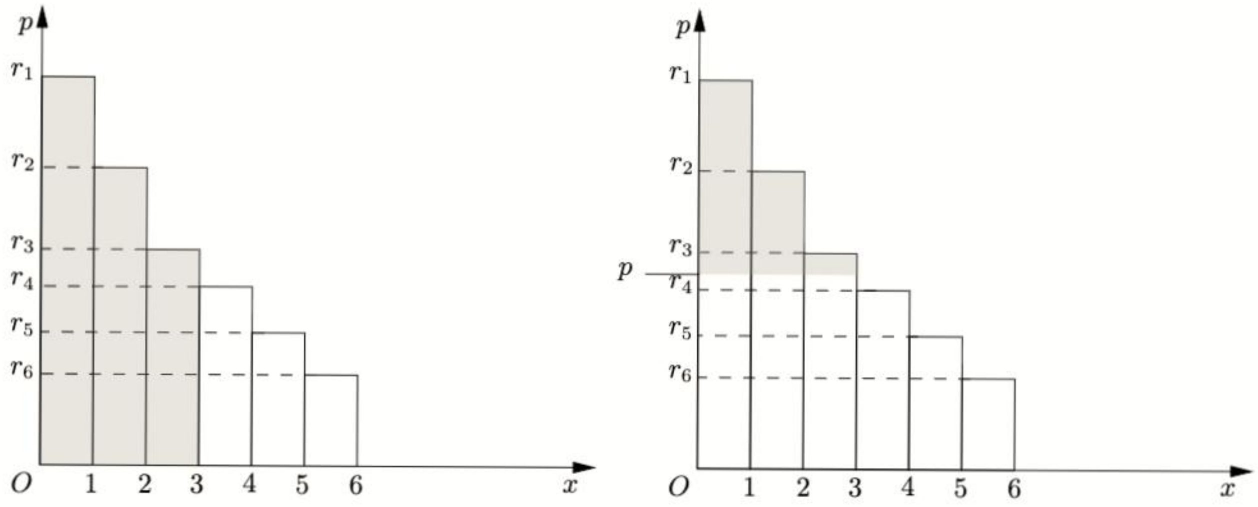


Figure 1.44: 总剩余与净剩余

角度 1：如果消费者选择了 n 单位离散商品，则会剩余 $m-pn$ 用于购买其他东西，从而其总效用

$$u=v(n)+m-pn \tag{1.6.3}$$

其中，$v(n)-pn$ 项被称作**消费者剩余**或**净消费者剩余**，其测度的是消费 n 单位离散商品的净效益：效用 $v(n)$ 扣除对其他商品消费支出的减少.

角度 2：假设离散商品的价格是 p. 消费者对第一单位该商品的评价为 r_1，支付为 p，从而获得剩余 r_1-p；类似地，对第二单位该商品的评价为 r_2，支付为 p，从而获得剩余 r_2-p. 把消费者所选择的 n 单位商品的剩余加总到一起，就能得到总的消费者剩余

$$CS=(r_1+p)+(r_2+p)+\cdots+(r_n+p)=r_1+\cdots+r_n-np \xlongequal{def} v(n)-p_n \tag{1.6.4}$$

角度 3：假设消费者消费 n 单位离散商品并此支付了 pn 美元. 这里，需要补偿其多少货币才能使其完全放弃消费这种商品？令 R 代表所需要的货币数量，则 R 必须满足以下的方程

$$v(0)+m+R=v(n)+m-pn \xRightarrow{v(0)=0} R=v(n)-p_n \tag{1.6.5}$$

这里，消费者剩余测度的是要使消费者放弃对某种商品的全部消费，而必须补偿给他的货币量.

（二）拟线性偏好连续需求

通过用阶梯状需求曲线近似连续需求曲线的方法，可以把离散商品的结论扩展到连续商品的情况. 于是，连续需求曲线下的面积就近似地等于阶梯状需求曲线下的面积.

定义 1.6.1.(消费者剩余) 需求曲线下方、市场价格上方围成的区域的面积.

用微积分来精确地表述消费者剩余. 拟线性偏好的约束效用最大化问题

$$\max_{x,y} \quad v(x)+y \tag{1.6.6}$$

$$s.t. \quad px+y=m \tag{1.6.7}$$

非约束效用最大化问题

$$\max_{x} \quad v(x)+m-px \tag{1.6.8}$$

一阶条件

$$v'(x)-p=0 \Rightarrow v'(x)=p \xlongequal{\text{反需求函数}} p(x)=v'(x) \tag{1.6.9}$$

进行积分

$$v(x)=v(x)-v(0)=\int_0^x v'(t)\mathrm{d}t=\int_0^x p(t)\mathrm{d}t \tag{1.6.10}$$

因此，与消费 x 单位商品相关联的效用恰好就是需求曲线下方的面积. 消费者剩余

$$CS=\int_0^x p(t)\mathrm{d}t-px \tag{1.6.11}$$

例 1.6.1(2025-上财 801)

效用函数 $u(x,y)=12\sqrt{x}+y$，x 的价格为 p_x，y 的价格为 1，收入为 6.

(1) 求 x 的最优消费量（提示：是关于价格的函数）；

(2) x 的价格从 $p_x=9$ 下降到 $p_x'=6$，求消费者剩余变化（给定商品 2 的价格和收入不变）；

(3) x 的价格从 $p_x'=6$ 下降到 $p_x''=1$，求消费者剩余变化（给定商品 2 的价格和收入不变）.

解答. **(1)** 约束效用最大化问题

$$\max_{x,y} \quad 12\sqrt{x}+y$$
$$s.t. \quad p_x x+y=6$$

非约束效用最大化问题

$$\max_{x} \quad 12\sqrt{x}+(m-p_x x)$$

一阶条件

$$6x^{-\frac{1}{2}}-p_x=0 \Rightarrow x=\frac{36}{p_x^2}, y=6-p_x x=6-\frac{36}{p_x}$$

又由于 $y=6-\dfrac{36}{p_x}\geq 0 \Rightarrow p_x \geq 6$，则 x 的需求函数为 $x=\begin{cases}\dfrac{36}{p_x^2}, & p_x\geq 6\\ \dfrac{6}{p_x}, & p_x<6\end{cases}$.

(2) 消费者剩余变化 $\Delta CS=\displaystyle\int_6^9 \frac{36}{p_x^2}\mathrm{d}p_x=\left.\frac{36}{p_x}\right|_6^9=2.$

(3) 当 $p_x<6$ 时，需求函数 $x=\dfrac{6}{p_x}$，由于其受到 $y\geq 0$ 的约束，故无法真实反应消费者的支付意愿.

因此，使用不受约束情况下推导的“理论的”需求函数 $x=\dfrac{36}{p_x^2}\Rightarrow p_x=\dfrac{6}{\sqrt{x}}$.

当 $p_x=6$ 时 $x=1$，当 $p_x=1$ 时 $x=6$. 从而消费者剩余变化

$$\Delta CS=\int_{\sqrt{6}}^{6}\frac{36}{p_x^2}\mathrm{d}p_x+6(\sqrt{6}-1)=12(\sqrt{6}-1) \quad \blacksquare$$

二、补偿变化与等价变化

引入一种有别于消费者剩余的对“效用变化”的测度方法.

(一) 补偿变化（CV）——新价格、原效用

考虑某消费者，其收入为 m，x_1,x_2 商品的初始价格为 p_1,p_2，该消费者的效用为 u_1. 当 p_1 上升至 p_1' 时，效用变为 u_2（显然 $u_2<u_1$）. 为了在该价格下重新实现 u_1，则需要对收入进行提升.

> **定义 1.6.2.(补偿变化)** **价格变化之后**使消费者恢复到**初始无差异曲线**上（初始效用上）所必须的**收入变化**称之为收入的**补偿变化**，这种收入变化刚好补偿了价格变化给消费者带来的影响.

补偿变化测度的是，若要准确地补偿受价格变动影响的消费者，需要给予其多少额外的货币. 即**新价格体系下实现原效用水平的收入-初始收入**，换言之即**原来效用水平下最小收入-初始收入**.

假设 x_2 为用货币表示的复合商品，即 $p_2=1$. 如图，初始预算线为 AB，最优选择点为 $E_1(x_1^*,x_2^*)$. x_1 的价格由 p_1 升高至 p_2，则预算线变为 AB'，此时新的最优选择点为 $E_2(x_1',x_2')$. 作与 AB' 平行且过初始无差异曲线的预算线 CD，此时最优消费束为 $E_3(x_1'',x_2'')$. 因此，补偿变化即为

$$CV=(p_1'x_1''+p_2x_2'')-(p_1x_1^*+p_2x_2^*) \tag{1.6.12}$$

此时 C 的纵坐标为 $\dfrac{m''}{p_2}\xlongequal{p_2=1}m''$，同理 A 的纵坐标为 m，因此 AC 即为补偿变化 $CV=m''-m$.

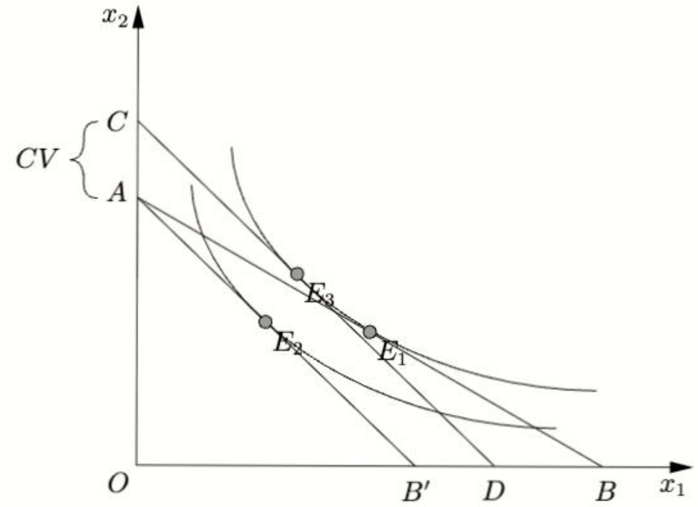


Figure 1.45: 补偿变化

(二) 等价变换 (EV) ——原价格、新效用

类似地，为了在原来价格下实现 u_2，则需要对收入进行减少.

> **定义 1.6.3.(等价变换)** **价格变化以前**必须从消费者那里**取走多少货币**，才能使他的境况同他在**价格变化以后的境况（变化后的效用）一样好**，该变化称之为**等价变化**.

等价变化测度的是，消费者为了避免价格变动而愿意付出的最大收入量，即**初始收入-等价变化 = 原价格体系下实现新效用水平的收入**，换言之即**初始收入-原价格体系下实现新效用的最小收入**.

假设 x_2 为用货币表示的复合商品，即 $p_2 = 1$. 如图，初始预算线为 AB，最优选择点为 $E_1(x_1^*, x_2^*)$. x_1 的价格由 p_1 升高至 p_2，则预算线变为 AB'，此时新的最优选择点为 $E_2(x_1', x_2')$. 作与 AB 平行且或过新的无差异曲线的预算线 CD，此时最优消费束为 $E_3(x_1'', x_2'')$. 因此，等价变化即为

$$EV = (p_1 x_1^* + p_2 x_2^*) - (p_1 x_1'' + p_2 x_2'') \tag{1.6.13}$$

此时 C 的纵坐标为 $\dfrac{m''}{p_2} \xlongequal{p_2=1} m''$，同理 A 的纵坐标为 m，因此 AC 即为等价变化 $EV = m - m''$.

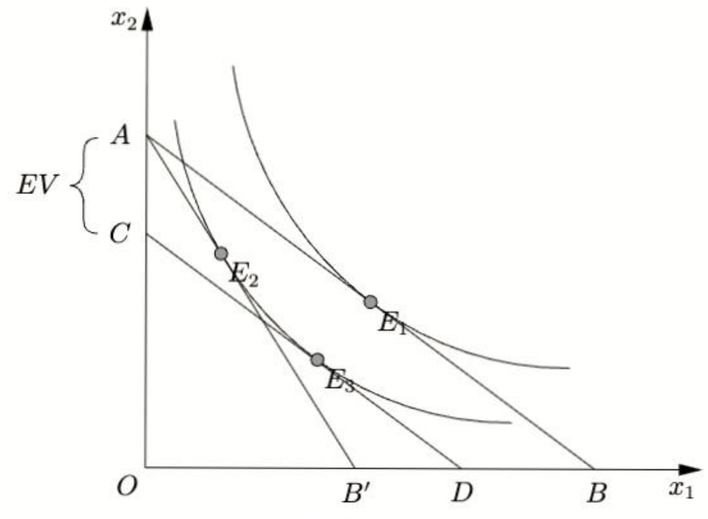


Figure 1.46: 等价变化

求补偿变化与等价变化

已知：商品初始价格为 p_1, p_2，消费者收入为 m，效用函数为 $u(x_1, x_2)$. 商品 1 的价格变为 p_1'.

1. 求补偿变化

- **第一步**：由效用最大化求出价格变动前的消费者最优选择及对应的效用水平

$$\max_{x_1,x_2} \quad u = u(x_1, x_2)$$
$$s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

解得相应的商品消费量 x_1^*, x_2^* 和效用 u_0.

- **第二步**：价格变动后消费者效用维持在 u_0 所需要的最小支出

$$\min_{x_1,x_2} \quad p_1'x_1 + p_2x_2$$
$$s.t. \quad u(x_1, x_2) = u_0$$

解得相应的商品消费量 x_1', x_2' 和收入 $m' = p_1'x_1' + p_2x_2'$.

- **第三步**：补偿变化为 $CV = m' - m$.

2. 求等价变化

- **第一步**：由效用最大化求出价格变动后的消费者最优选择及对应的效用水平

$$\max_{x_1,x_2} \quad u = u(x_1, x_2)$$
$$s.t. \quad p_1'x_1 + p_2x_2 = m$$

解得相应的商品消费量 x_1^1, x_2^1 和效用 u_2.

- **第二步**：价格变动前消费者效用变为 u_2 所需要的最小支出

$$\min_{x_1,x_2} \quad p_1x_1 + p_2x_2$$
$$s.t. \quad u(x_1, x_2) = u_2$$

解得相应的商品消费量 x_1^2, x_2^2 和收入 $m' = p_1x_1^2 + p_2x_2^2$.

- **第三步**：等价变化为 $EV = m - m'$.

例 1.6.2(2024-上财 801)

某消费者的效用函数为 $u(x, y) = 12\ln x + y$，$p_x = 6, p_y = 1, m = 60$.

(1) p_x 下降为 2 时，求斯勒斯基收入效应和替代效应；

(2) p_y 上升为 3 时，求等价变化 EV、补偿变化 CV 和消费者剩余的变化 ΔCS.

解答. **(1)** 约束效用最大化问题

$$\max_{x,y} \quad u(x, y) = 12\ln x + y$$
$$s.t. \quad p_xx + p_yy = m$$

非约束效用最大化问题

$$\max_{x} \quad 12\ln x + \frac{m - p_x x}{p_y}$$

一阶条件

$$\frac{12}{x} - \frac{p_x}{p_y} = 0 \Rightarrow x = \frac{12p_y}{p_x}, y = \frac{m - p_x x}{p_y} = \frac{m}{p_y} - 12$$

当 $p_x = 6, p_y = 1, m = 60$ 时，$x_1 = \frac{12}{6} = 2, y_1 = \frac{60}{1} - 12 = 48$，

当 $p_x' = 2, p_y = 1, m = 60$ 时，$x_2 = \frac{12}{2} = 6, y_2 = \frac{60}{1} - 12 = 48$，

$m' = p_x' x_1 + p_y y_1 = 2 \times 2 + 1 \times 48 = 52$，

当 $p_x' = 2, p_y = 1, m' = 52$ 时，$x_3 = \frac{12}{2} = 6, y_3 = \frac{52}{1} - 12 = 40$.

所以商品 x 价格变动的三种效应

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 6 - 2 = 4 \begin{cases} \Delta x^s = x_3 - x_1 = 6 - 2 = 4 \\ \Delta x_n = x_2 - x_3 = 6 - 6 = 0 \end{cases}$$

(2) ①补偿变化 CV：当 $p_x = 6, p_y = 1, m = 60$ 时，$x_1 = 2, y_1 = 48, u_1 = 12\ln 2 + 48$，

当 $p_x = 6, p_y' = 3, m'$ 时，$x_2 = 6, y_2 = \frac{m'}{3} - 12$，并且有

$$u_2 = 12\ln 6 + \left(\frac{m'}{6} - 12\right) = u_1 = 12\ln 2 + 48 \Rightarrow m' = 180 - 36\ln 3$$

则 $CV = m' - m = (180 - 36\ln 3) - 60 = 120 - 36\ln 3$.

②等价变化 EV：当 $p_x = 6, p_y' = 3, m = 60$ 时，$x_1 = 6, y_1 = 8, u_1 = 12\ln 6 + 8$，

当 $p_x = 6, p_y = 1, m'$ 时，$x_2 = 2, y_2 = m' - 12$，并且有

$$u_2 = 12\ln 2 + (m' - 12) = u_1 = 12\ln 6 + 8 \Rightarrow m' = 20 + 12\ln 3$$

则 $EV = m - m' = 60 - (20 + 12\ln 3) = 40 - 12\ln 3$.

③消费者剩余变化 ΔCS

$$\Delta CS = -\int_1^3 \left(\frac{60}{p_y} - 12\right) \mathrm{d}p_y = -(60\ln p_y - 12p_y)\Big|_1^3 = 24 - 60\ln 3 \quad \blacksquare$$

第七节 市场需求

一、市场需求

（一）从个人需求到市场需求

定义 1.7.1. 用 $x_i^1(p_1,p_2,m_i)$ 表示消费者 i 对商品 1 的需求函数，用 $x_i^2(p_1,p_2,m_i)$ 表示消费者 i 对商品 2 的需求函数. 假设有 n 个消费者，则商品 1 的**市场需求**，就是这些消费者的个人需求的总和

$$X^1(p_1,p_2,m_1,\cdots,m_n)=\sum_{i=1}^{n}x_1^i(p_1,p_2,m_i) \tag{1.7.1}$$

进一步，若作**代表性消费者**假设，总需求函数就一定具有 $X^1(p_1,p_2,M)$ 的形式. 其中，M 是所有消费者收入的总和. 根据这个假设，整个市场的总需求就如同某个人在价格 (p_1,p_2) 和收入 M 下的需求.

若使货币收入和商品 2 的价格保持不变，就能说明商品 1 的总需求和其价格之间的关系. 注意，这条曲线是在所有其他价格和收入保持不变时画出的. 如果其他价格和收入发生变化，**总需求曲线**就会发生移动.

（二）反需求函数

总需求曲线可以表现为**数量是价格的函数**，或**价格是数量的函数**. 当强调后者时，有时将它称作**反需求函数**$P(X)$. 这个函数度量的是当人们需求 X 单位的商品 1 时，对该商品必须支付的市场价格.

一种商品的价格度量的是该商品与所有其他商品之间的边际替代率 MRS，这就是说，一种商品的价格表示的是，**任何需要这种商品的人对于新增加 1 单位该商品的边际支付意愿**. 如果所有的消费者都面临相同的商品价格，那么，所有的消费者在最优选择点上就会具有**相同的边际替代率**. 因此，反需求函数 $P(X)$ 度量的是**每个购买这种商品的消费者的边际替代率或边际支付意愿**.

具体来说，假设某两个消费者的需求函数是线性的

$$D_1(p)=\max\{20-p,0\} \quad \text{和} \quad D_2(p)=\max\{10-2p,0\} \tag{1.7.2}$$

两条需求曲线加总后得到在 $p=5$ 处扭折的市场需求曲线.

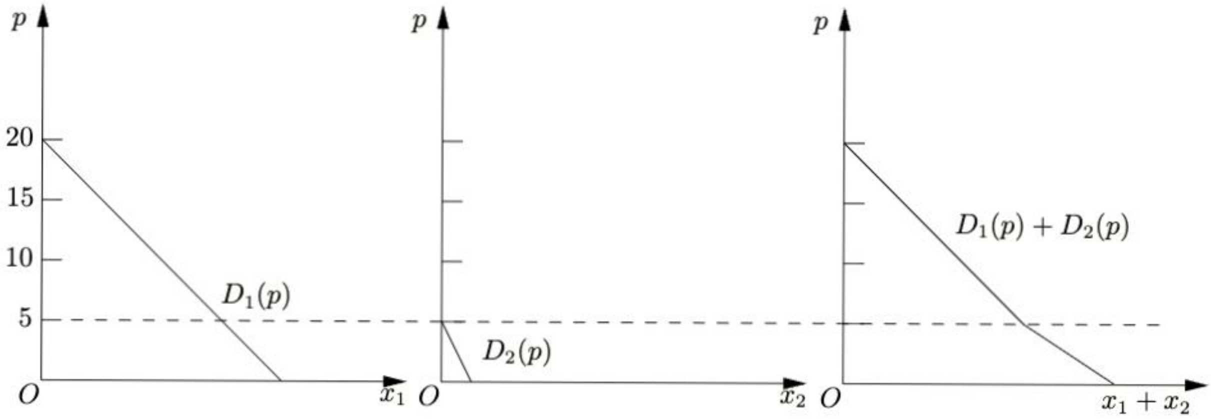


Figure 1.47: 两条“线性”需求曲线之和

笔记. 因为需求曲线只对正数量来说才是线性的，所以市场需求曲线上通常都有扭折.

二、弹性

(一) 需求价格弹性

考虑需求对价格或收入的某种变动的敏感度的度量. 直觉上，首先想到的是用**需求曲线的斜率**作对敏感度的测度. 然而，尽管它是对敏感度的测度，仍然存在一些问题.

最重要的问题是，需求曲线的斜率**依赖于需求和价格的计量单位**. 为简便起见，与其时刻都要指定单位，不如寻求一种**与计量单位无关的测度敏感度的办法**. 经济学家最终选择了弹性作为对敏感度的测度.

定义 1.7.2.(需求价格弹性) 需求数量的百分比变动除以价格的百分比变动

$$\varepsilon = \frac{\Delta q/q}{\Delta p/p} = \frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p} \tag{1.7.3}$$

弹性可以表示**价格对数量的比率**与**需求曲线斜率**的乘积.

笔记. 显然，需求弹性的符号一般是负的. 但是在文字论述中，一般使用**弹性的绝对值**.

考虑下图所示的线性需求曲线 $q = a - bp$，其弹性为

$$\varepsilon = \frac{p}{q}\cdot(-b) = \frac{-bp}{a-bp} \tag{1.7.4}$$

由于 $\dfrac{-bp}{a-bp} = -1 \Rightarrow p = \dfrac{a}{2b}$，所以弹性在需求曲线的中点处为 1.

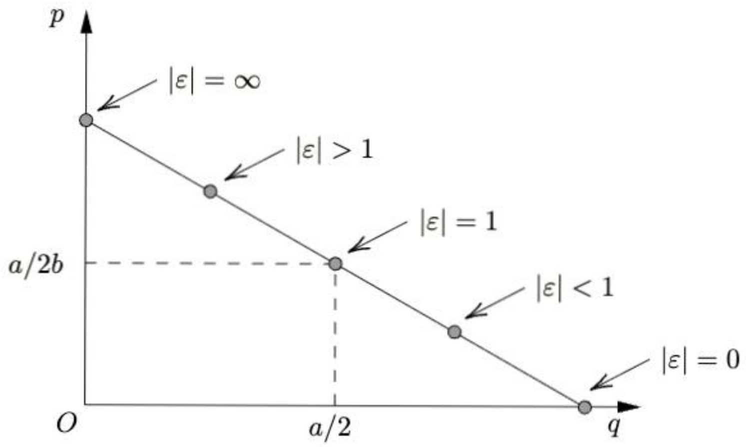


Figure 1.48: 线性需求曲线的弹性

根据需求价格弹性绝对值的大小，可以将其分为以下类型：

Table 1.2: 需求价格弹性的五种类型

弹性大小	类型	需求随价格变动的情况
$\|\varepsilon\| > 1$	弹性需求	需求量变动的比率大于价格变动的比率
$\|\varepsilon\| < 1$	无弹性需求	需求量变动的比率小于价格变动的比率
$\|\varepsilon\| = 1$	单位弹性需求	需求量变动的比率等于价格变动的比率
$\|\varepsilon\| = \infty$	完全弹性需求	需求量变动对其价格变动异常敏感
$\|\varepsilon\| = 0$	完全无弹性需求	需求量不随价格变动而变动

（二）需求价格弹性的应用

需求价格弹性与收益：收益就是一种商品的价格与它的销售量的乘积

$$R = pq \tag{1.7.5}$$

如果价格变动至 $p+\Delta p$，相应地，需求数量变动至 $q+\Delta q$，新的收益为

$$R' = (p+\Delta q)(q+\Delta q) \tag{1.7.6}$$

收益变动为

$$\Delta R = R' - R = q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q \tag{1.7.7}$$

其中，$\Delta p\Delta q$ 可以忽略不计. 得到以下形式的收益变动表达式

$$\Delta R = q\Delta p + p\Delta q \tag{1.7.8}$$

这就是说，收益变动大约等于**初始需求数量与价格变动的乘积**再加上**初始价格与需求数量变动的乘积**.

进一步，若想要得到相对于价格变动的收益变化率的表达式，只要将上式除以 Δp

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q + p\frac{\Delta q}{\Delta p} \tag{1.7.9}$$

对上式作整理

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q\left[1+\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p}\right] = q[1+\varepsilon(p)] = q[1-|\varepsilon(p)|] \tag{1.7.10}$$

则当 $|\varepsilon|>1$ 时，R 与 p 反向变动；当 $|\varepsilon|<1$ 时，R 与 p 同向变动；当 $|\varepsilon|=1$ 时，R 与 p 变动无关.

需求价格弹性与边际收益：在收益变动表达式两边都除以 Δq，就得到**边际收益**的表达式

$$MR = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p + q\frac{\Delta p}{\Delta q} \tag{1.7.11}$$

对上式作整理

$$MR = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p\left[1+\frac{q\Delta p}{p\Delta q}\right] = p(q)\left[1+\frac{1}{\varepsilon(q)}\right] = p(q)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon(q)|}\right] \tag{1.7.12}$$

则当 $|\varepsilon|=1$ 时，$MR=0$；当 $|\varepsilon|>1$ 时，$MR>0$；当 $|\varepsilon|<1$ 时，$MR<0$.

（三）需求收入弹性

定义 1.7.3.(需求收入弹性) 需求数量的百分比变动除以收入的百分比变动

$$\varepsilon_M = \frac{\Delta q/q}{\Delta m/m} \tag{1.7.13}$$

Table 1.3: 需求收入弹性与商品的类型

分类		弹性大小	商品的类型
正常品	奢侈品	$\varepsilon_M > 1$	需求量与收入变动的方向相反，且需求量变动比率更大
	必需品	$0<\varepsilon_M<1$	需求量与收入变动的方向相反，且需求量变动比率更小
劣等品		$\varepsilon_M < 0$	需求量与收入变动的方向相反

例 1.7.1(2007-央财 801)

假设某个消费者只消费两种商品，并总是花光他的全部收入. 试证明：两种商品不可能都是奢侈品.

证明. 设两种商品的价格分别为 x_1, x_2, p_1, p_2，写出两种不同收入水平的预算约束

$$p_1 x_1^1 + p_2 x_2^1 = m_1$$

$$p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2 = m_2$$

记 $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1, \Delta x_2 = x_2^2 - x_2^1, \Delta m = m_2 - m_1$，则

$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = \Delta m$$

在上式两边都除以 m，得到

$$p_1 \frac{\Delta x_1}{m} + p_2 \frac{\Delta x_2}{m} = \frac{\Delta m}{m} \Rightarrow \frac{p_1 x_1}{m} \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{p_2 x_2}{m} \frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{\Delta m}{m}$$

记 $s_i = \dfrac{p_i x_1}{m}$ 表示商品 i 的支出份额，在上式两边都除以 $\dfrac{\Delta m}{m}$，得到

$$s_1 \frac{\Delta x_1 / x_1}{\Delta m / m} + s_2 \frac{\Delta x_2 / x_2}{\Delta m / m} = 1 \xRightarrow{def} s_1 \varepsilon_{M1} + s_2 \varepsilon_{M2} = 1$$

这个等式（**恩格尔加总等式**）表明，收入弹性的加权平均值等于 1，权数就是支出份额.

从而，由于奢侈品的收入弹性大于 1，则必须由另一种商品的收入弹性小于 1 来平衡. ■

（四）拉弗曲线

如果税率等于零，税收收入为零；如果税率为 1，就没有人愿意需求或供给商品，税收收入也为零. 因此，**作为税率的函数，税收收入一定是先增后减的**. 这条把税收收入和税率联系在一起的曲线即**拉弗曲线**.

拉弗曲线表明，在税率充分高时，增加税率反而会导致税收收入减少. 税率增加使商品供给减少，但后者下降的幅度超出了前者上升的幅度，最终，税收收入实际上减少了. 这种效应称作**拉弗效应**.

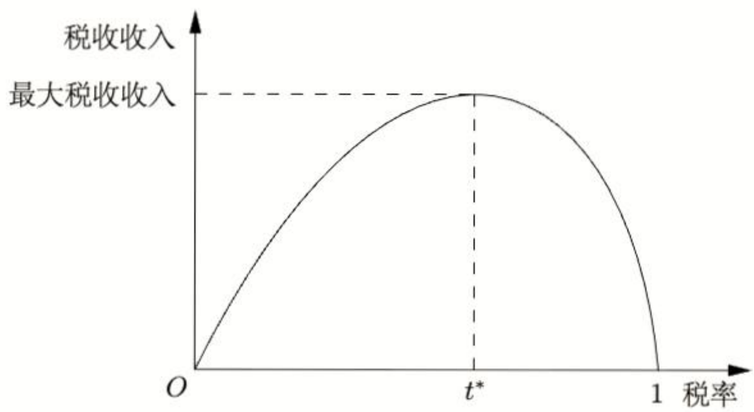


Figure 1.49: 拉弗曲线

第二章　生产者行为理论

第一节　基本概念

一、生产

（一）生产者

> **定义 2.1.1.(生产者)** 能够作出统一的生产决策的单个经济单位，亦称厂商或企业.

在资本主义经济中，企业归个人所有. 企业是唯一的法人；最终，企业的所有者要企业的行为负责，即**企业的所有者是企业行为的收益的获得者和代价的付出者**. 一般地，企业可以划分为**业主独资制企业**、**合伙制企业**和**公司制企业**三种形式. 业主独资制企业由**某个人**所有；合伙制企业为**两个或更多的人**所有；公司制企业通常也为**许多人**所有，但它遵循的法律和所有者遵循的法律完全不同.

一般地，企业所有者对**企业的利润最大化感**兴趣，这是经济学“理性人”假设在生产者理论中的体现. 但是，如果所有者追求的是某个非盈利目标，那他们当然也会沉湎于这个目标.

总之，有一点是很清楚的：从长期来看，倘若一个企业不以利润最大化为目标，则终将会被激烈竞争的市场所淘汰；**实现利润最大化是任何一个企业竞争生存的基本准则**. 据此，在以下对生产者行为的分析中，始终使用生产者的目标是追求利润最大化这一基本假设.

（二）生产函数

> **定义 2.1.2.(生产要素)** 生产的投入，一般划分为以下几大类：土地、劳动、资本和原材料.

自然条件对厂商施加的是**技术约束**：只有某些投入组合才有可能生产出既定的产量，因此，**厂商的生产计划必然要受到技术可行性的限制**. 描述可行性生产计划的最简单的方法就是把它们列示出来.

> **定义 2.1.3.(生产集)** 构成技术上可行的生产方法的所有投入和产出组合的集合.

假定只使用一种投入 x，只生产一种产品 y. 如果某点 (x,y) 处在生产集内，这就意味着如果该投入和产出组合在技术上就是可能的. 生产集表示厂商所面临的**可能的技术选择**.

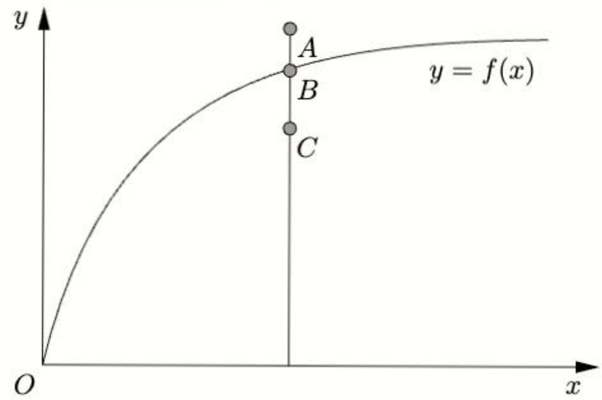


Figure 2.1: 生产集

定义 2.1.4.(生产函数) 在**一定时期内**在**给定的技术条件**下，生产中所使用的各种生产要素的数量与所能生产的**最大产量**之间的关系. 假定 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 顺次表示某产品生产过程中所使用的 n 种生产要素的投入数量，y 表示所能生产的最大产量，则生产函数

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{2.1.1}$$

笔记.

1. 任何生产函数都是以**给定的生产技术**为前提的. 一旦生产技术发生变化，则会形成新的生产函数.
2. 最大产量是对生产函数的本质规定，图形上表现为**生产集的边界**. 它强调生产函数所体现的生产技术**是有效率的**，其产量是在现有条件下不可能再增大的产量.

（三）生产的短期和长期

由于在一段给定的时期内对某些投入品进行调整可能是非常困难的，因此当把技术作为一组可行的生产计划时，要对“**立即可行**”（即短期）和“**以后可行**”（即长期）的生产计划作出区别.

经济学家对长期和短期所作的区分如下：在短期内**某些生产要素是固定的**，譬如固定的土地数量、固定的工厂规模和固定的机器设备等等；在长期内**所有生产要素都是可以变动的**. 具体来说：

定义 2.1.5.(不变要素) 只能按某种固定的数量使用的生产要素.

定义 2.1.6.(可变要素) 可以按不同的数量使用的生产要素.

短期和长期的区分**并不意味着具体的时间长短**，确切的时期要取决于所考察的问题本身. 重要的是：有些生产要素的使用量在短期内是不变的，但在长期内却是可变的. 由于所有要素在长期内都是可变的，所以一家企业总是可以**自由地选择停止投入不再生产**（退出经营），从而其所能获得的**最低利润是零**；在短期内，企业即使决定不生产任何产量，也**必须使用某些生产要素**，因而其在短期内有可能得到**负利润**.

此外，不同于不变要素，还存在另一类只有在企业**生产一定量**的产品时才需要支付成本的生产要素：

定义 2.1.7.(准不变要素) 不论产量为多少（只要不为零），必须按固定数量使用的生产要素.

二、成本

（一）成本

从经济资源的稀缺性这一前提出发，当人们使用一定的经济资源生产某种产品时，这些经济资源就不可能被同时用于其他的生产用途. 这就是说，人们对任何一种产品的生产，都是以放弃**使用相同的经济资源在其他产品生产中所能获得的收入**为代价的. 所谓的代价就是**成本**.

> **定义 2.1.8.(机会成本)** 生产者所放弃的使用相同的生产要素在其他生产用途中所能获得的最高收入.

由于资源的稀缺性，生产者对任何资源的使用都是有代价的. 从这个意义上讲，厂商的所有生产成本都是机会成本. 企业的生产成本可具体分为**显成本**和**隐成本**两部分. 具体来说：

> **定义 2.1.9.(显成本)** 厂商在生产要素市场上购买或租用**他人所拥有的**生产要素的实际支出.

> **定义 2.1.10.(隐成本)** 厂商**自己所拥有的**且被**用于自己企业生产过程中的**那些生产要素的总价格.

笔记. 无论是显成本还是隐成本，都需要以机会成本的概念来理解和度量:

1. 显成本支出的总价格必须等于这些生产要素所有者**将相同的生产要素投入到其他用途中时所能得到的最高收入**，否则该厂商就不能购买或租用到这些生产要素，并保持对它们的使用权.
2. 隐成本往往不发生实际的货币支付而容易被忽视. 当厂商利用自有的生产要素进行生产时，便放弃了**使用相同的生产要素在其他生产用途中所能得到的最高收入**，这便是厂商从事当前生产的机会成本.

类似不变要素和准不变要素的区分，用同样的方法定义**不变成本**和**准不变成本**：

> **定义 2.1.11.(不变成本)** 与**不变要素**相关、与产出水平无关的成本，厂商**不论是否生产**都必须支付.

> **定义 2.1.12.(准不变成本)** 与**准不变要素**相关、与产出水平无关的成本，厂商**只要生产**就必须支付.

沉没成本是另外一类不变成本.

> **定义 2.1.13.(沉没成本)** 已经支付而且无法回收的成本.

笔记. 沉默成本一旦支出，便无法回收. 所以，沉没成本不应该影响厂商的未来生产决策.

（二）利润

假定一家厂商生产 n 种产出品 $(y_1, y_2, \cdots, y_n)$，使用 m 种投入品 $(x_1, x_2, \cdots, x_m)$，产出品的价格分别为 $(p_1, p_2, \cdots, p_n)$，投入品的价格分别为 $(w_1, w_2, \cdots, w_n)$. 厂商获得的利润 π 可以表示为

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i \tag{2.1.2}$$

利润是**总收益和总成本之间的差额**. 但是，由于关注企业财务报告的会计人员所使用的成本概念与关注企业行为的经济学家所使用的成本概念有所不同，因此，有必要先区分**会计成本**和**经济成本**.

会计师所关注的企业成本通常是**仅指显成本**的会计成本. 而经济学家所关注的企业成本是**从机会成本角度考虑**的、**包含了显成本和隐成本两部分的经济成本**，即**所有机会成本**. 据此，具体来说：

定义 2.1.14.(会计利润) 总收益减去会计成本（显成本）.

定义 2.1.15.(经济利润) 总收益减去经济成本（显成本与隐成本之和），或会计利润减去隐成本.

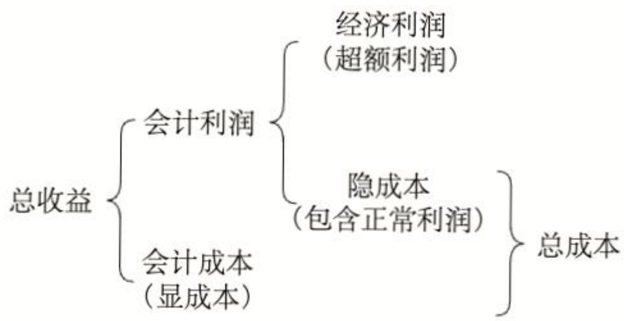
笔记. 对于实际经营活动的财务报告来说，会计成本和会计利润的科目都是有意义的. 但是，对于企业的生产决策而言，厂商必须考虑**稀缺资源的机会成本**，进行权衡比较，**以有效地使用有限的资源**.

总之，经济学家关注的是**经济成本（即机会成本）和经济利润**；生产者所追求的最大的利润指的就是最大的**经济利润**. 经济利润也被称为**超额利润**.

从机会成本的角度看，当一个企业所有者同时又具备企业家才能时，企业所有者也应对自己所提供的企业家才能给予报酬支付. 这部分报酬支付是生产成本的一部分，**以隐成本计入成本**.

定义 2.1.16.(正常利润) 企业所有者对自己所提供的企业家才能给予的报酬支付.

笔记. 由于正常利润属于成本，因此经济利润中不包含正常利润.



第二节　生产的短期分析

一、短期生产函数

为了简化分析，通常假定生产中只使用两种生产要素，则生产函数为 $y=f(x_1,x_2)$. 短期内，生产者来不及调整全部生产要素的数量. 假定生产要素 2 的投入量固定在 $\overline{x}_2$ 上，那么相应的短期生产函数就是

$$y=f(x_1,\overline{x}_2) \tag{2.2.1}$$

(一) 总产品、平均产品和边际产品

定义 2.2.1.(总产品) 与可变要素 1 的每一投入数量相对应的最大总产量

$$TP_1=y \tag{2.2.2}$$

定义 2.2.2.(平均产品) 平均每一单位可变要素 1 的投入量所生产的产量

$$AP_1=\frac{y}{x_1} \tag{2.2.3}$$

定义 2.2.3.(边际产品) 增加一单位可变要素 1 的投入量所增加的产量

$$MP_1=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x_1} \tag{2.2.4}$$

(二) 边际产品递减规律

定理 2.2.1.(边际产品递减规律) 在技术水平和其他因素不变的条件下，在连续等量地将某一种可变生产要素投入增加到其他一种或几种数量固定不变的生产要素上去的过程中，该可变要素的边际产品先是递增的，**在这种可变要素的投入量增加到一定数量之后**，其边际产品便是递减的了.

笔记. 边际报酬递减规律成立的原因在于：在任何产品的短期生产中，一种可变要素和其他不变要素之间均**存在一个最佳的投入数量组合**，换言之，可变要素投入量与固定要素投入量应该相互匹配.

在边际产品递减规律的作用下，边际产品 MP_1 曲线明显是先上升后下降的.

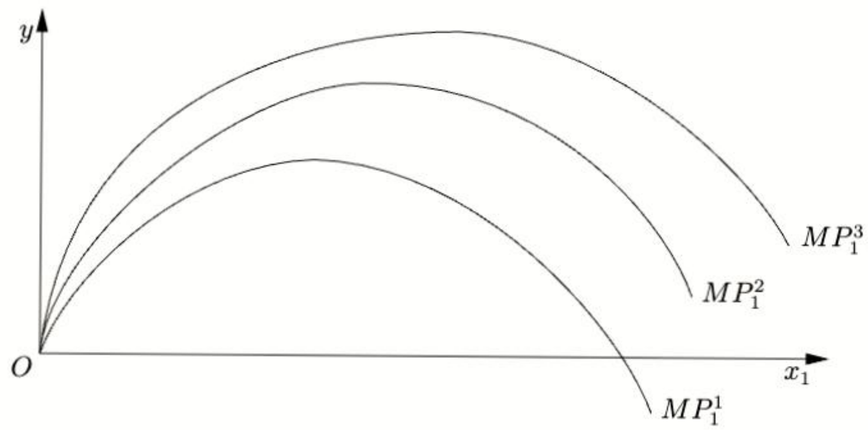


Figure 2.2: 技术进步与边际产品曲线

需要注意的是，边际产品递减规律发生作用有前提条件：技术水平给定、其他因素保持不变. 任何前提条件的改变都将导致边际产品曲线的变动. 一般地，**技术进步可以使得边际产品曲线向上移动**.

(三) 总产品、平均产品和边际产品的相互关系

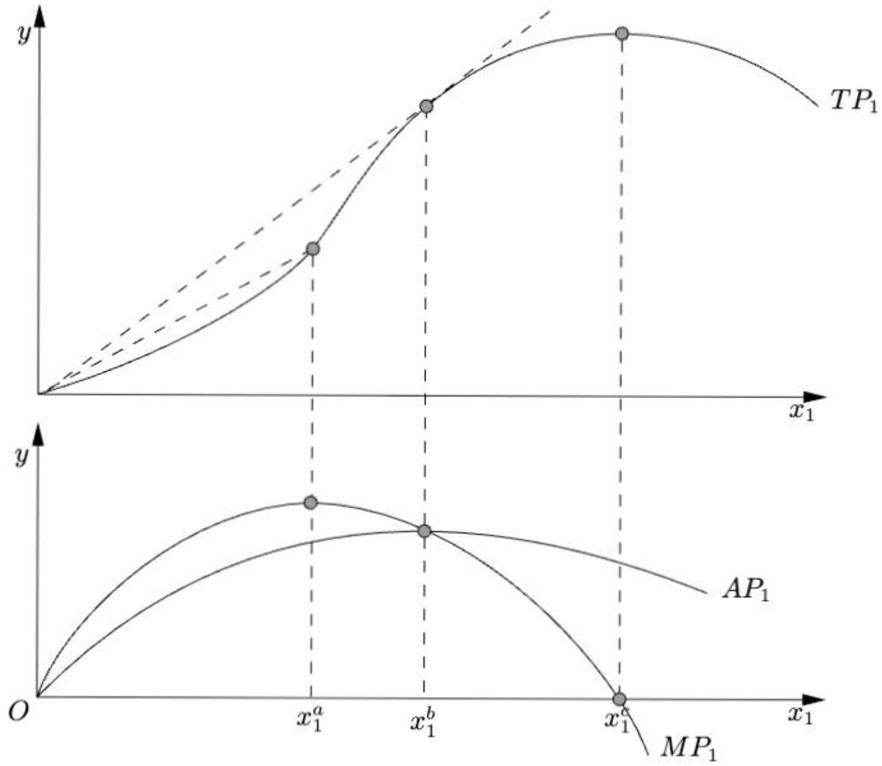


Figure 2.3: 一种可变生产要素的短期生产函数的产品曲线

可变要素 1 的边际产量 MP_1 曲线先上升，达到最高点之后便呈下降的趋势，它体现了边际产品递减规律. 下面以短期生产的此技术规律为基础，分析总产品和平均产品各自的特征及相互关系.

边际产品和总产品的关系

$$MP_1 = \frac{\mathrm{d}TP_1}{\mathrm{d}x_1} \tag{2.2.5}$$

即总产品 TP_1 曲线的斜率就是相应的边际产品 MP_1 值:

- 当边际产品 $MP_1 > 0$ 时，总产品 TP_1 是增加的；
- 当边际产品 $MP_1 < 0$ 时，总产品 TP_1 是减少的；
- 当边际产品 $MP_1 = 0$ 时，总产品 TP_1 达到极大值.

边际产品和平均产品的关系

$$\frac{\mathrm{d}AP_1}{\mathrm{d}x_1} = \frac{\frac{\mathrm{d}TP_1}{\mathrm{d}x_1} \cdot x_1 - TP_1}{x_1^2} = \frac{1}{x_1}\left(TP_1' - \frac{TP_1}{x_1}\right) = \frac{1}{x_1}(MP_1 - AP_1) \tag{2.2.6}$$

即边际产品 MP_1 曲线与平均产品 AP_1 曲线相交于后者的极大值点:

- 当边际产品 $MP_1 > AP_1$ 时，平均产品 AP_1 是增加的；
- 当边际产品 $MP_1 < AP_1$ 时，平均产品 AP_1 是减少的；
- 当边际产品 $MP_1 = AP_1$ 时，平均产品 AP_1 达到极大值.

平均产品和总产品的关系

$$AP_1 = \frac{TP_1}{x_1} \tag{2.2.7}$$

连接原点与 TP_1 曲线上任何一点的连线的斜率，均可以表示为相应的 AP_1 值.

设想：将坐标原点连续地与 TP_1 曲线上所有的点相连接，便可以得到无数条连线. **其中有一条连线最陡峭（即斜率最大）**，就是从原点出发与 TP_1 曲线相切于 x_1^b 处的切线.

（四）短期生产的三个阶段

根据产量变化的特征，可以将短期生产划分为三个阶段.

第 I 阶段：$O \sim x_1^b$，即 AP_1 **递增阶段**. 在这一阶段中，边际产品先是递增，达到最大值之后开始递减. 但由于边际产品始终大于平均产品，所以平均产品是递增的，总产品也是递增的.

该阶段**生产力尚未充分发挥**. AP_1 不断上升，这表示可变要素 1 的生产力尚能不断提高，故生产不应停留在此阶段内，应该继续投入要素以争取更高的生产力，从而使产品单位成本降低.

第 II 阶段：$x_1^b \sim x_1^c$，即 AP_1 **递减阶段**. 在这一阶段中，边际产品是递减的. 由于边际产品小于平均产品，所以平均产品是递减的. 但由于边际产品仍大于零，所以总产品仍是递增的.

该阶段**生产力有效率**. AP_1 开始下降但仍相当高，同时 $MP_1 > 0$，继续投入仍有额外产出.

第 III 阶段：$x_1^c \sim \infty$，即 TP_1 **递减阶段**. 在这一阶段中，边际产品和平均产品仍均是递减的，且边际产品小于零，所以总产品也是递减的.

该阶段**生产不经济**. TP_1 开始下降，且 $MP_1 < 0$，这表示生产要素投入过多不能增加生产，反而使总产品减少，使生产者蒙受资源浪费和总产品减少的双重损失.

二、短期成本函数

（一）成本函数

定义 2.2.4.(成本函数) 假设存在两种生产要素 x_1, x_2，价格分别为 w_1, w_2，厂商的生产函数为 $f(x_1, x_2)$. 生产既定产量 y 的最经济的途径，即约束成本最小化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad w_1x_1 + w_2x_2 \tag{2.2.8}$$

$$s.t. \quad f(x_1, x_2) = y \tag{2.2.9}$$

该问题的解即为实现合宜的产量水平而必需的**最小**成本，即**成本函数**$c(w_1, w_2, y)$.

为了理解这个最小化问题的解，把厂商所面临的成本约束和技术约束标在同一幅图上.

定义 2.2.5.(等成本线) 在给定的成本和生产要素价格条件下，生产者可以购买到的两种生产要素的各种不同数量组合的轨迹. 假定厂商使用两种生产要素 x_1, x_2，价格分别为 w_1, w_2

$$c = w_1x_1 + w_2x_2 \tag{2.2.10}$$

定义 2.2.6.(等产量线) 等产量曲线是在技术水平不变的条件下，生产同一产量水平的两种生产要素投入量的所有不同组合的轨迹

$$f(x_1, x_2) = y \tag{2.2.11}$$

类似研究消费者时的情况，假定技术具有**单调性**和**凸性**.

性质 2.2.1.(单调性) 如果增加至少一种投入的数量，那么就能生产出**至少与原先数量相同**的产量.

性质 2.2.2.(凸) 如果存在两种投入组合 $(x_1^a, x_2^a), (x_2^a, x_2^b)$ 能够生产出 y 单位的产量，那么它们的加权平均值能生产出至少 y 单位的产量

$$f(x_1^a, x_2^a) = f(x_1^b, x_2^b) = y \leq f(tx_1^a + (1-t)x_1^b, tx_2^a + (1-t)x_2^b) \tag{2.2.12}$$

同样类似地，定义**技术替代率**.

定义 2.2.7.(技术替代率) 生产者愿意用一种生产要素去替代另一种生产要素的比率

$$TRS(x_1, x_2) = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)} \tag{2.2.13}$$

使生产成本最小化的要素的选择可以通过在等产量线上找出**与最低等成本线相切**的那个点来决定. 此时，等产量线的斜率必定等于等成本线的斜率，或者说：**技术替代率必定等于要素的价格比率**

$$-\frac{MP_1(x_1^*, x_2^*)}{MP_2(x_1^*, x_2^*)} = TRS(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2} \tag{2.2.14}$$

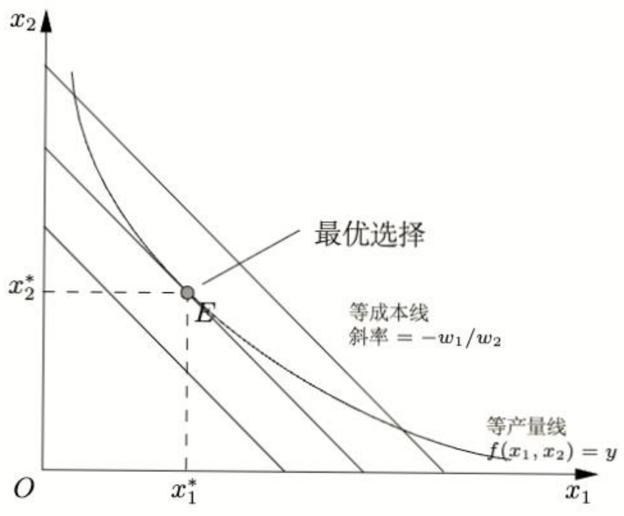


Figure 2.4: 成本最小化

笔记.

1. 如果出现的是角点解，或生产函数呈现折拗形状，相切条件也就没有什么意义.
2. 在消费者问题中，直线表示预算约束，消费者**沿这条预算约束线移动**以寻求其最偏好的位置；而在生产者问题中，等产量线是技术约束，生产者**沿着这条等产量线移动**以寻求最优的位置.

通常，使厂商的生产成本最小的要素选择取决于**要素的价格和厂商计划的产出量**:

定义 2.2.8.(有条件的要素需求函数) 厂商**在某个既定产量 y 的条件下**，价格、产量以及厂商的最优要素选择之间的关系. 把这种要素选择记为 $x_1(w_1, w_2, y), x_2(w_1, w_2, y)$.

（二）短期成本函数

短期成本函数定义为在只有可变生产要素可以调整的情况下，生产既定产量时的最小成本.

定义 2.2.9.(短期成本函数) 假定要素 2 固定在某个事先确定的水平 $\overline{x}_2$ 上，短期成本函数为

$$\begin{aligned} c_s(y, \overline{x}_2) &= \min\ w_1x_1 + w_2\overline{x}_2 \\ s.t.\ & f(x_1, \overline{x}_2) = y \end{aligned} \tag{2.2.15}$$

要素 1 的**短期要素需求函数**指的是实现成本最小化的要素 1 的需求量，其一般取决于**该要素的价格**和**不变要素的数量**. 可以把短期的要素需求记为

$$x_1 = x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y) \tag{2.2.16}$$

$$x_2 = \overline{x}_2 \tag{2.2.17}$$

将上式代入短期成本函数的定义，可得

$$c_s(y, \overline{x}_2) = w_1x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y) + w_2\overline{x}_2 \tag{2.2.18}$$

这表明，生产 y 单位产量的最小成本就是与成本最小化的要素选择有关的成本.

（三）短期成本曲线

在短期总产品 TP_1 曲线上（图2.3），找到与每一个总产品 y 相对应的可变要素 1 的投入量 x_1（**可通过坐标变换得到**），再用所得到的 $x_1(y)$ 乘以可变要素 1 的价格 w_1，便可得到每处总产品水平的可变成本 $w_1x_1(y)$. 将这种总产品与可变成本之间的对应关系描绘在坐标图中，即可得到短期可变成本曲线 TVC.

进一步，由于短期不变成本为 $w_2\overline{x}_2$，所以短期不变成本曲线 TFC 为一条水平的直线；将短期可变成本曲线向上垂直平移 $w_2\overline{x}_2$ 单位，得到短期总成本曲线 STC，即 $STC(y) = TVC(y) + TFC$.

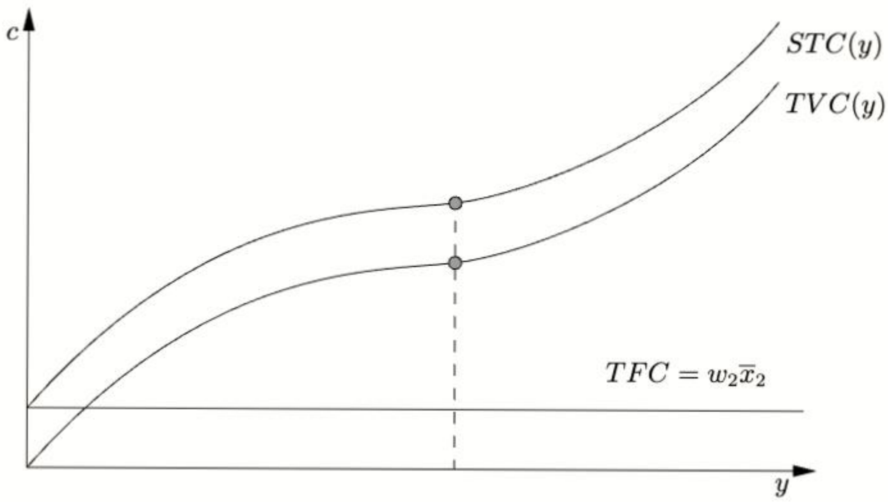


Figure 2.5: 短期总成本曲线

下面具体分析各类短期成本曲线的图形，以及其相互关系.

定义 2.2.10.(总不变成本) 厂商在短期内为生产一定数量的产品对不变生产要素所支付的总成本

$$TFC(y) = w_2\overline{x}_2 \tag{2.2.19}$$

定义 2.2.11.(总可变成本) 厂商在短期内为生产一定数量的产品对可变生产要素所支付的总成本

$$TVC(y) = w_1x_1(y) \tag{2.2.20}$$

定义 2.2.12.(总成本) 厂商在短期内为生产一定数量的产品对全部生产要素所支付的总成本

$$STC(y) = TFC + TVC(y) \tag{2.2.21}$$

定义 2.2.13.(平均不变成本) 厂商在短期内平均每生产一单位产品所支付的不变成本

$$AFC = \frac{TFC}{y} \tag{2.2.22}$$

定义 2.2.14.(平均可变成本) 厂商在短期内平均每生产一单位产品所支付的可变成本

$$AVC(y) = \frac{TVC(y)}{y} \tag{2.2.23}$$

定义 2.2.15.(平均成本) 厂商在短期内平均每生产一单位产品所支付的全部成本

$$AC(y) = \frac{STC(y)}{y} = AFC + AVC(y) \tag{2.2.24}$$

定义 2.2.16.(边际成本) 厂商在短期内增加一单位产量时所增加的总成本

$$MC(y) = \frac{\mathrm{d}STC(y)}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}TVC(y)}{\mathrm{d}y} \tag{2.2.25}$$

边际产品和边际成本的关系

$$MC = \frac{\mathrm{d}STC}{\mathrm{d}y} = \frac{TVC}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}(w_1x_1(y))}{\mathrm{d}y} = w_1\frac{\mathrm{d}x_1(y)}{\mathrm{d}y} = w_1\cdot\frac{1}{MP_1} \tag{2.2.26}$$

- 第一，边际成本 MC 和边际产品 MP_1 两者的变动方向是相反的. 具体地讲，**由于边际产品递减规律的作用**，可变要素 1 的边际产品 MP_1 先上升，达到一个最高点以后再下降，所以边际成本 MC 先下降，达到一个最低点以后再上升，因此边际成本 MC 曲线表现**出先降后升的** U **形**特征.
- 第二，由以上的边际产量和边际成本的对应关系可以推知，**总产量和总成本之间也存在着对应关系**. 具体来说，总产量 TP_1 曲线的**凹凸性**与总成本曲线**是相反的**，且**均存在一个拐点**.

边际成本和总成本、总可变成本的关系

$$MC = \frac{\mathrm{d}TC}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}(TFC + TVC)}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}TVC}{\mathrm{d}y} \tag{2.2.27}$$

即任何产量水平上的边际成本 MC 值既可以由总成本 STC 曲线又可以由总可变成本 TVC 曲线上相应的点的斜率额给出. 边际成本 MC 先降后升，STC 曲线和 TVC 的斜率也先降后升.

边际成本和平均成本、平均可变成本的关系

$$\frac{\mathrm{d}AC}{\mathrm{d}y}=\frac{\frac{\mathrm{d}STC}{\mathrm{d}y}\cdot y-STC}{y^2}=\frac{1}{y}\left(STC'-\frac{STC}{y}\right)=\frac{1}{y}(MC-AC) \tag{2.2.28}$$

$$\frac{\mathrm{d}AVC}{\mathrm{d}y}=\frac{\frac{\mathrm{d}TVC}{\mathrm{d}y}\cdot y-TVC}{y^2}=\frac{1}{y}\left(TVC'-\frac{TVC}{y}\right)=\frac{1}{y}(MC-AVC) \tag{2.2.29}$$

即边际成本 MC 曲线与平均成本 AC 曲线、平均可变成本曲线 AVC 相交于后者的极小值点.

平均成本和总成本/平均可变成本和总可变成本的关系

$$AC=\frac{STC}{y}\quad 和\quad AVC=\frac{TVC}{y} \tag{2.2.30}$$

连接原点与 STC/TFC 曲线上的任何一点的连线的斜率，均可以表示为相应的 AC/AFC 值.

平均产品和平均可变成本的关系

$$AVC=\frac{TVC}{y}=w_1\frac{x_1}{y}=w_1\cdot\frac{1}{AP_1} \tag{2.2.31}$$

- **第一**，平均可变成本 AVC 和平均产量 AP_1 两者的变动方向是相反的.
- **第二**，由于边际成本 MC 曲线与平均可变成本 AVC 曲线交于后者的最低点，边际产品 MP_1 曲线与平均产品 AP_1 曲线交于后者的最高点，所以两对曲线的交点是对应的.

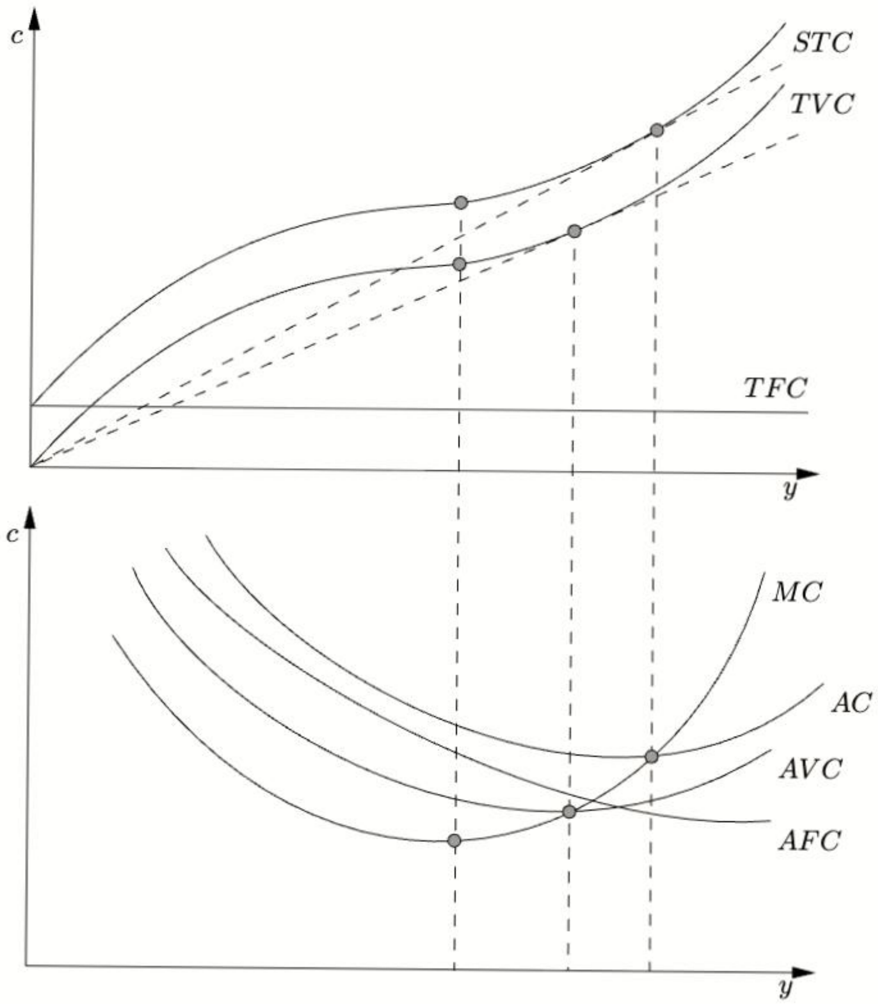


Figure 2.6: 短期成本曲线

(四) 一厂商多工厂问题

一厂商多工厂问题

已知：某厂商有两个工厂，成本函数分别为 $c_1(y), c_2(y)$，总产量为 y，求其产量分配及总成本函数.

- **第一步**：成本最小化

$$\min_{y_1,y_2} \quad c_1(y_1)+c_2(y_2)$$
$$s.t. \quad y_1+y_2=y$$

- **第二步**：构造拉格朗日辅助函数

$$L=c_1(y_1)+c_2(y_2)-\lambda(y_1+y_2-y)$$

一阶条件

$$\begin{cases}\dfrac{\partial L}{\partial y_1}=MC_1(y_1)-\lambda=0\\ \dfrac{\partial L}{\partial y_2}=MC_2(y_2)-\lambda=0\\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=y-y_1-y_2=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}MC_1(y_1)=\lambda\\ MC_2(y_2)=\lambda\end{cases} \Rightarrow MC_1(y_1)=MC_2(y_2)$$

代入约束条件得每个工厂分配到的产量 $y_1=f(y), y_2=y-f(y)$.

- **第三步**：将分配比例代入总成本函数 $c(y)=c_1(y_1)+c_2(y_2)$，将 $c(y)$ 与 $c_1(y), c_2(y)$ 进行比较.

例 2.2.1(2008-南开节选)

一个厂商有两个工厂，这两个工厂的成本函数是相同的：$c_i(y)=f+ky_i^{\alpha}$，其中 $f>0, k>0, i=1,2$，但如果厂商只在一个工厂生产，另一个工厂的固定成本 f 是可以避免的，即 $c_i(0)=0$. 试问：

(1) 在 $\alpha=1$ 和 $\alpha=3$ 两种情况下，厂商如何决定是在一个工厂生产还是同时以两个工厂生产?

解答. 成本最小化问题

$$\min_{y_1,y_2} \quad c_1(y_1)+c_2(y_2)$$
$$s.t. \quad y_1+y_2=y$$

解得产量分配原则 $MC_1(y_1)=MC_2(y_2)$.

当 $\alpha=1$ 时，成本函数 $c_i(y)=f+ky_i$，由产量分配条件

$$MC_1(y_1)=MC_2(y_2)=k$$

与两个工厂的产量 y_i 无关，故无论总产量 y 为多少，均可将全部产量都分配给其中一个工厂生产，以节约另一个工厂的固定成本 f. 因此，当 $\alpha=1$ 时，厂商的成本函数为

$$c(y)=f+ky$$

当 $\alpha=3$ 时，成本函数 $c_i(y)=f+ky_i^3$，由产量分配条件

$$MC_1(y_1)=3ky_1^2=MC(y_2)=3ky_2^2 \Rightarrow y_1=y_2$$

所以产量分配为 $y_1 = y_2 = \dfrac{y}{2}$. 此时，若在一个工厂生产，则成本函数为

$$c(y) = f + ky^3$$

若同时以两个工厂生产，则成本函数为

$$c(y) = c_1(y_1) + c_2(y_2) = 2f + 2k\left(\frac{y}{2}\right)^3$$

厂商决定在一个工厂生产的条件为

$$f + ky^3 \le 2f + 2k\left(\frac{y}{2}\right)^3 \Rightarrow y\left(\frac{4f}{3k}\right)^{\frac{1}{3}}$$

因此，当 $\alpha = 3$ 时，厂商的成本函数为

$$c(y) = \begin{cases} f + ky^3, & y \le \left(\dfrac{4f}{3k}\right)^{\frac{1}{3}} \\ 2f + 2k\left(\dfrac{y}{2}\right)^3, & y > \left(\dfrac{4f}{3k}\right)^{\frac{1}{3}} \end{cases} \quad ■$$

三、短期利润最大化

（一）短期利润最大化

令厂商的生产函数为 $f(x_1, x_2)$，产出的价格为 p，两种投入品的价格为 w_1, w_2. 短期利润最大化问题

$$\max_{x_1} \quad \pi = pf(x_1, \overline{x}_2) - w_1x_1 - w_2\overline{x}_2 \tag{2.2.32}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x_1} = p \cdot MP_1(x_1, \overline{x}_2) - w_1 = 0 \Rightarrow p \cdot MP_1(x_1, \overline{x}_2) = w_1 \tag{2.2.33}$$

如果记 $x_1 = x_1^*$ 是要素 1 的实现利润最大化的数量，那么

$$p \cdot MP_1(x_1^*, \overline{x}_2) = w_1 \tag{2.2.34}$$

换句话说，**生产要素的边际产品价值应当等于它的价格**.

笔记. *考察稍多使用要素 1 时的情况. 假定对于要素 1 的微量增加 Δx_1，产出的增量为 $\Delta y = MP_1\Delta x_1$，价值 $pMP_1\Delta x_1$. 但这一边际产品的生产成本为 $w_1\Delta x_1$. 如果边际产品价值超过它的成本，那么增加要素 1 就可以增加利润；如果边际产品价值小于它的成本，那么减少要素 1 就可以增加利润.*

如果厂商的利润已经尽可能得大了，那么不论增加还是减少要素的使用量，都不能增加利润. 这意味着在投入品和产出品的利润最大化选择处，边际产品的价值 $MP_1(x_1^*, \overline{x}_2)$ 必定等于要素价格 w_1

用曲线代表生产要素 2 的投入水平 $\overline{x}_2$ 保持不变时的生产函数. 令 y 表示厂商的产出量，则利润

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\overline{x}_2 \Rightarrow y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\overline{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1 \tag{2.2.35}$$

该式即**等利润线**，其表示产生固定利润水平的投入品和产出品的所有组合.

等利润线代表的**利润水平越高**，它的**纵截距就越大**. 因此，通过在生产函数曲线上寻找一个位于最高的等利润线上的点，就可以解决利润最大化问题. 该点显然为等利润线和生产函数的切点，该处

$$MP_1 = \frac{w_1}{p} \Leftrightarrow p \cdot MP_1 = w_1 \tag{2.2.36}$$

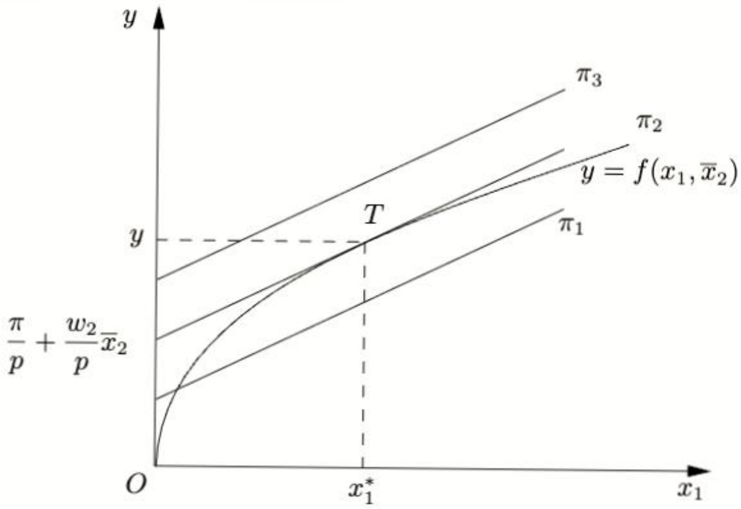


Figure 2.7: 等利润线与生产函数

（二）比较静态分析

下面分别考虑要素价格变动和产品价格变动对要素需求的影响：

当要素 1 的价格从 w_1 上升到 w_1' 时，斜率变大，等利润线变得更陡峭，边际产量也随之变大，由边际产量递减规律知 $x_1' < x_1$，即**要素价格与要素需求量呈反向变动关系，要素需求曲线向下倾斜**.

当产品的价格从 p 上升到 p' 时，斜率变小，等利润线变得更平缓，边际产量也随之变小，由边际产量递减规律知 $x_1' > x_1$，即**要素价格与产品供给量呈同向变动关系，产品供给曲线向上倾斜**.

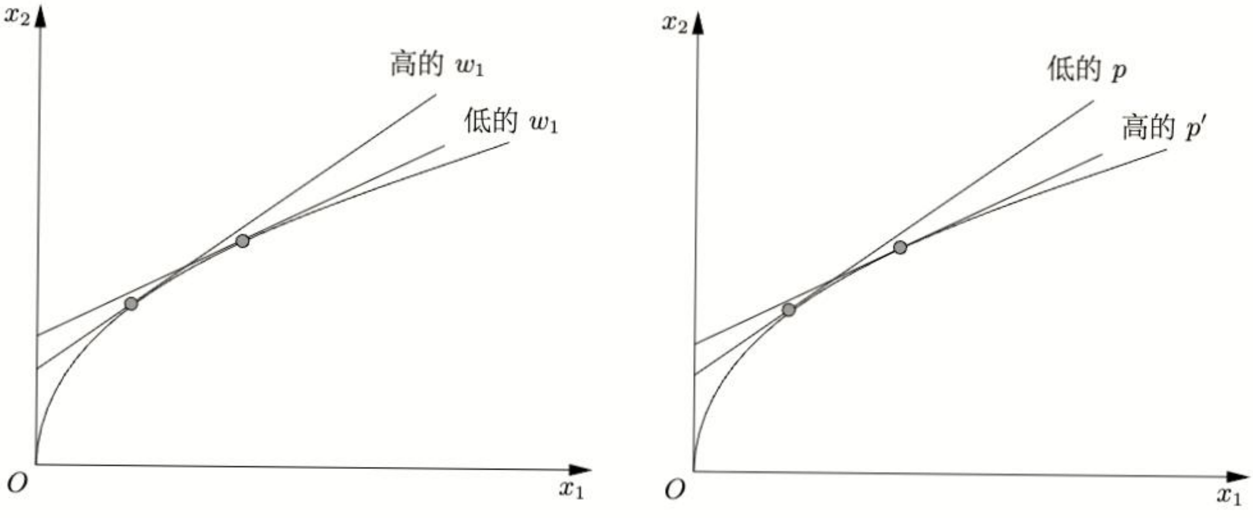


Figure 2.8: 比较静态分析

第三节 生产的长期分析

一、长期生产函数

长期内，生产者可以调整全部生产要素的数量，相应的长期生产函数就是

$$y = f(x_1, x_2) \tag{2.3.1}$$

（一）技术替代率递减规律

定义 2.3.1.(技术替代率) 生产者愿意用一种生产要素去替代另一种生产要素的比率

$$TRS(x_1, x_2) = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)} \tag{2.3.2}$$

定理 2.3.1.(技术替代率递减规律) 在维持**产量不变**的前提下，在一种可变要素的投入量不断增加的过程中，每一单位这种可变要素**所能替代的另一种可变要素的数量**是递减的.

技术替代率递减的主要原因是：在产量给定的前提下，在**生产要素 2 很多和生产要素 1 很少**的情况下，用生产要素 1 去替代生产要素 2 相对是比较容易的，少量的生产要素 1 就可以替代较大数量的生产要素 2；但是，在**生产要素 1 的投入增加到相当多的数量和生产要素 2 的投入被替代到只剩相当少的数量**的情况下，再用生产要素 1 去替代生产要素 2 就将是很困难的了.

前面提到，等产量曲线一般具有**凸向原点**的特征. 这一特征是由技术替代率递减规律所决定的. 因为等产量曲线上每一点的边际技术替代率就是**等产量曲线在该点的斜率的绝对值**，所以在技术替代率递减规律的作用下，等产量曲线的斜率的绝对值是递减的，即等产量曲线展示出凸向原点的一般特征.

（二）不同形状的等产量线

生产要素的**相互替代**是长期生产的一个技术特征. 从生产要素替代的角度看，有两种极端的情况：

- 一种极端的情况是两种要素总是**以固定的比例进行替代**，也被称为**完全替代**；
- 另一种极端的情况是两种要素之间完全不能替代，即两要素的**投入比例是固定的**.

定义 2.3.2.(固定替代比例的生产函数) 也被称为**线性生产函数**，在每一产量水平上任何**两种生产要素之间的替代比例固定**. 假定生产中只使用生产要素 1 和 2，固定替代比例的生产函数通常为

$$y = f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2, \quad a, b > 0 \tag{2.3.3}$$

定义 2.3.3.(固定投入比例的生产函数) 也被称为**里昂惕夫生产函数**，在每一个产量水平上任何一对**要素投入量之间的比例**固定. 假定生产中只使用生产要素 1 和 2，固定投入比例的生产函数通常为

$$y = f(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{t_1}, \frac{x_2}{t_2}\right\}, \quad t_1, t_2 > 0 \tag{2.3.4}$$

式中，t_1, t_1 分别为生产要素 1 和生产要素 2 的生产技术系数，它们分别表示**生产一单位产量**所需要的固定的生产要素 1 的投入量和固定的生产要素 2 的投入量.

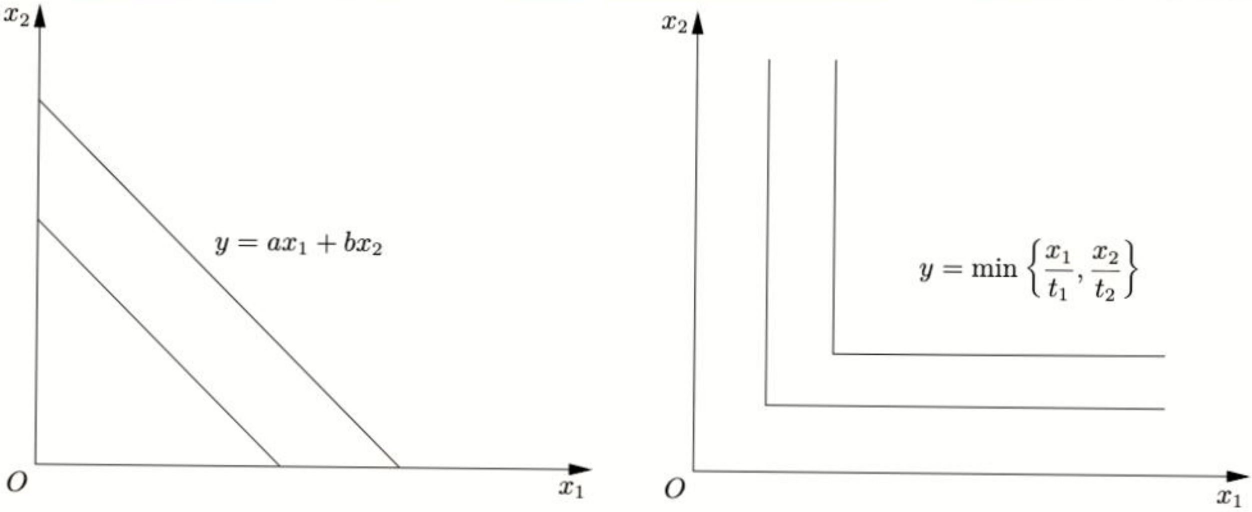


Figure 2.9: 固定替代比例/固定投入比例的等产量曲线

一般的情况介于以上两种极端情况之间，那就是两种要素之间**可以进行替代**，而且**替代的比例是变化的**，即呈现出**技术替代率递减**的现象. 典型的情形如柯布—道格拉斯生产函数.

定义 2.3.4.(柯布—道格拉斯生产函数) 柯布—道格拉斯生产函数的一般形式为

$$y = f(x_1, x_2) = ax_1^{\alpha}x_2^{\beta}, \quad a, \alpha, \beta > 0 \tag{2.3.5}$$

笔记.

1. 该生产函数中的参数 α, β 的经济含义是：当 $\alpha + \beta = 1$ 且两种生产要素各自按其边际产品获得实物报酬时，α, β 分别表示二者的实物所得在总产品中所占份额；
2. 此外，根据参数 α, β 之和，还可以判断规模报酬的情况. 若 $\alpha + \beta > 1$，则为规模报酬递增；若 $\alpha + \beta = 1$，则为规模报酬不变；若 $\alpha + \beta < 1$，则为规模报酬递减.

（三）规模报酬

在长期的生产中，企业的**生产规模发生变化**，自然会使得**产量也发生变化**. 规模报酬分析是考察当企业内部各种生产要素投入量**按相同比例变化**时所带来的产量变化.

定义 2.3.5.(规模报酬) 生产中的全部要素投入量按相同比例变化时带来的产量变化.
令生产函数为 $y = f(x_1, x_2)$，且常数 $t > 1$. 规模报酬变化可以分为三种情况：

- **规模报酬不变**：产量增加的比例等于各种要素投入量增加的比例
$$f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2) \tag{2.3.6}$$
- **规模报酬递增**：产量增加的比例大于各种要素投入量增加的比例
$$f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2) \tag{2.3.7}$$
- **规模报酬递减**：产量增加的比例小于各种要素投入量增加的比例
$$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2) \tag{2.3.8}$$

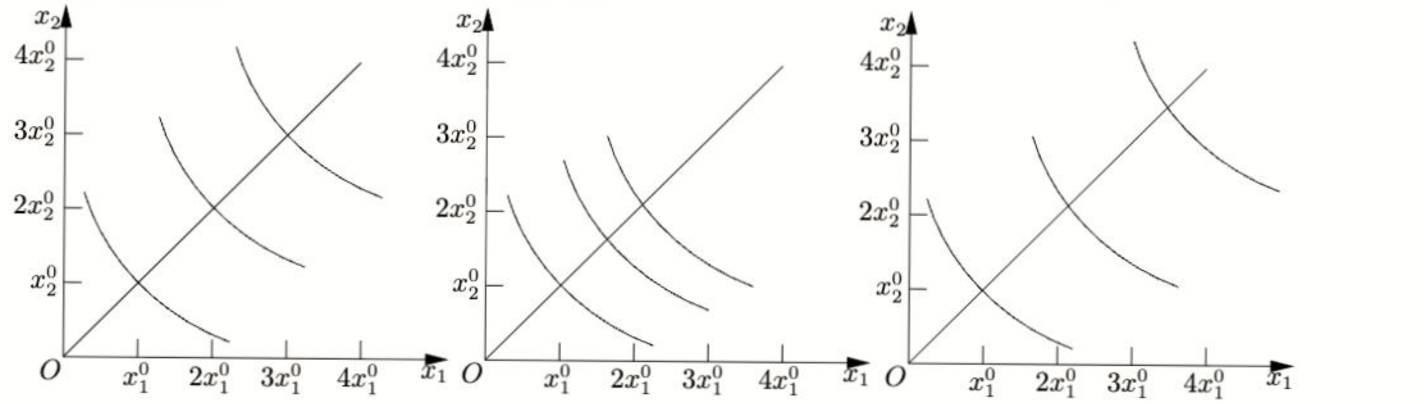


Figure 2.10: 规模报酬的三种情况

一般说来，在长期生产过程中，企业的规模报酬变化呈现出如下规律：当企业从最初很小的生产规模开始逐步扩大时，企业面临**规模报酬递增**的阶段. 在企业得到了由规模报酬递增所带来的全部好处以后，便会进入**规模报酬不变**的阶段：企业可以通过新建相同规模的工厂而在较长的时期内保持在规模报酬不变的阶段. 在这以后，企业若继续扩大已有的工厂规模，就会进入**规模报酬递减**的阶段.

性质 2.3.1. 若竞争性厂商在长期最大经济利润大于零，则其一定拥有规模报酬递减的技术.

证明. 假设厂商长期利润最大化时的产量 $y^*=f(x_1^*,x_2^*)$，此时利润

$$\pi^*=py^*-w_1x_1^*-w_2x_2^*>0 \tag{2.3.9}$$

若厂商拥有规模报酬不变或递增的技术，即 $f(tx_1^*,tx_2^*)\geq tf(x_1^*,x_2^*)$，生产规模扩大为原来的 t 倍时

$$\pi'=pf(tx_1^*,tx_2^*)-t(w_1x_1^*+w_2x_2^*)\geq t(py^*)-t(w_1x_1^*+w_2x_2^*)=t\pi^* \tag{2.3.10}$$

即厂商扩大生产规模可以获得更多的经济利润，与存在最大经济利润的前提相矛盾.

若厂商拥有规模报酬递减的技术，即 $f(tx_1^*,tx_2^*)<tf(x_1^*,x_2^*)$，生产规模扩大为原来的 t 倍时

$$c(y')=w_1tx_1^*+w_2tx_2^*=tc(y^*) \tag{2.3.11}$$

即成本与要素同比例变动. 又因为产量增加的比例小于要素投入量增加的比例，即

$$\frac{\Delta y}{y}<\frac{\Delta c}{c}\Rightarrow\frac{\Delta y}{\Delta c}\cdot\frac{c}{y}=\frac{AC(y)}{MC(y)}<1\Rightarrow MC(y)-AC(y)>0 \tag{2.3.12}$$

从而 $\dfrac{\mathrm{d}AC(y)}{\mathrm{d}y}=\dfrac{1}{y}(MC(y)-AC(y))>0$，则 $AC(y),MC(y)$ 均递增，$c''(y)>0$. 利润函数

$$\pi=py-(w_1x_1+w_2x_2)=py-c(y) \tag{2.3.13}$$

一阶条件 $\dfrac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y}=p-c'(y)=0$，二阶条件 $\dfrac{\mathrm{d}^2\pi}{\mathrm{d}y^2}=-c''(y)<0$，则产量为 y^* 时可能存在正的经济利润. ■

性质 2.3.2. 若竞争性厂商拥有规模报酬不变的技术，则其在长期最大经济利润一定等于零.

证明. 类似地，若厂商拥有规模报酬不变的技术，则生产规模扩大为原来的 t 倍时

$$\pi'=pf(tx_1^*,tx_2^*)-t(w_1x_1^*+w_2x_2^*)=t(py^*)-t(w_1x_1^*+w_2x_2^*)=t\pi^* \tag{2.3.14}$$

由于 $\pi^*\geq\pi'=t\pi^*(t>1)\Rightarrow\pi^*=0$，即长期最大经济利润 π^* 一定等于零. ■

二、长期成本函数

（一）长期成本函数

长期成本函数为

$$
\begin{aligned}
c(y) = \min\ & w_1x_1 + w_2x_2 \\
s.t.\ & f(x_1, x_2) = y
\end{aligned}
\tag{2.3.15}
$$

长期的要素需求函数记为 $x_1 = x_1(w_1, w_2, y), x_2 = x_2(w_1, w_2, y)$，代入上式可得

$$
c(y) = w_1x_1(w_1, w_2, y) + w_2x_2(w_1, w_2, y) \tag{2.3.16}
$$

（二）长期成本曲线

定义 2.3.6.(长期总成本) 长期内厂商在每一产量水平上由最优生产规模带来的最小生产总成本

$$
LTC = LTC(y) \tag{2.3.17}
$$

在长期，厂商可以变动全部的要素投入量即选择最优的生产规模. 如图，如果厂商生产的产量为 y_1，那么厂商会选择 STC_1 曲线所代表的生产规模，在 a 点进行生产；如果厂商生产的产量为 y_2，那么厂商会选择 STC_2 曲线所代表的生产规模，在 b 点进行生产；如果厂商生产的产量为 y_3，那么厂商会选择 STC_3 曲线所代表的生产规模，在 c 点进行生产. 这样，**厂商就在每一个既定的产量水平实现了最低的总成本**.

这样一来，厂商**可以在任何一个产量水平上，都找到相应的一个最优的生产规模**，都可以把总成本降到最低水平. 也就是说，可以找到无数个类似于 a, b, c 点，这些点的轨迹就形成了长期总成本 LTC 曲线.

显然，**长期总成本曲线是无数条短期总成本曲线的包络线**. 在这条包络线上，在连续变化的每一个产量水平上，都存在着 LTC 曲线和一条 STC 曲线的切点，该 STC 曲线所代表的生产规模就是**生产该产量的最优生产规模**，该切点所对应的总成本就是**生产该产量的最低总成本**.

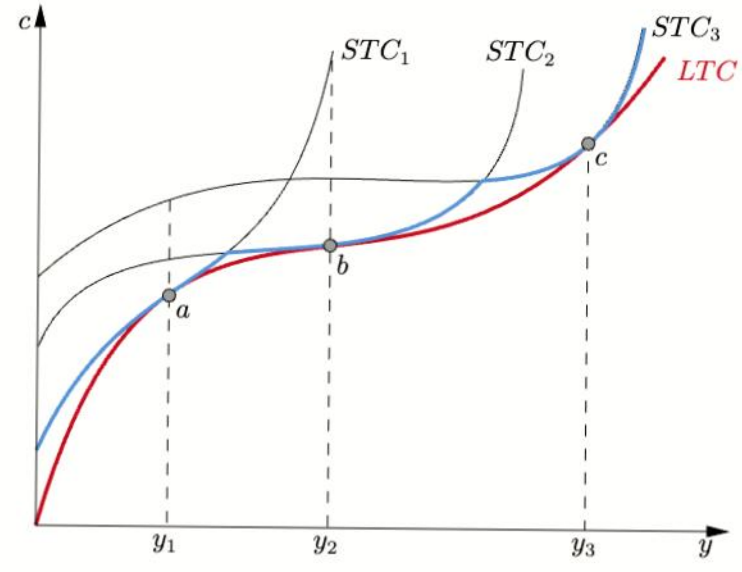


Figure 2.11: 长期总成本曲线

定义 2.3.7.(长期平均成本) 长期内厂商在每一产量水平上由最优生产规模带来的最小生产平均成本

$$LAC(y) = \frac{LTC(y)}{y} \tag{2.3.18}$$

显然，**长期平均成本曲线是无数条短期平均成本曲线的包络线**. 在这条包络线上，在连续变化的每一个产量水平，都存在 LAC 曲线和一条 SAC 曲线的切点（**不总是 SAC 曲线的最低点**），该 SAC 曲线所代表的生产规模就是生产该产量的最优生产规模，该切点所对应的平均成本就是相应的最低平均成本.

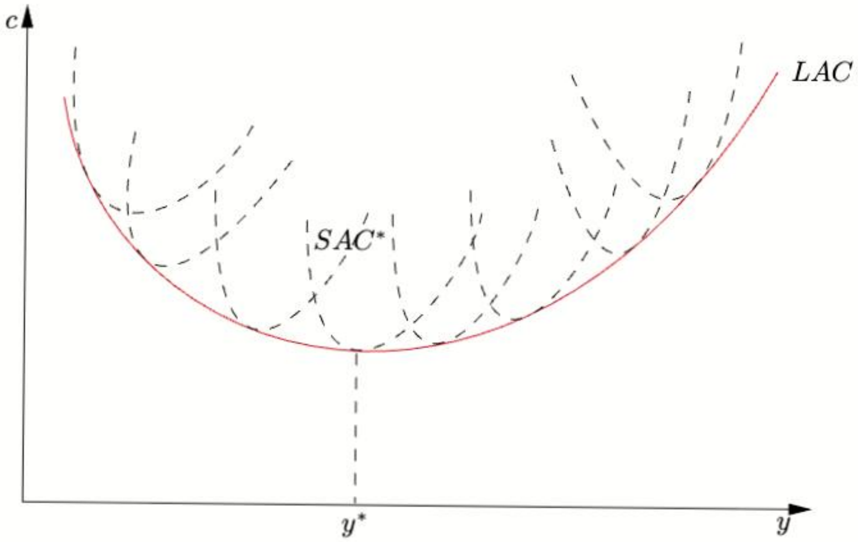


Figure 2.12: 长期平均成本曲线

定义 2.3.8.(规模经济) 在企业生产扩张的开始阶段，厂商由于扩大生产规模而使经济效益得到提高，即厂商产量增加的倍数大于成本增加的倍数，这便是**规模经济**（也被称作**内在经济**）.

定义 2.3.9.(规模不经济) 在生产扩张到一定的规模以后，厂商继续扩大生产规模，就会使经济效益下降，即厂商产量增加的倍数小于成本增加的倍数，这便是**规模不经济**（也被称作**内在不经济**）.

一般来说，在企业的生产规模由小到大的扩张过程中，会先后出现规模经济和规模不经济. **正是长期生产的规模经济和规模不经济的作用，决定了长期平均成本 LAC 曲线表现出先下降后上升的 U 形特征**.

在产量小于 y^* 的生产阶段，由于规模经济的作用，LAC 曲线不断下降；在产量大于 y^* 的生产阶段，由于规模不经济的作用，LAC 曲线不断上升. 只有在产量等于 y^* 时，**规模经济的作用全部释放，LAC 曲线降到最低点**，此时的生产规模用 SAC^* 曲线表示，此生产规模也可以被称**最小成本的效率规模**.

企业长期生产表现出**规模报酬先是递增的，然后是递减的**. 规模报酬的这种变化规律，也是造成 LAC 曲线先降后升特征的一个原因. 需要指出的是，规模报酬分析是以**厂商以相同的比例变动全部要素投入量**为前提的，即各生产要素投入量之间的比例保持不变. 而事实上，厂商长期生产的规模经济和规模不经济，既可以产生于各生产要素投入量之间的比例保持不变的境况，**也可以产生于各生产要素投入量之间的比例发生变化的境况**. 或者说，**规模经济和规模不经济的内涵包含了规模报酬的变化**. 因此，在更一般的意义上，**长期生产的规模经济和规模不经济的技术特征是 LAC 曲线呈 U 形特征的决定因素**.

定义 2.3.10.(外在经济) 厂商的生产活动所依赖的外界环境得到改善.

定义 2.3.11.(外在不经济) 厂商的生产活动所依赖的外界环境恶化.

外在经济和外在不经济是由企业以外的因素引起的，它影响厂商的长期平均成本 LAC 曲线的位置.

定义 2.3.12.(长期边际成本) 厂商在长期内增加一单位产量所引起的最低总成本的的增量

$$LMC(y) = \frac{\mathrm{d}LTC(y)}{\mathrm{d}y} \tag{2.3.19}$$

长期总成本曲线是无数条短期总成本曲线的包络线，在长期内的每一个产量水平上，LTC 曲线都与一条代表最优生产规模的 STC 曲线相切，这说明**在切点上这两条曲线的斜率是相等的**，即

$$SMC(y) = \frac{\mathrm{d}STC}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}LTC}{\mathrm{d}y} = LMC(y) \tag{2.3.20}$$

因此，在长期内的每一个产量水平上，**LMC 值都与代表最优生产规模的 SMC 值相等**.

如图，在 y_1 的产量上最优生产规模由 SAC_1 曲线和 SMC_1 曲线代表，且短期边际成本 SMC 值由 P 点给出. 考虑到长期内每一个产量水平上的 LMC 值都与代表最优生产规模的 SMC 值相等，所以，**在 y_1 产量上 Py_1 既是最优的短期边际成本，又是长期边际成本**，即有 $LMC = SMC_1 = Py_1$. 同理，可以得到无数个类似于 P, R, S 的点，将这些点连接起来便得到一条平滑的长期边际成本 LMC 曲线.

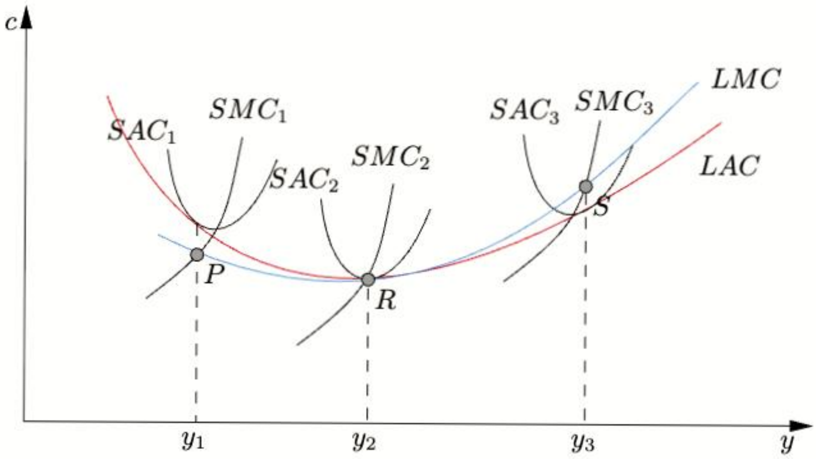


Figure 2.13: 长期边际成本曲线

根据边际量和平均量之间的关系，当 LAC 曲线处于下降段时，LMC 曲线一定位于 LAC 曲线的下方，此时 $LMC < LAC$，LMC 将 LAC 拉下；当 LAC 曲线处于上升段时，LMC 曲线一定位于 LAC 曲线的上方，此时 $LMC > LAC$，LMC 将 LAC 拉上. 因为 LAC 曲线在规模经济和规模不经济的作用下呈**先降后升的 U 形**，这就使得 LMC 曲线也必然呈**先降后升的 U 形**，并且，两条曲线相交于后者的最低点 R.

另一方面，**数理地**

$$\frac{\mathrm{d}LAC}{\mathrm{d}y} = \frac{\frac{\mathrm{d}LTC}{\mathrm{d}y}\cdot y - LTC}{y^2} = \frac{1}{y}\left(LTC' - \frac{LTC}{y}\right) = \frac{1}{y}(LMC - LAC) \tag{2.3.21}$$

即长期边际成本 LMC 曲线与长期平均成本 LAC 曲线相交于后者的极小值点.

三、长期利润最大化

（一）长期利润最大化

长期利润最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} \quad \pi = pf(x_1,x_2) - w_1x_1 - w_2x_2 \tag{2.3.22}$$

一阶条件

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial x_1} = p \cdot \dfrac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - w_1 = 0 \\ \dfrac{\partial \pi}{\partial x_2} = p \cdot \dfrac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2} - w_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \cdot MP_1(x_1,x_2) = w_1 \\ p \cdot MP_2(x_1,x_2) = w_2 \end{cases} \tag{2.3.23}$$

每一种要素的边际产品价值必定等于它的价格.

这两个条件给出了包含两个未知数 x_1^*, x_2^* 的两个方程. 如果清楚边际产品作为 x_1, x_2 的函数的具体形式，就能求出作为价格的函数的每一要素的最优选择量. 由此得出的方程式就是所谓的**要素需求曲线**.

（二）比较静态分析

利润最大化的弱公理

当一家追求利润最大化的厂商作出投入和产出的选择时，这个选择揭示了两件事情：第一，所选择的投入品和产出品组合代表一个**可行的**生产计划；第二，这个选择比厂商可能作出的其他所有的可行选择都**更有利可图**. 考察某企业在两组不同的价格上所作出的两个选择：

假设在 t 期和 s 期，厂商面临的价格分别为 (p^t, w_1^t, w_2^t) 和 (p^s, w_1^s, w_2^s)，所作出的选择为 (y^t, x_1^t, x_2^t) 和 (y^s, x_1^s, x_2^s). 假定从 t 期到 s 期之间，厂商的生产函数保持不变，并且企业的目标是实现利润最大化，则

$$p^ty^t - w_1^tx_1^t - w_2^tx_2^t \geq p^ty^s - w_1^tx_1^s - w_2^tx_2^s \tag{2.3.24}$$

$$p^sy^s - w_1^sx_1^s - w_2^sx_2^s \geq p^sy^t - w_1^sx_1^t - w_2^sx_2^t \tag{2.3.25}$$

这就是说，按照 t 期的价格，厂商获得的利润必定大于采用 s 期的生产计划所获得的利润，反之亦然.

因此，若能观察到违背上述不等式的两个时期，则至少在一个时期内，厂商并不是在追求利润最大化. 实际上，满足这两个不等式是利润最大化行为的一个公理，它可以称作**利润最大化的弱公理**.

若企业的选择满足利润最大化的弱公理，则由式**(2.3.25)**移项可得

$$-p^sy^t + w_1^sx_1^t + w_2^sx_2^t \geq -p^sy^s + w_1^sx_1^s + w_2^s + x_2^s \tag{2.3.26}$$

再把上式**(2.3.26)**与式**(2.3.24)**加总可得

$$(p^t - p^s)y^t - (w_1^t - w_1^s)x_1^t - (w_2^t - w_2^s)x_2^t \geq (p^t - p^s)y^s - (w_1^t - w_1^s)x_1^s - (w_2^t - w_2^s)x_2^s \tag{2.3.27}$$

再由上式**(2.3.27)**移项可得

$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) - (w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) - (w_2^t - w_2^s)(x_2^2 - x_2^s) \geq 0 \tag{2.3.28}$$

最后，定义价格的变化为 $\Delta p = p^t - p^s$，产量的变化为 $\Delta y = y^t - y^s$，以此类推，可得

$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_1 \Delta x_2 \geq 0 \tag{2.3.29}$$

这表明产品价格的变动量与产量的变动量的乘积，再扣除每一种要素价格的变动量与该要素的变动量的乘积，结果一定是非负的.

特别地，**如果** $\Delta w_1 = \Delta w_2 = 0$，那么上式简化为

$$\Delta p \Delta y \geq 0 \tag{2.3.30}$$

若产品价格上升（$\Delta p > 0$），则产量将上升或保持不变（$\Delta y \geq 0$）．这说明，**一家竞争性企业的利润最大化的供给曲线必定具有正的（或至少是零）斜率**.

类似地，**如果** $\Delta p = \Delta x_2 = 0$，那么上式化简为

$$-\Delta w_1 \Delta x_1 \geq 0 \Rightarrow \Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0 \tag{2.3.31}$$

则若要素 1 的价格上升（$\Delta w_1 > 0$），则对要素 1 的需求量将下降或保持不变（$\Delta x_1 \leq 0$）．这说明，**要素需求量必定是该要素价格的减函数**，即要素需求曲线的斜率为负值.

成本最小化的弱公理

仍假设在 t 期和 s 期，厂商面临的要素价格分别为 (w_1^t, w_2^t) 和 (w_1^s, w_2^s)，所作出的选择为 (x_1^t, x_2^t) 和 (x_1^s, x_2^s). 假定这两个选择都生产相同的产量 y，若每一种选择按相应的价格都是成本最小化的选择，则

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s \tag{2.3.32}$$

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \leq w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t \tag{2.3.33}$$

如果厂商总是选择成本最小化的方法生产 y 单位的产量，则其选择必定满足上述**成本最小化的弱公理**.

由式**(2.3.33)**移项可得

$$-w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \leq -w_1^s x_1^s - w_2^s - w_2^s x_2^s \tag{2.3.34}$$

再把上式**(2.3.34)**与式**(2.3.32)**加总可得

$$(w_1^t - w_1^s)x_1^t + (w_2^t - w_2^s)x_w^2 \leq (w_1^t - w_1^s)x_1^s + (w_2^t - w_2^s)x_2^s \tag{2.3.35}$$

再由上式**(2.3.35)**移项可得

$$(w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) + (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \leq 0 \tag{2.3.36}$$

最后，定义两种要素需求的变动为 $\Delta w_1 = w_1^t - w_1^s, \Delta w_2 = w_2^t - w_2^s$，可得

$$\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \leq 0 \tag{2.3.37}$$

在要素价格变动而产量保持不变时，此不等式隐含着对厂商行为变化的限制.

如果 $\Delta w_2 = 0$ **时**，那么上式化简为

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0 \tag{2.3.38}$$

则若要素 1 的价格上升（$\Delta w_1 > 0$），则对要素 1 的需求量必将下降（$\Delta x_1 \leq 0$）．这说明，**有条件的要素需求曲线**必定是向下倾斜的.

短期生产问题和长期生产问题

短期生产问题

1. 短期要素需求函数 $x_1 = x_1(w_1, p)$ 和短期供给函数 $y = y(p)$

- **第一步**：利润最大化问题

$$\max_{x_1} \quad \pi = pf(x_1, \overline{x}_2) - w_1x_1 + w_2\overline{x}_2$$

- **第二步**：一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x_1} = p \cdot MP_1(x_1) = w_1$$

整理得要素需求函数 $x_1 = x_1(w_1, p)$.

- **第三步**：将要素需求函数 $x_1 = x_1(w_1, p)$ 代入生产函数 $y = f(x_1, \overline{x}_2)$ 得到短期供给函数

$$y = y(p)$$

2. 短期条件要素需求函数 $x_1 = x_1(y)$ 和短期成本函数 $c_s(y)$

- **第一步**：由生产函数 $y = f(x_1, \overline{x}_2)$ 反解出短期条件要素需求函数

$$x_1 = x_1(y)$$

- **第二步**：将条件要素需求函数 $x_1(y)$ 代入成本函数

$$c_s(y) = w_1x_1 + w_2\overline{x}_2 = w_1x_1(y) + w_2\overline{x}_2$$

长期生产问题

1. 长期要素需求函数 $x_1(w_1, w_2, p), x_2(w_1, w_2, p)$ 和长期供给函数 $y = y(w_1, w_2, p)$

- **第一步**：利润最大化问题

$$\max_{x_1, x_2} \quad pf(x_1, x_2) - (w_1x_1 + w_2x_2)$$
$$s.t. \quad f(x_1, x_2) = y$$

- **第二步**：若生产函数满足技术替代率递减，由一阶条件可得

$$p \cdot MP_1(x_1, x_2) = w_1$$
$$p \cdot MP_2(x_1, x_2) = w_2$$

两式相除，可得

$$\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)} = \frac{w_1}{w_2}$$

将上式代回一阶条件可得长期要素需求函数 $x_1(w_1, w_2, p), x_2(w_1, w_2, p)$.

- **第三步**：将要素需求函数代入生产函数 $y = f(x_1, x_2)$ 得到长期供给函数

$$y = y(w_1, w_2, p)$$

2. 长期条件要素需求函数 $x_1(w_1, w_2, y), x_2(w_1, w_2, y)$ 和长期成本函数 $c(w_1, w_2, y)$

- **第一步**：成本最小化问题

$$\min_{x_1, x_2} \quad w_1x_1 + w_2x_2$$
$$s.t. \quad f(x_1, x_2) = y$$

- **第二步**：若生产函数满足技术替代率递减，由一阶条件可得

$$\frac{MP(x_1,x_2)}{MP(x_1,x_2)}=\frac{w_1}{w_2}$$

将上式代回约束条件 $f(x_1,x_2)=y$ 可得长期条件要素需求函数 $x_1(w_1,w_2,y),x_2(w_1,w_2,y)$.

- **第三步**：将条件要素需求函数 $x_1(w_1,w_2,y),x_2(w_1,w_2,y)$ 代入成本函数

$$c(w_1,w_2,y)=w_1x_1(w_1,w_2,y)+w_2x_2(w_1,w_2,y)$$

例 2.3.1(2025-央财 801)

厂商的生产函数是 $f(L,K)=L^{0.5}K^{0.5}$，其中 L 是劳动的数量，K 是机器的数量. 劳动的价格是每单位 20 元，机器的租金是每单位 80 元. 请计算:

(1) 假设厂商的产量是 y，计算厂商成本最小化下的劳动和资本数量?

(2) 写出厂商的长期总成本和长期边际成本.

(3) 如果厂商的机器数量固定为 10 台，给出厂商的短期总成本和短期边际成本.

解答. (1) 成本最小化问题

$$\min_{L,K}\quad 20L+80K$$
$$s.t.\quad L^{0.5}K^{0.5}=y$$

由一阶条件可得

$$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{w}{r}\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}L^{-0.5}K^{0.5}}{\frac{1}{2}L^{0.5}K^{-0.5}}=\frac{20}{80}\Rightarrow L=4K$$

带回生产函数 $y=f(L,K)=L^{0.5}K^{0.5}$ 可得长期条件要素需求函数

$$y=(4K)^{0.5}K^{0.5}=2K\Rightarrow K=\frac{y}{2},L=4K=2y$$

(2) 厂商的长期总成本和长期边际成本

$$LTC=wL+rK=20L+80K=80y$$
$$LMC=\frac{\mathrm{d}LTC}{\mathrm{d}y}=80$$

(3) 厂商的机器数量固定为 $K=10$，则生产函数 $y=f(L,\overline{K})=\sqrt{10}L^{0.5}$，短期条件要素需求函数

$$L=\left(\frac{y}{\sqrt{10}}\right)^2=\frac{y^2}{10}$$

则厂商的短期总成本和短期边际成本

$$STC=wL+r\overline{K}=2y^2+800$$
$$SMC=\frac{\mathrm{d}STC}{\mathrm{d}y}=4y$$

■

例 2.3.2(2019-央财 801-经济学院)

给定生产函数 $F(z_1,z_2)=z_1^{\alpha}z_2^{\beta},0<\alpha+\beta<1,0<\beta<1$，其中 z_1,z_2 分别为要素 1 和要素 2 的投入量，且要素 1 和要素 2 的单位价格分别为 w_1,w_2. 求解：

(1) 短期内要素 1 的投入量固定为 m 时的短期成本函数；

(2) 长期成本函数.

解答. **(1)** 厂商的要素 1 的投入量固定为 m，则生产函数 $y=F(\bar{z}_1,z_2)=m^{\alpha}z_2^{\beta}$，短期条件要素需求函数

$$z_2=\left(\frac{y}{m^{\alpha}}\right)^{\frac{1}{\beta}}$$

则厂商的短期成本函数

$$c_s(y)=w_1m+w_2\left(\frac{y}{m^{\alpha}}\right)^{\frac{1}{\beta}}$$

(2) 成本最小化问题

$$\begin{aligned}\min\quad & w_1z_1+w_2z_2\\ s.t.\quad & z_1^{\alpha}z_2^{\beta}=y\end{aligned}$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L(z_1,z_2,\lambda)=w_1z_1+w_2z_2-\lambda(z_1^{\alpha}z_2^{\beta}-y)$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial z_1}=w_1-\lambda\alpha z_1^{\alpha-1}z_2^{\beta}=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial z_2}=w_2-\lambda\beta z_1^{\alpha}z_2^{\beta-1}=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=y-z_1^{\alpha}z_2^{\beta}=0$$

解得要素 1,2 的条件要素需求函数分别为

$$z_1=y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\alpha w_2}{\beta w_1}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\quad 和\quad z_2=y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\beta w_1}{\alpha w_2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$$

则厂商的长期成本函数

$$c(w_1,w_2,y)=w_1z_1+w_2z_2=y^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}+\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\right]w_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}w_2^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$$ ■

笔记. 这里增补一问，求厂商供给函数. 利润最大化问题

$$\begin{aligned}\max\quad & \pi=pz_1^{\alpha}z_2^{\beta}-(w_1z_1+w_2z_2)\\ s.t.\quad & z_1^{\alpha}z_2^{\beta}=y\end{aligned}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial z_1}=p\cdot\alpha z_1^{\alpha-1}z_2^{\beta}-w_1=0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial z_2}=p\cdot\beta z_1^{\alpha}z_2^{\beta-1}-w_2=0$$

整理得 $z_2 = \frac{\beta w_1}{\alpha w_2} z_1$，代回一阶条件可得要素需求函数

$$z_1 = \left[\frac{1}{p}\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{1-\beta}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta-1}} \quad 和 \quad z_2 = \left[\frac{1}{p}\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{1-\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta-1}}$$

代入生产函数 $F(z_1, z_2) = z_1^{\alpha} z_2^{\beta}$ 可得厂商供给函数

$$y = \left[\frac{1}{p^{\alpha+\beta}}\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{\beta}\right]^{\frac{1}{\alpha+\beta-1}}$$

例 2.3.3(2019-央财 801-其他学院)

给定生产函数 $F(z_1, z_2) = \min\{z_1, z_2\}$，其中 z_1, z_2 分别为要素 1 和要素 2 的投入量，且要素 1 和要素 2 的单位价格分别为 w_1, w_2. 求解：

(1) 短期内要素 1 的投入量固定为 m 时，生产产量 $y < m$ 时，请计算最小的成本支出（即计算生产产量 $y < m$ 时的短期成本函数）；

(2) 长期成本函数.

解答. (1) 厂商的要素 1 的投入量固定为 m，则生产函数 $F(\bar{z}_1, z_2) = \min\{m, z_2\}$，又由于

$$y < m \Rightarrow \min\{m, z_2\} < m \Rightarrow z_2 = y$$

则厂商的短期成本函数 $c_s(y) = w_1 m + w_2 y$.

(2) 成本最小化问题

$$\begin{aligned} \min \quad & w_1 z_1 + w_2 z_2 \\ s.t. \quad & \min\{z_1, z_2\} = y \end{aligned}$$

容易求得要素 1,2 的条件要素需求函数分别为 $z_1 = z_2 = y$，则厂商的成本函数

$$c(y) = w_1 z_1 + w_2 z_2 = (w_1 + w_2) y \quad ■$$

第三章 市场理论

第一节 竞争

一、基本概念

(一) 厂商和市场的类型

定义 3.1.1.(市场) 商品买卖双方相互作用并得以决定其**交易价格和交易数量**的组织形式或制度安排.

根据不同的市场结构的特征，将市场划分为**完全竞争市场**、**垄断竞争市场**、**寡头市场**和**垄断市场**四种类型. 决定市场类型划分的主要因素有以下四个：第一，**市场上厂商的数目**；第二，**厂商所生产的产品的差别程度**；**第三，单个厂商对市场价格的控制程度**；第四，**厂商进入或退出一个行业的难易程度**.

笔记. 前两个因素是决定因素；第三个因素是前两个因素的必然结果，第四个因素是第一个因素的延伸.

Table 3.1: 市场类型的划分和特征

市场类型	厂商数目	产品差别程度	对价格的控制程度	进出一个行业的难易程度	接近哪种市场
完全竞争	很多	完全无差别	没有	很容易	农产品
垄断竞争	很多	有差别	有一些	比较容易	轻工产品、零售业
寡头	几个	有差别或无差别	相当程度	比较困难	钢、汽车、石油
垄断	唯一	唯一产品 无相近替代品	很大程度 经常收到管制	很困难 几乎不可能	公用事业

定义 3.1.2.(行业) 同一个商品市场生产和提供商品的所有厂商的总体.

笔记. **区分不同的市场结构的原因**：厂商的利润取决于收益和成本. 其中，厂商的成本主要取决于厂商的生产技术方面的因素，而厂商的收益则取决于市场对其产品的需求状况. 在不同类型的市场条件下，厂商所面临的对其产品的需求状况是不相同的，所以在分析厂商的利润最大化决策时，需要区分不同的市场类型.

（二）完全竞争厂商的需求曲线与收益曲线

定义 3.1.3.(完全竞争市场) 具备以下四个条件的市场：市场上有大量的买者和卖者；市场上的每一个厂商提供的商品都是完全同质的；所有的资源都具有完全的流动性；信息是完全的.

定义 3.1.4.(经济均衡) 所谓经济均衡指的是这样一种状态，即所有有关的经济主体都选择了对它来说**最佳**可能的行为，并且各经济主体的行为之间具有**一致性**.

市场上对某个厂商的产品的需求状况，可以用该厂商所面临的需求曲线来示. 在完全竞争市场上，由于厂商是**既定市场价格的接受者**，所以完全竞争厂商的需求曲线是一条**由既定市场价格水平出发的水平线**.

如图，市场的需求曲线 $D(p)$ 和供给曲线 $S(p)$ 相交的均衡点 E 所决定的市场的**均衡价格**为 p_e. 相应地，由给定的价格水平 p_e 出发的水平线 d 就是厂商的需求曲线. **假定厂商的销售量等于需求量**，水平的需求曲线意味着：给定的市场价格 p_e，单个完全竞争厂商**所面临的市场需求量是无限大的**，它可以出售任意数量的商品；这一需求**具有完全的弹性**，若单个厂商的商品价格高于 p_e，则会一个商品都卖不出去.

总之，完全竞争厂商只能接受既定的市场价格，厂商既不能也没必要去改变这一价格水平.

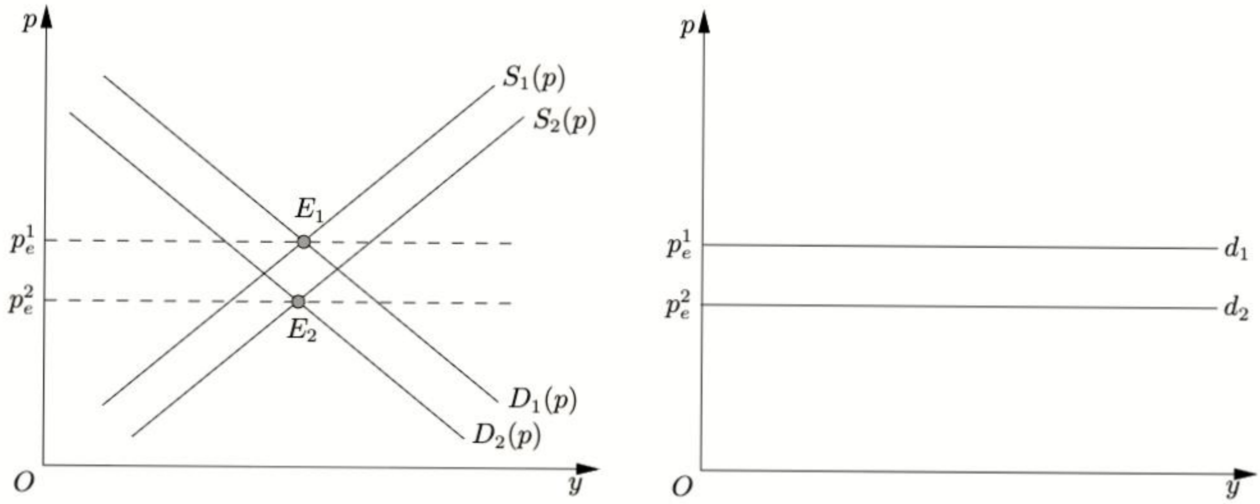


Figure 3.1: 完全竞争市场价格的变动和厂商的需求曲线

厂商的收益就是厂商的销售收入，可以分为**总收益**、**平均收益**和**边际收益**

$$TR(y) = py \tag{3.1.1}$$

$$AR(y) = \frac{TR(y)}{y} \tag{3.1.2}$$

$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} \tag{3.1.3}$$

完全竞争厂商的需求曲线表示，在每一个销售量上，厂商的销售价格是固定不变的，因此

$$AR(y) = \frac{TR(y)}{y} = \frac{py}{y} = p \tag{3.1.4}$$

$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} = p \tag{3.1.5}$$

从而 $AR = MR = P$，平均收益曲线、边际收益曲线和需求曲线**三条线重叠**，都用同一条**由既定价格水平出发的水平线来表示**. 此外，完全竞争厂商的总收益 TR 曲线是一条**由原点出发的斜率不变的上升直线**.

（三）利润最大化的均衡条件

厂商进行生产的目的是追求最大的利润. 令其利润等式为

$$\pi(y) = TR(y) - TC(y) \tag{3.1.6}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi(y)}{\mathrm{d}y} = MR(y) - MC(y) = 0 \Rightarrow MR(y) = MC(y) \xrightarrow{\text{完全竞争市场}} p = MC(y) \tag{3.1.7}$$

所以，**边际收益 MR 等于边际成本 MC 是厂商实现利润最大化的均衡条件**. 二阶条件

$$\frac{\mathrm{d}^2\pi(y)}{\mathrm{d}y^2} = MR'(y) - MC'(y) < 0 \Rightarrow MR'(y) < MC'(y) \xrightarrow{\text{完全竞争市场}} MC(y) > 0 \tag{3.1.8}$$

所以，左边的 MR 曲线和 SMC 曲线的另一个交点不是利润最大化的均衡点，而是**利润最小化的点**.

$MR = SMC$ 的均衡条件，有时也被称为**利润最大或亏损最小的均衡条件**. 在 $MR = MC$ 时，若厂商是获利的，则厂商所获得的一定是最大的利润；若厂商是亏损的，则厂商所遭受的一定是最小的亏损.

笔记. 成本曲线、收益曲线和供给曲线之所以在坐标轴上可以统一[1]，是因为成本曲线和收益曲线是产量 y 的函数，所得结果是用货币单位表示的；供给 $S(p)$ 是价格 p 的函数，也是用货币单位表示的.

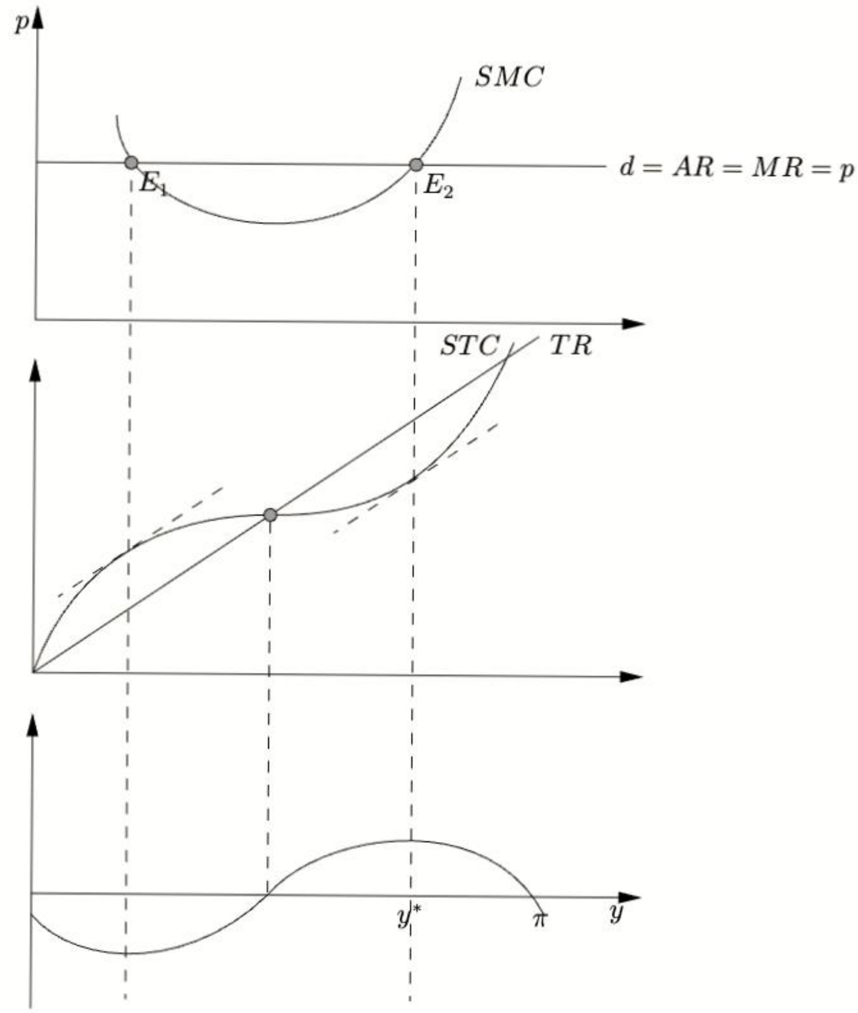


Figure 3.2: 利润最大化

[1] 高鸿业教材[4] 在生产者理论中使用 C 作为纵坐标，在市场理论中使用 P 作为纵坐标；范里安教材[6] 在纵坐标上同时体现 AC, MC, p.

二、短期分析

（一）短期均衡

在短期，厂商是在给定的生产规模下，通过对产量的调整来实现 $MR = SMC$ 的利润最大化的均衡条件. 当厂商实现 $MR = SMC$ 时，短期均衡可以具体表现为下图的五种情况：

在均衡产量 y_1 上，厂商的平均收益 AR 大于平均成本 SAC，厂商获得利润；在均衡产量 y_2 上，厂商的平均收益 AR 等于平均成本 SAC，厂商既无利润也无亏损，该均衡点为厂商的**收支相抵点**；在均衡产量 y_3 上，厂商的平均收益 AR 大于平均可变成本 AVC，厂商虽然亏损，但仍继续生产[2]；在均衡产量 y_4 上，厂商的平均收益 AR 等于平均可变成本 AVC，全部收益只能弥补全部的可变成本（不变成本得不到任何弥补），厂商生产或不生产的结果都是一样的，该均衡点为厂商的**停止营业点**或**关闭点**；在均衡产量 y_5 上，厂商的平均收益 AR 小于平均可变成本 AVC，厂商将停止生产.

厂商短期生产与否的决策与不变成本无关，**它只取决于市场价格 p（亦等于厂商的平均收益 AR）和平均可变成本 AVC 的比较**. 在 $MR = SMC$ 利润最大化原则所确定的产量水平，只要 $p > AVC$，厂商就会进行生产；只要 $p < AVC$，厂商就会停止生产；当 $p = AVC$ 时，厂商则处于停止生产的临界点. 故等于最低平均可变成本的市场价格有时也被称为企业的**停产价格**. 综上所述，完全竞争厂商短期均衡的条件是

$$p = MR = SMC \tag{3.1.9}$$

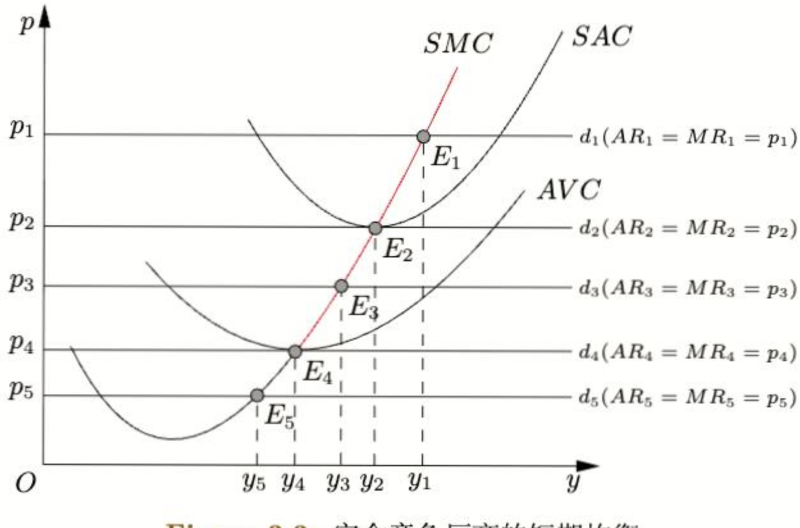


Figure 3.3: 完全竞争厂商的短期均衡

（二）短期供给曲线

供给曲线是用来表示在每一个价格水平**厂商愿意而且能够提供的产品的数量**. 在完全竞争市场上，厂商的短期供给曲线可以利用**短期边际成本 SMC 曲线上大于和等于停业经营点的部分**来表示.

完全竞争厂商的短期供给曲线是向右上方倾斜的，它表示了**商品的价格和供给量之间同方向变化的关系**. 厂商在每一个价格水平的供给量都是能够给它**带来最大利润或最小亏损的最优产量**.

在任何价格水平上，一个行业的供给量都等于行业内所有厂商的供给量的总和. 据此，假定生产要素的价格不变，则**一个行业的短期供给曲线由该行业内所有厂商的短期供给曲线的水平加总得到**.

[2] 只有这样，厂商才能在用全部收益弥补全部可变成本以后还有剩余，以弥补在短期内总是存在的不变成本的一部分.

考察一个包括 n 家厂商的行业，令 $S_i(p)$ 代表厂商 i 的供给曲线，行业供给曲线

$$S(p) = \sum_{i=1}^{n} S_i(p) \tag{3.1.10}$$

特别地，如果行业内的 n 个厂商具有相同的短期供给函数，则上式可以写成

$$S(p) = n \cdot S_i(p) \tag{3.1.11}$$

显然，行业的短期供给曲线也是向右上方倾斜的.

（三）短期生产者剩余

在短期，厂商的**生产者剩余**指厂商在提供一定数量的某种产品时**实际接受的总支付**和**愿意接受的最小总支付**之间的差额. 在几何图形中，用**市场价格线以下、厂商的短期供给曲线以上**的面积来表示.

$$PS = py - \int_0^{y_0} SMC(y)\mathrm{d}y = py - SVC(y) = \pi + SFC \tag{3.1.12}$$

其中，在短期内所有产量的边际成本之和等于总可变成本，即 $\int_0^{y_0} SMC(y)\mathrm{d}y = TVC(y)$ [3].

利用市场的短期供给曲线，可以得到市场的短期生产者剩余. 市场的生产者剩余是**市场上所有厂商的生产者剩余的加总**. 在几何图形中，用**市场价格线以下、行业的短期供给曲线以上**的面积来表示.

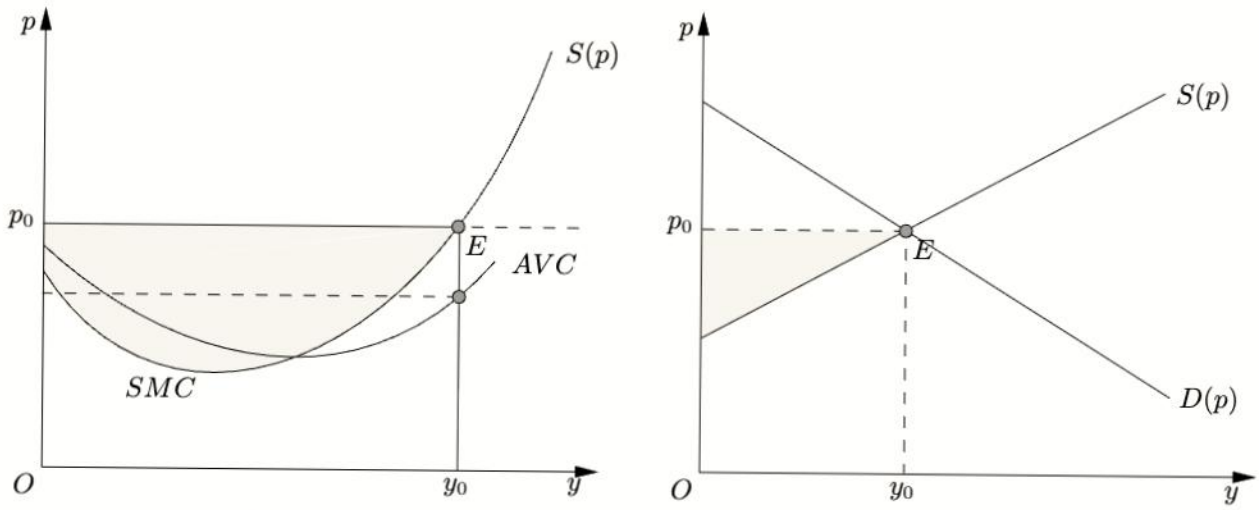


Figure 3.4: 厂商的短期生产者剩余和市场的短期生产者剩余

三、长期分析

（一）长期均衡

在完全竞争市场价格给定的条件下，厂商在长期生产中对全部生产要素的调整可以表现为两个方面，一方面表现为**对最优生产规模的选择**，另一方面表现为**进入或退出一个行业的决策**.

[3]数理地：
$$\begin{aligned}\int_0^{y_0} SMC(y)\mathrm{d}y &\approx SMC(1) + SMC(2) + \cdots + SMC(y)\\ &= [STC(1) - STC(0)] + [STC(2) - STC(1)] + \cdots + [STC(y) - STC(y-1)]\\ &= STC(y) - STC(0) = [TVC(y) + TFC] - TFC = TVC(y)\end{aligned}$$

在短期内，假定厂商已拥有的生产规模以 SAC_1 曲线和 SMC_1 曲线表示. 由于**在短期内生产规模是给定的**，所以厂商只能在既定的生产规模下进行生产. 根据短期利润最大化的均衡条件 $MR = SMC$，厂商选择的最优产量为 y_1，所获得的利润为图中**较小的那一块阴影部分的面积**.

在长期内，根据长期利润最大化的均衡条件 $MR = LMC$，厂商会达到长期均衡点 E_2，并且选择 SAC_2 曲线和 SMC_2 曲线所代表的最优生产规模进行生产，相应的最优产量为 y_2，所获得的利润为图中**较大的那一块阴影部分的面积**. **在长期，厂商通过选择最优生产规模，从而获得比在短期内所能获得的更大的利润**.

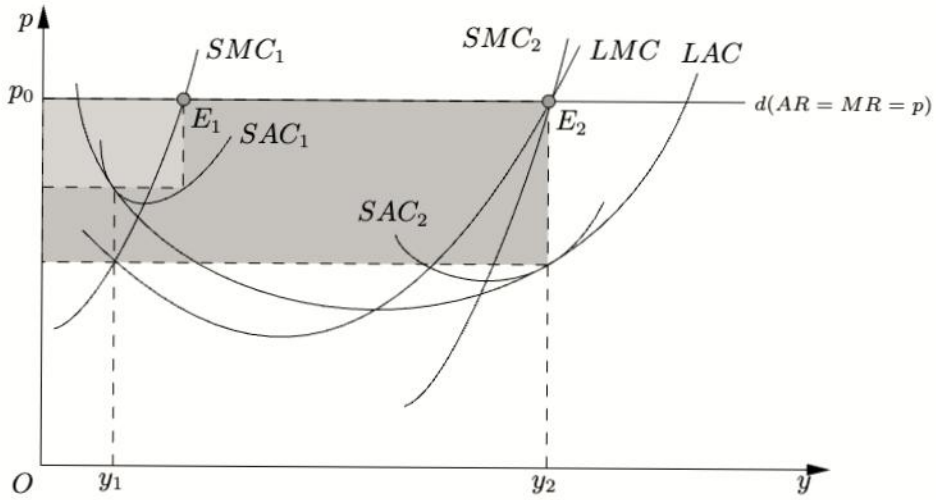


Figure 3.5: 长期生产中厂商对最优生产规模的选择

接下来，分析厂商在长期生产中进入或退出一个行业的决策. 厂商在长期生产中进入或退出一个行业，实际上是**生产要素在各个行业之间的调整**，生产要素总是会流向能获得更大利润的行业，也总是会从亏损的行业退出. 正是行业之间生产要素的这种调整，使得完全竞争厂商**长期均衡时的利润为零**.

完全竞争厂商的长期均衡出现在 LAC **曲线的最低点**（图中的 E_2 点）. 这时，生产的平均成本降到长期平均成本的最低点，商品的价格也等于最低的长期平均成本. 完全竞争厂商长期均衡的条件是

$$MR = LMC = SMC = LAC = SAC \tag{3.1.13}$$

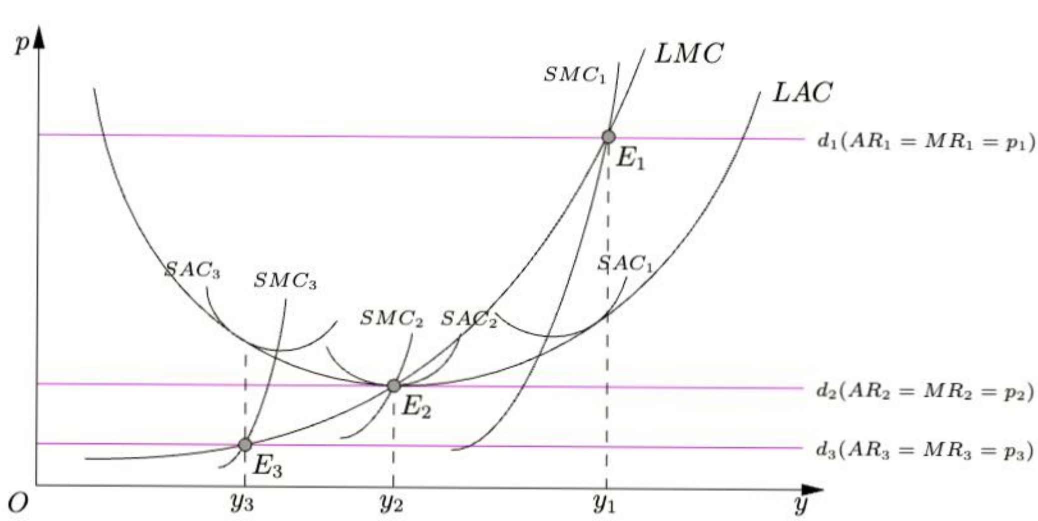


Figure 3.6: 长期生产中厂商进入或退出行业

由前面的分析可知，完全竞争厂商长期均衡时满足利润最大化和经济利润为零

$$\begin{cases} p = LMC = SMC, & \text{利润最大化} \\ p = LAC = SAC, & \text{经济利润为零} \end{cases} \Rightarrow p = LMC = LAC_{\min} \tag{3.1.14}$$

完全竞争市场是有效率的，这是因为：首先，$p = LMC$ 意味着从整个社会的角度看，资源配置达到高效率，**不存在帕累托改进**；其次，长期均衡时，各企业**在长期平均成本曲线最低点生产**，具有较高的经济效率.

例 3.1.1(2011-央财 801 节选)

已知某完全竞争的成本不变行业的单个厂商长期总成本函数为 $LTC = y^3 - 4y^2 + 10y$. 请问：

(1) 该行业实现长期均衡时单个厂商的产量和市场价格；

(2) 当市场需求函数为 $Y = 200 - 10p$ 时，行业长期均衡时的企业数目.

解答. **(1)** 由题，厂商的长期平均成本 $LAC = \dfrac{LTC}{y} = y^2 - 4y + 10$，

一阶条件 $\dfrac{\mathrm{d}LAC}{\mathrm{d}y} = 2y - 4 = 0 \Rightarrow$ 产量 $y^* = 2$，市场价格 $p^* = LAC_{\min} = 6$.

(2) 均衡产量 $Y^* = 200 - 10 \times 6 = 140$，则企业数目 $N = \dfrac{Y^*}{y^*} = \dfrac{140}{2} = 70$. ■

（二）长期供给曲线

厂商的长期供给曲线是**长期边际成本曲线上向上倾斜**并**位于平均成本曲线上方**的那部分. 特别地，当厂商的长期技术显示规模报酬不变时，长期供给曲线是一条**从不变的平均成本 $LAC_{\min}$ 出发的水平直线**.

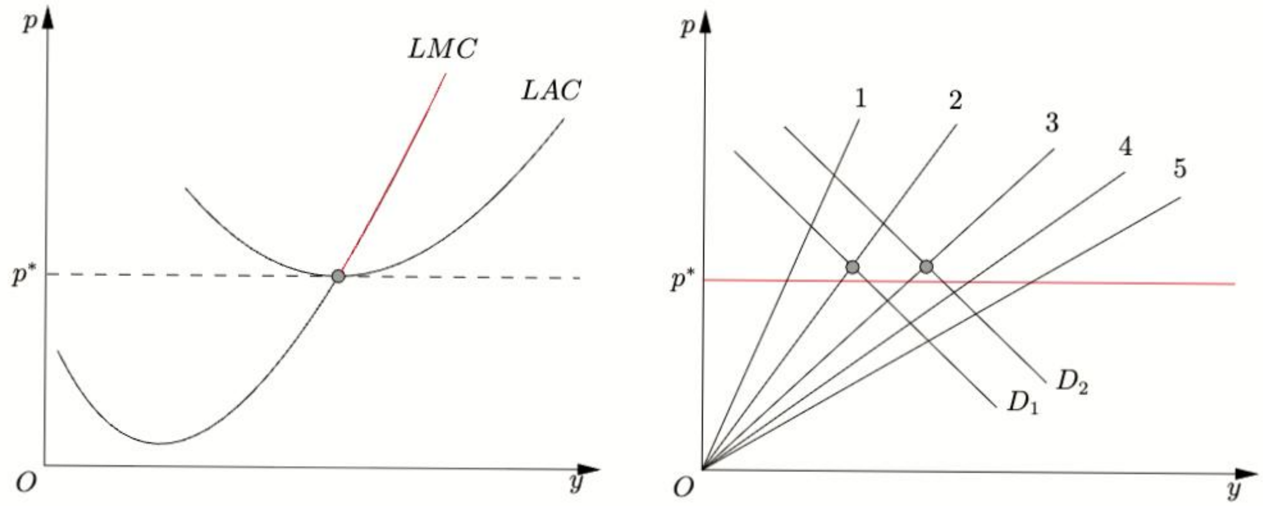


Figure 3.7: 厂商的长期供给曲线和行业的长期供给曲线

假设行业中的企业数量任意多，且成本函数 $c(y)$ 是相同的，可以计算出盈亏平衡时的价格 $p^* = LAC_{\min}$，此时最优供给数量产生的利润为零. 这种情形也就是平均成本等于边际成本.

画出行业中企业数量为 $1, 2, \cdots$ 时行业的长期供给曲线，寻找企业盈亏平衡时行业内能容纳的最大企业数量. 如果均衡时企业数量很大，那么**相关的供给曲线将非常平坦，均衡价格将接近于** p^*. 因此，经常假设完全竞争行业（可自由进出）的供给曲线基本是一条水平线，此时价格等于平均成本的最小值.

笔记. 在这个进入模型中，均衡价格可以大于盈亏平衡时的价格. 尽管行业中的企业可以赚取正的利润，潜在进入者也不会再进入，因为它们可以正确地预见到如果它们进入将会导致利润为负.

（三）零利润和经济租金

在一个可自由进入的行业中，厂商的不断进入会使利润逐渐趋向于零. 只要利润是正值，新厂商就有激励进入该行业，获取一部分利润. 利润为零并不意味着该行业已消失；而是**指该行业中的厂商数目不再增加**，因为它不再具有诱导新厂商进入该行业的吸引力.

但是，**并非每一种行业都可以自由进入**. 在某些行业中，厂商的数目是不变的. 一个通常的原因是，**某些生产要素的供给量是固定的**. 例如，有一些不变要素，其固定的供给量并不是由自然条件而是由法律因素造成的：在许多行业，从事生产经营必须拥有执照或许可证，而**法律限制了这类许可证或执照的数量**.

如果某个行业中的厂商不能自由进入该行业，**在长期内获得正的利润仍然是不可能的**，有一种经济力量会促使利润趋向于零. 按市场价格即机会成本来确定每一种生产要素的价格，如果厂商的生产经营点在长期内是可以盈利的，则是没有恰当地度量**妨碍厂商进入的因素的市场价值**.

> **定义 3.1.5.(经济租金)** 支付给生产要素的报酬**超出为获得该要素而必须支付的最低报酬**的部分.

如果一个农场主在扣除生产成本以后还能盈利，很有可能是忘记了扣除**自有土地的成本**.

假定对除土地之外的所有生产要素投入进行估价得到利润 π，则租赁者在自由市场上租用这块土地的价格为 π. 从而，这块土地的市场价值恰好是 π，**从事耕种的经济利润[4]等于零**.

如图，AVC 是除土地之外的所有生产要素的平均成本曲线. 若土地的产出品的价格为 p^*，则其贡献的利润即为图中的灰色方框面积. **这块面积即经济租金，是使得利润趋向于零的致因**，该处

$$\pi(y^*) = TR(y^*) - TC(y^*) = p^*y^* - c_v(y^*) - \text{经济租金} = 0 \tag{3.1.15}$$

$$\Rightarrow \text{经济租金} = p^*y^* - c_v(y^*) \tag{3.1.16}$$

笔记. 实际上，租金和生产者剩余是同一个概念，只是看问题的角度不同.

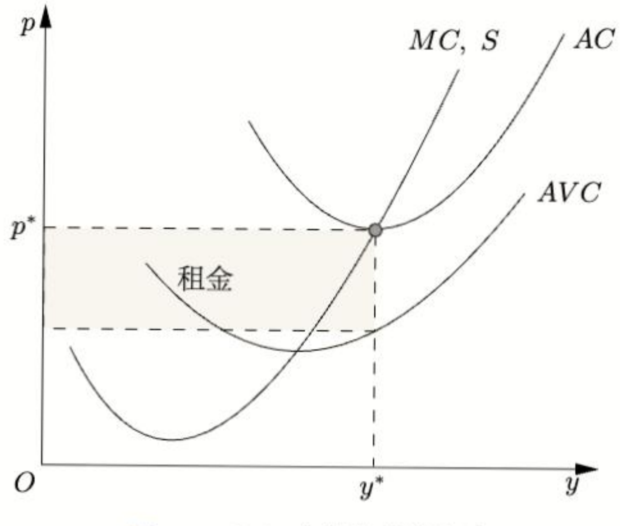


Figure 3.8: 土地的经济租金

[4] 在生产者行为理论中提到，经济利润为（为正值的）会计利润减去隐成本.

四、福利分析

（一）价格控制

若政府规定市场的**最高限价**为 p_0，则生产者的产量减少为 y_1，消费者的需求量增加为 y_2. 此时，存在供给短缺 $y_2 - y_1$；消费者剩余变化为 $\Delta CS = A - B$，生产者剩余变化为 $\Delta PS = -(A + C)$，市场总福利变化为 $\Delta CS + \Delta PS = -(B + C)$，称为**无谓损失**.

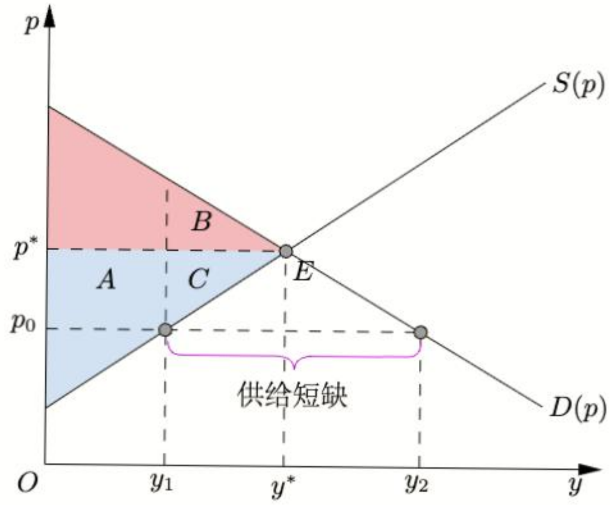


Figure 3.9: 最高限价

若政府规定市场的**最低限价**为 p_0，则消费者的需求量减少为 y_1，生产者的产量减少为 y_2. **若不存在生产过剩**（只生产 y_1 的产量），消费者剩余变化 $\Delta CS = -(A + B)$，生产者剩余变化 $\Delta PS = A - C$，市场总福利变化为 $\Delta CS + \Delta PS = -(B + C)$；**若存在生产过剩**（生产 y_2 的产量），讨论如下：

若**政府不对多余产量进行收购**，则消费者剩余变化 $\Delta CS = -(A + B)$，生产者剩余变化 $\Delta PS = (A - C) - (M + N + P)$，市场总福利变化为 $\Delta CS + \Delta PS = -(B + C + M + N + P)$；

若**政府对多余产量进行收购**，则消费者剩余变化 $\Delta CS = -(A+B)$，生产者剩余变化 $\Delta PS = A+B+Q$，政府收购成本为 $B + C + M + N + P + Q$，市场总福利变化为 $-(B + C + M + N + P)$.

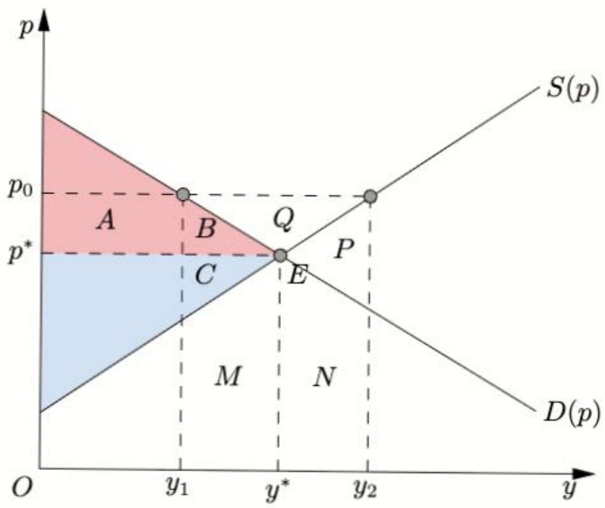


Figure 3.10: 最低限价

（二）税收转嫁

假定政府对销售每一单位商品征收从量税 t，这使得消费者支付的商品买价高于生产者得到的净价格，**二者的差额刚好等于** t. 这种关系在图形上表现为：**在消费者的需求曲线和生产者的供给曲线之间打进了一个高度为** t **的垂直的"楔子"**. 若消费者支付的买价为 p_d，生产者得到的净价格为 p_s，则

$$p_d = p_s + t \tag{3.1.17}$$

销售税导致**市场价格上升以及市场交易规模缩小**，消费者剩余变化为 $\Delta CS = -(A+M)$，生产者剩余变化为 $\Delta PS = -(B+N)$，政府财政收入（通常用于社会公共项目的支出，**亦可视为社会福利**）为 $(p_d - p_s) \times y_1 = A + B$. 市场总福利变化为 $-(M+N)$，因此**销售税最终导致了市场福利的减少**.

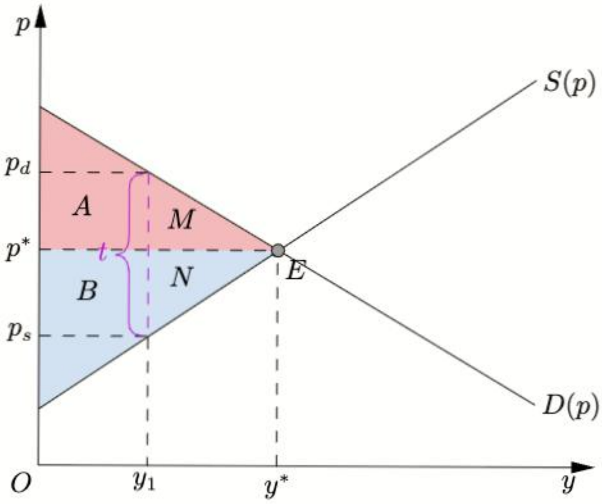


Figure 3.11: 销售税的福利效应

> **性质 3.1.1.** 需求弹性[a]或供给弹性越大（越小），则销售税所导致的福利无谓损失就越大（越小）.
>
> [a]需求价格弹性 $e_d = \frac{\mathrm{d}y/y}{\mathrm{d}p/p} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}p} \cdot \frac{p}{y} = \frac{1}{k} \cdot \frac{p}{y}$. 因此，需求曲线越陡峭，需求价格弹性越小；反之越大.

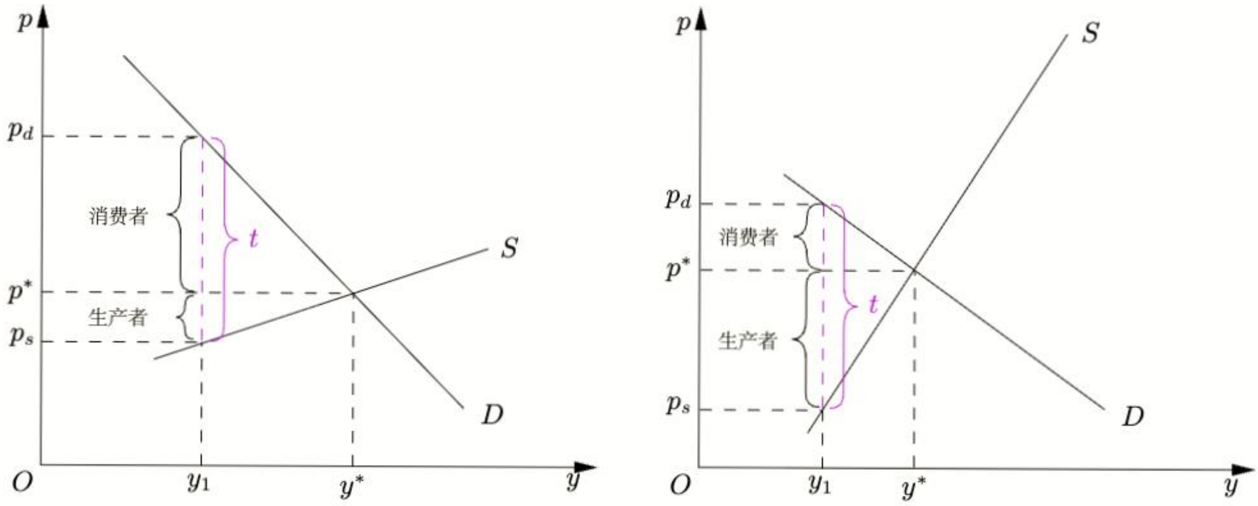


Figure 3.12: 税收转嫁

（三）长期和短期的税收

考虑一个可自由进出的行业. 假定该行业**最初处于长期均衡**，厂商数目确定，利润为零.

在短期内，由于厂商数目固定，行业供给曲线向上倾斜，因此**税负部分落在消费者身上，部分由生产者承担**；在长期内，行业供给曲线是水平的，所以**全部税负都落在消费者身上**.

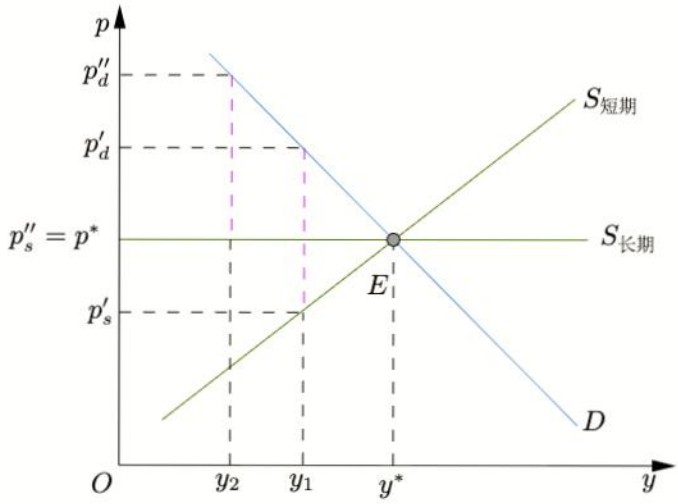


Figure 3.13: 长期和短期的税收

例 3.1.2(2023-央财 801)

在完全竞争市场中，市场的反需求函数是 $P = 540 - 6Y$，反供给函数是 $P = 15 + 9Y$. 请计算:

(1) 市场的均衡产量和价格；

(2) 假设政府规定了商品价格不得高于 312，为保证此价格下消费者都能买到商品，政府至少需要从政府商品储备中投入多少商品到市场中?

解答. **(1)** 市场均衡时

$$D(p) = S(p) \Rightarrow \frac{P - 15}{9} = \frac{540 - P}{6} \Rightarrow P^* = 330, Y^* = 35$$

(2) 如果政府实施最高限价 $P_0 = 312$，则 $Y_s = 33, Y_d = 38$，供给短缺 $Y_d - Y_s = 38 - 33 = 5$. ■

例 3.1.3(2021-央财 801)

完全竞争市场中有 500 家厂商，每家厂商的短期成本函数均为 $STC = 0.5y^2 + y + 10$，市场需求函数为 $Y_d = 4000 - 400p$. 请计算:

(1) 市场的短期供给函数（曲线）；

(2) 市场的均衡产量和价格；

(3) 当政府限价 $p = 4$ 时的消费者剩余、生产者剩余和无谓损失.

解答. **(1)** 厂商的短期边际成本函数 $SMC = y + 1$，由短期均衡条件

$$p = SMC \Rightarrow p = y + 1 \Rightarrow y = p - 1 \xrightarrow{N=500} Y_s = 500y = 500p - 500$$

(2) 市场均衡时

$$D(p) = S(p) \Rightarrow 500p - 500 = 4000 - 400p \Rightarrow p^* = 5, Y^* = 2000$$

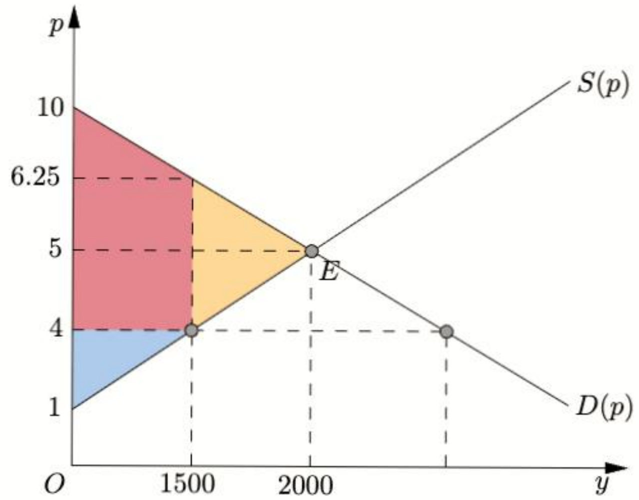
(3) 当政府限价 $p = 4$ 时，$Y_d = 500 \times 4 - 500 = 1500$，

令 $Y_s = 0 \Rightarrow p = 1$，令 $Y_d = 1500 \Rightarrow p = 6.25$，令 $Y_d = 0 \Rightarrow p = 10$. 如图：

消费者剩余 $CS = S_{蓝色三角形} = \frac{1}{2} \times (4-1) \times 1500 = 2250$，

生产者剩余 $PS = S_{红色梯形} = \frac{1}{2} \times [(6.25-4) + (10-4)] \times 1500 = 6187.5$，

无谓损失 $= S_{黄色三角形} = \frac{1}{2} \times (6.25-4) \times (2000-1500) = 562.5$. ■



例 3.1.4(2018-央财 801 节选)

竞争市场的需求曲线为 $D(p) = 100 - 2p$，供给曲线为 $S(p) = 20 + 3p$. 那么：

(1) 市场均衡时的价格和数量是多少？

(2) 如果此时政府对每单位产品征收 5 元的税，均衡时市场的交易量是多少？

解答. **(1)** 市场均衡时

$$D(p) = S(p) \Rightarrow 100 - 2p = 20 + 3p \Rightarrow p^* = 16, Y^* = 68$$

(2) 若消费者支付的买价为 p_d，生产者得到的净价格为 p_s，则 $p_d = p_s + 5$. 从而

$$\begin{cases} 100 - 2p_d = 20 + 3p_s \\ p_d = p_s + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_d = 19, p_s = 14 \\ Y^{**} = 62 \end{cases}$$ ■

第二节 垄断

一、垄断

定义 3.2.1.(垄断市场) 整个行业中只有**唯一的**厂商的市场组织，其**可以控制和操纵市场价格**.

(一) 利润最大化

令 $p(y)$ 表示市场反需求曲线，于是垄断厂商的利润最大化问题

$$\max_{y} \quad \pi(y) = TR(y) - TC(y) \tag{3.2.1}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y} = MR(y) - MC(y) = 0 \Rightarrow MR(y) = MC(y) \tag{3.2.2}$$

如果垄断厂商决定增加产量 $\mathrm{d}y$，会对收益产生两方面的影响

$$\mathrm{d}TR(y) = p(y)\mathrm{d}y + y\mathrm{d}p(y) \tag{3.2.3}$$

其中，$p(y)\mathrm{d}y$ 是来自增产带来的**更高的销量**，$y\mathrm{d}p$ 是由于增产导致的**更低的价格**. 从而边际变动

$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} = p(y) + \frac{\mathrm{d}p(y)}{\mathrm{d}y}y = p(y)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(y)}\right] = p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right] \tag{3.2.4}$$

其中，$\varepsilon(y)$ 是厂商的需求的价格弹性. 联立式**(3.2.2)**中"边际收益等于边际成本"的最优化条件

$$MR(y) = p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right] = MC(y) \tag{3.2.5}$$

笔记.

1. 在竞争情形下，$|\varepsilon(y)| = \infty \Rightarrow \dfrac{1}{|\varepsilon(y)|} = \dfrac{1}{\infty} = 0$，上式表现为 $p = MC(y)$；
2. 垄断厂商绝不会选择在需求曲线无弹性的点经营，这是因为：如果 $|\varepsilon(y)| < 1$，那么减产就会减少总成本且增加收益，利润必定增加. 因此，实现利润最大化的点，只可能出现在 $|\varepsilon(y)| \geq 1$ 的地方.

利用垄断厂商的弹性公式，用另一种方法来表述其最优定价策略

$$p(y) = \frac{MC(y)}{1 - \dfrac{1}{|\varepsilon(y)|}} \tag{3.2.6}$$

市场价格等于**边际成本加成**，加成数取决于需求弹性.

定义 3.2.2.(勒纳指数) 价格对边际成本 $MC(y)$ 的偏离程度，反映市场中垄断力量的强弱

$$L = \frac{p - MC(y)}{p} = \frac{1}{|\varepsilon(y)|} \tag{3.2.7}$$

(二) 线性需求曲线

由于垄断市场中只有一个厂商，所以市场的需求曲线就是垄断厂商所面临的需求曲线，它是一条向右下方倾斜的曲线. 具体地，假定垄断厂商面临这样一条线性需求曲线

$$p(y) = a - by \tag{3.2.8}$$

则总收益函数、平均收益函数和边际收益函数分别为

$$TR(y) = p(y)y = ay - by^2 \tag{3.2.9}$$

$$AR(y) = \frac{TR(y)}{y} = a - by = p(y) \tag{3.2.10}$$

$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} = a - 2by \tag{3.2.11}$$

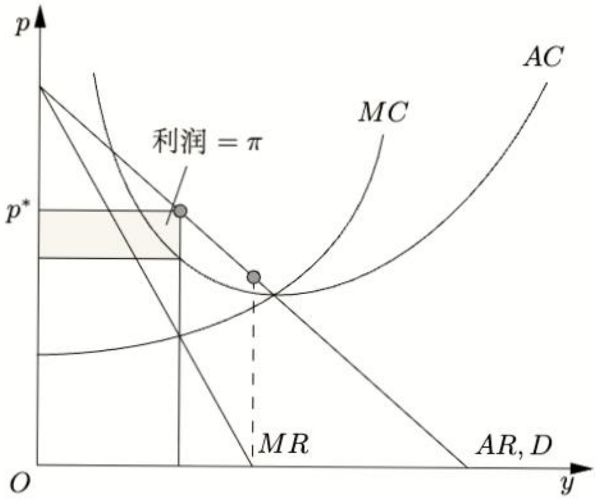


Figure 3.14: 具有线性需求曲线的垄断厂商

(三）垄断厂商的供给曲线

供给曲线表示在每一个**价格水平**生产者愿意而且能够提供的**产品数量**. 垄断厂商通过对产量和价格的同时调整来实现 $MR = SMC$ 的原则，而且 p 总是大于 MR. 随着厂商所面临的向右下方倾斜的需求曲线的位置的移动，厂商的价格和产量之间不再必然存在如完全竞争条件下那样的一一对应关系，而是有可能出现**一个价格水平对应几个不同的产量水平**，或**一个产量水平对应几个不同的价格水平**的情形.

更一般地，凡是在或多或少的程度上带有垄断因素的**不完全竞争市场**中，相应地，单个厂商的需求曲线向右下方倾斜的市场中，是**不存在具有规律性的厂商和行业的短期和长期供给曲线**的.

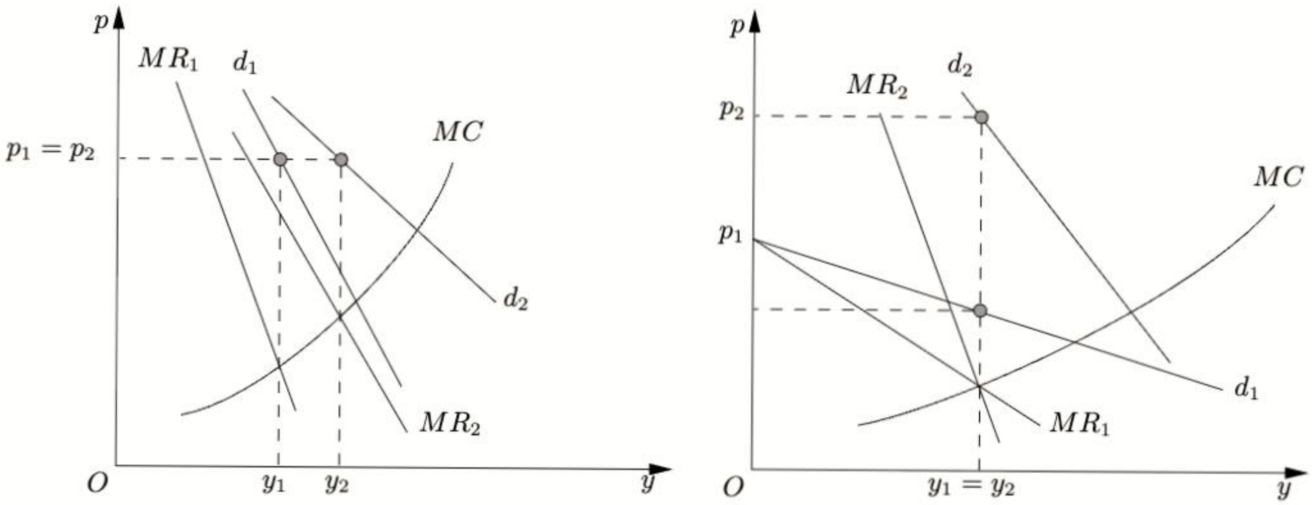


Figure 3.15: 垄断厂商的产量和价格

(四) 税收对垄断厂商的影响

线性需求曲线: 对边际成本不变的厂商征收从量税 t，则边际成本按税额上升至 $MC+t$，与边际收益曲线的交点左移. 由于需求曲线的斜率是边际收益曲线斜率的一半，所以**价格的上升幅度等于税额的一半**.

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-b\times\left(-\frac{1}{2b}\right)=\frac{1}{2} \tag{3.2.12}$$

笔记. 这种情况并非普遍存在的. 一般地，征税会使价格按大于或小于税额的幅度上升.

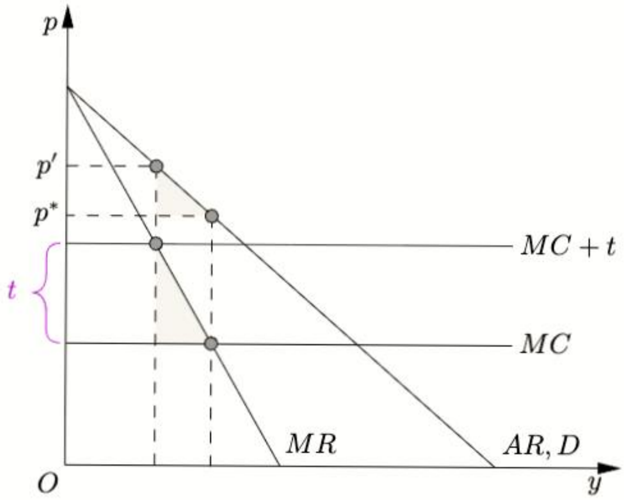


Figure 3.16: 线性需求和税收

不变弹性需求曲线: 考察面临不变弹性需求曲线的垄断厂商

$$p=\frac{MC(y)}{1-\dfrac{1}{|\varepsilon(y)|}}=\frac{MC}{1-\dfrac{1}{|\varepsilon|}} \tag{3.2.13}$$

对其征收从量税 t，则边际成本上升至 $MC+t$，从而

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{1-\dfrac{1}{|\varepsilon|}} \tag{3.2.14}$$

显然，上式一定大于 1. 因此，价格上升的幅度要大于税额.

利润税: 垄断厂商按税率 τ 将利润的一部分上缴政府，利润最大化问题

$$\max_{y}\quad (1-\tau)[p(y)y-c(y)] \tag{3.2.15}$$

显然，完全的利润税不会对垄断厂商的产量选择产生影响.

(五) 垄断的低效率

假设某**垄断厂商像竞争厂商那样接受外生的市场价格**，此时的价格和产量为 (p_c,y_c). 如果该厂商**意识到其对市场价格的影响**，并选择实现利润最大化的产量水平，那么此时的价格和产量为 (p_m,y_m).

对于消费者，在垄断产量水平 y_m 一定有人愿意对 1 单位的额外产量支付比其生产成本更高的价格. 若厂商生产这单位额外产量，并按 $p\in(p_c,p_m)$ 出售给消费者，则消费者的境况得到了改善；另一方面，厂商得到的价格 $p>MC(y_m)$，其境况也得到了改善. 因此，这里存在**帕累托改进**[5]的可能，垄断是低效率的.

[5] 对于一种经济安排，如果不存在一种方式能够在**其他人的境况没有变坏**的情况下使**任何人的境况得到改善**，那么它就是**帕累托有效率**的.

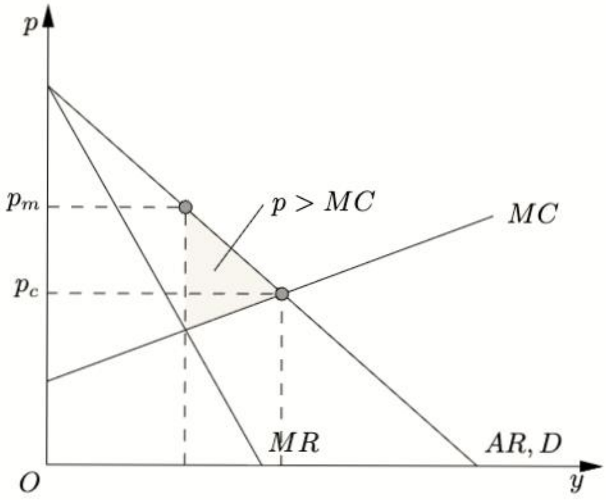


Figure 3.17: 垄断的低效率

通过福利变化具体地测度垄断的低效率. 从垄断产量变动至竞争产量，消费者剩余变化为 $\Delta CS = A + B$，生产者剩余变化为 $\Delta PS = C - A$. 市场总福利变化为 $\Delta CS + \Delta PS = B + C$，即为无谓损失.

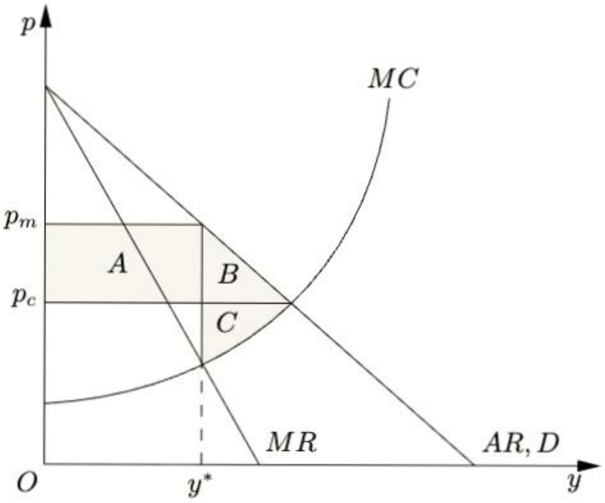


Figure 3.18: 垄断的额外损失

例 3.2.1(2022-央财 801)

垄断企业的生产成本为 $TC(y) = 2y^2 + 10y + 10$，面临的需求曲线为 $y = 200 - 2p$. 那么：

(1) 垄断企业的最优产量是多少?

(2) 垄断造成的额外损失是多少?

解答. **(1)** 垄断厂商的边际成本和边际利润

$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}\left(100y - \dfrac{1}{2}y^2\right)}{\mathrm{d}y} = 100 - y$$

$$MC(y) = \frac{\mathrm{d}TC(y)}{\mathrm{d}y} = 4y + 10$$

根据均衡条件

$$MR(y) = MC(y) \Rightarrow 100 - y = 4y + 10$$

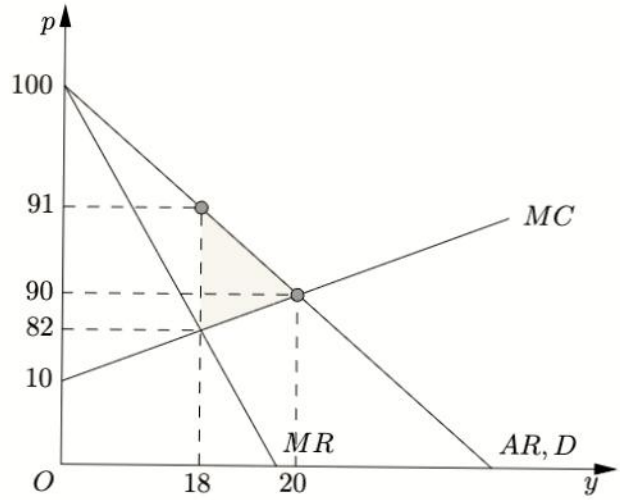
解得：$y^* = 18, y^* = 91$.

(2) 如果厂商像竞争厂商那样接受外生价格

$$p(y) = MC(y) \Rightarrow 100 - \frac{1}{2}y = 4y + 10$$

解得：$y_c = 20, p_c = 90$. 如图，垄断造成的额外损失为

$$S_{\text{灰色三角形}} = \frac{1}{2} \times (91 - 82) \times (20 - 18) = 9 \quad ■$$



二、垄断的原因

（一）自然垄断

一个行业的帕累托有效率产量出现在**价格等于边际成本**的地方. 如果一个自然垄断厂商在价格等于边际成本处经营，那么它将生产有效率的产量水平 y_{MC}，但这却**不够补偿它的成本**. 如果要求在价格等于平均成本处生产产量 y_{AC}，那么它能够补偿成本，但这个**产量相对于有效率的产量来说又太少了**.

例如，一家地方电话公司为提供电话线和交换网络，必须投入**大量的固定成本**，而增加一次电话服务的边际成本却非常低. 这种**大量的固定成本和少量的边际成本并存**的情况称作**自然垄断**.

在大多数情况下，自然垄断或者由**政府管制**，或者由**政府经营**. 被政府管制的厂商不需要补贴，**按平均成本出售**产品，这种价格恰好使厂商**盈亏平衡**，但是相对于有效率的产量水平，它的**产量太少**.

在**政府经营**的情况下，理想的解决方法是在**价格等于边际成本**处提供服务，同时**提供一次性总付的补贴**以维持厂商经营. 一次性总付的补贴本身不反映低效率经营，它只反映**与公用事业（如地方公共运输系统）相关的大量的不变成本**. 政府经营的问题是：政府**确定自己的成本**和**确定受管制的公用事业垄断厂商**的成本，差不多一样困难；经营垄断工厂的政府官僚比受管制的自然垄断厂商**更不愿意对公众负责**.

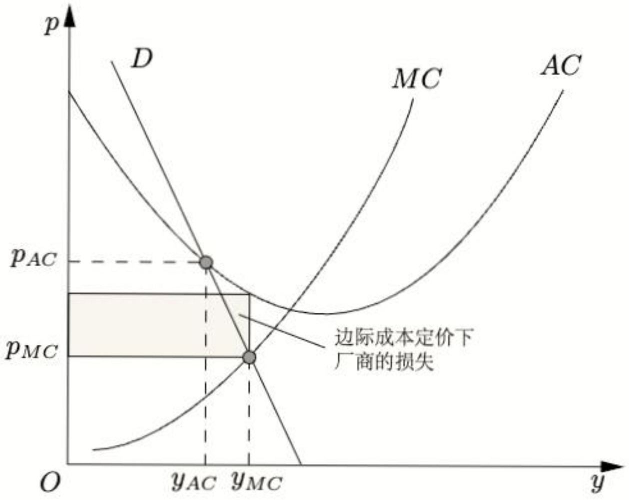


Figure 3.19: 自然垄断

(二) 垄断的原因

断定一个行业是竞争行业还是垄断行业，取决于平均成本曲线和需求曲线的关系. 决定性的因素是**最低效率规模**的大小，即**相对于需求的规模，使平均成本实现最小化的产量水平**. 如果需求相对于最低效率规模很大，那么结果就可能是一个竞争市场；如果需求很小，那么结果就可能是一个垄断市场.

例如，下图为两种商品的平均成本曲线和市场需求曲线. 在第一种情况下，市场可以容纳许多厂商，每家厂商的要价都接近 p^*，每家厂商的经营规模都相对较小；在第二种情况下，仅有一家厂商可以获得正的利润. 因此，可以预期：**第一个市场是竞争市场；第二个市场则是一个垄断市场**.

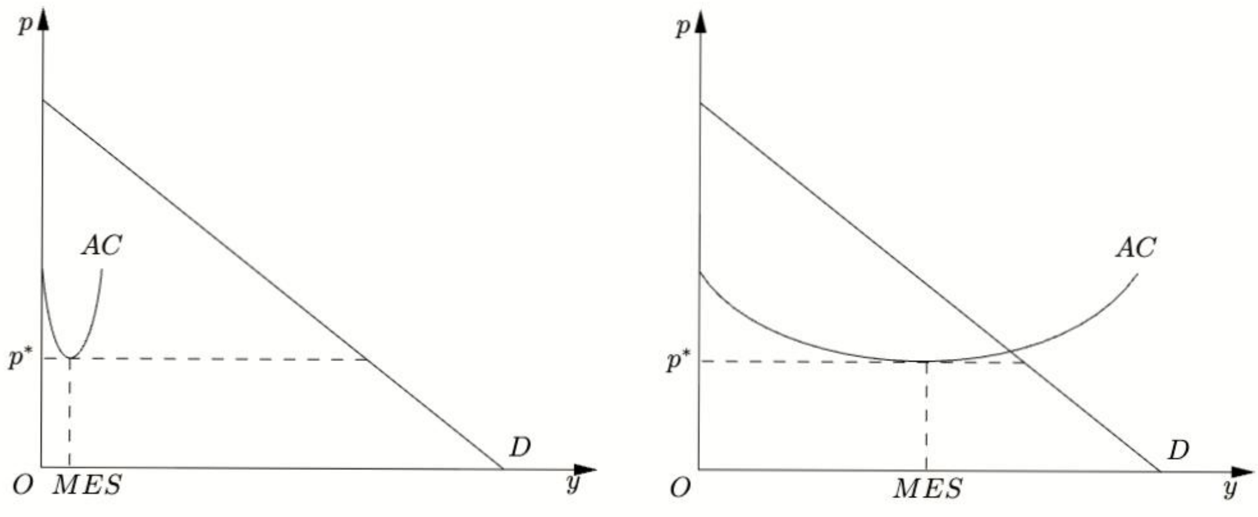


Figure 3.20: 相对于最低效率规模的需求

其次，产生垄断的第二个原因是行业中的几家厂商可能会**串谋限制产量**，以图提高价格，从而增加利润. 当厂商以这种方式串谋，并企图**减少产量和提高价格**时，就说这个行业已组织为一个**卡特尔**.

此外，**出于历史的偶然**，一个行业可能只有一家主导厂商. 如果一家厂商最先进入某个市场，那么它就可能**拥有足够的成本优势**，从而限制其他厂商进入这个行业，尤其是需要**大量安装成本**的行业.

三、垄断的行为

一家垄断厂商是在低效率的产量水平上从事经营活动的，在这点上**人们愿意对额外产量支付的价格高于生产这个产量的成本**. 但垄断厂商不愿意生产这个额外产量，因为这样做会**降低它全部产量所能得到的价格**. 如果垄断厂商能够按不同的价格出售不同的产量，那么就会出现另一种称作**价格歧视**的情况.

（一）第一级价格歧视

> **定义 3.2.3.(第一级价格歧视)** 垄断厂商按不同的价格出售不同数量的产品，**这些价格是因人而异的**.

在第一级价格歧视的情况下，每个单位的产品都出售给**对其评价最高**，并**愿意按最高价格支付**的人. 如图，在近似光滑的需求曲线下，采用完全价格歧视的垄断厂商必须在**价格等于边际成本**的产量处组织生产. 如同竞争市场的情况，市场总福利实现了最大化，但是**垄断厂商得到了市场上的全部剩余**.

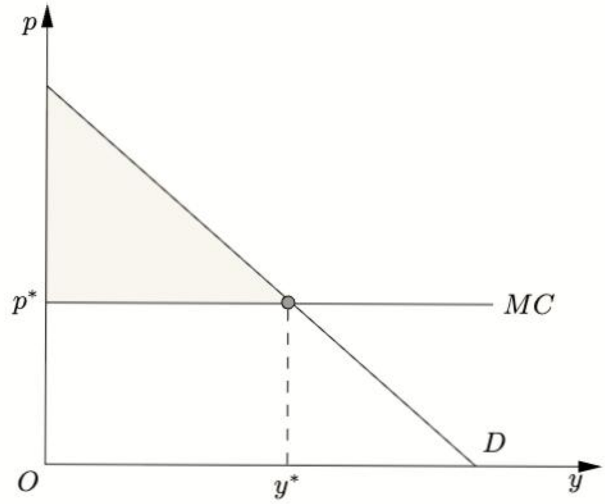


Figure 3.21: 光滑需求曲线下的第一级价格歧视

（二）第二级价格歧视

> **定义 3.2.4.(第二级价格歧视)** 垄断厂商按不同的价格出售不同数量的产品，但是**购买相同数量产品的每个人都支付相同的价格**. 因此，不是不同的人之间，而是不同数量之间存在价格歧视.

第一级价格歧视所存在的问题是，具有较高支付意愿的消费者可以将自己**伪装成具有较低支付意愿的消费者**. 对此，卖方没有有效的方式将他们区分开. 为了避免这个问题，第二级价格歧视向市场提供两个**不同的价格—数量组合**：每单位产品的价格不是不变，而是**取决于购买的数量**.

具体来说，两种价格—数量组合中，其中一种组合针对具有**较高需求**的人，另一种组合针对具有**较低需求**的人. 通常，垄断厂商能够创建这样的价格—数量组合，使得它们能**诱导消费者选择原本就针对他们的组合**. 按照经济学的术语，垄断厂商创建的价格—数量组合**使得消费者有激励进行自选择**.

如下左图，假定边际成本为零. 如若垄断厂商仍按价格 A 提供 y_1，按价格 $A+B+C$ 提供 y_2，则具有较高需求的消费者会发现，**选择数量 y_1 所获得的剩余（为 B）大于选择数量 y_2 所获得的剩余（为 0）**.

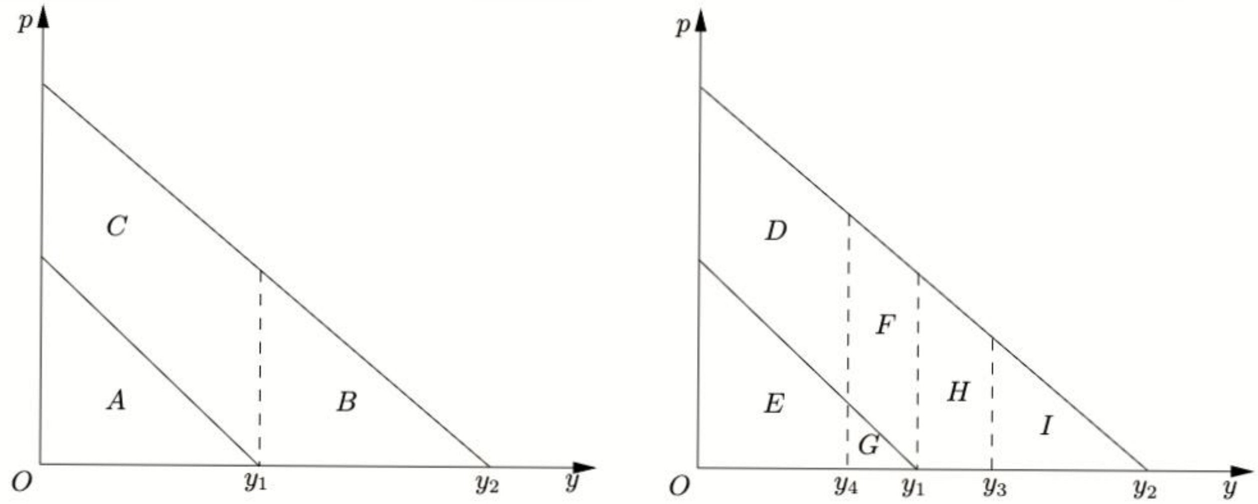


Figure 3.22: 第二级价格歧视

因此，垄断厂商将按价格 $A+C$ 提供 y_2，从而**具有较高需求的消费者获得剩余** B，厂商则获得比只提供一种价格—数量组合时更多的利润. 进一步，将其中一种数量固定，考虑另一种数量变动带来的影响：

若厂商把**面向较高需求消费者的数量** y_2 **减少至** y_3，面向较低需求消费者的数量不变为 y_1. 即对较低需求消费者按价格 $E+G$ 提供 y_1，生产者剩余为 $E+G$；对较高需求消费者提供 y_3 的价格满足

$$D+E+F+G+H-p_{高}=CS_{高买低}=D+F\Rightarrow p_{高}=E+G+H \tag{3.2.16}$$

此时厂商总剩余为 $2(E+G)+H$，**较原来减少了** I. 因此，**厂商面向较高需求消费者的数量必为** y_2.

若厂商把**面向较低需求消费者的数量** y_1 **减少至** y_4，面相较高需求消费者的数量不变为 y_1. 即对较低需求消费者按价格 E 提供 y_4，生产者剩余为 E；对较高需求消费者提供 y_2 的价格满足

$$D+E+F+G+H+I-p_{高}=CS_{高买低}=D\Rightarrow p_{高}=E+F+G+H+I \tag{3.2.17}$$

此时厂商总剩余为 $2E+F+G+H+I$，**较原来变化为** $F-G$. 因此，**当** $F>G$ **时厂商会适当减少** y_1.

（三）第三级价格歧视

> **定义 3.2.5.(第三级价格歧视)** 垄断厂商对不同的人按不同的价格出售产品，但**卖给特定个人的每单位产量却都按相同的价格出售**. 这样的例子有对老年公民的折让优惠，对学生的折扣优惠，等等.

假设垄断厂商能够区分两组人，并且能够按不同的价格向他们出售某种产品；并假设**市场上不存在倒卖行为**. 令 $p_1(y_1),p_2(y_2)$ 分别为两组人的反需求曲线，$TC(y_1+y_2)$ 为生产成本，利润最大化问题

$$\max_{y_1,y_2}\quad \pi=p_1(y_1)y_1+p_2(y_2)y_2-TC(y_1+y_2) \tag{3.2.18}$$

一阶条件

$$\frac{\partial\pi}{\partial y_1}=MR_1(y_1)-MC(y_1+y_2)=0 \tag{3.2.19}$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial y_2}=MR_2(y_2)-MC(y_1+y_2)=0 \tag{3.2.20}$$

解得均衡条件

$$MR_1(y_1)=MR_2(y_2)=MC(y_1+y_2) \tag{3.2.21}$$

进一步，可以使用边际收益的标准弹性公式，把上式记为

$$p_1\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_1(y_1)|}\right]=p_2\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_1(y_2)|}\right]=MC(y_1+y_2) \tag{3.2.22}$$

其中，当 $p_1>p_2$ 时，$|\varepsilon_1|<|\varepsilon_2|$，因此**具有较高价格的市场一定有较低的需求弹性**.

例如，一家厂商面对两个**具有线性需求的市场**，需求曲线分别为 $y_1=a_1-b_1p_1, y_2=a_2-b_2p_2$. 为了简化起见，假定边际成本为 0. **如果允许厂商实行第三级价格歧视**，那么根据均衡条件

$$MR_1(y_1)=\frac{\mathrm{d}TR_1(y_1)}{\mathrm{d}y_1}=\frac{\mathrm{d}[(-y_1^2+a_1y_1)/b]}{\mathrm{d}y_1}=\frac{-2y_1+a_1}{b} \tag{3.2.23}$$

$$MR_2(y)=\frac{\mathrm{d}TR_2(y_2)}{\mathrm{d}y_2}=\frac{\mathrm{d}[(-y_2^2+a_2y_2)/b]}{\mathrm{d}y_2}=\frac{-2y_2+a_2}{b} \tag{3.2.24}$$

$$\xRightarrow{MR_1(y_1)=MR_2(y_2)=MC(y_1+y_2)}\frac{-2y_1+a_1}{b}=\frac{-2y_2+a_2}{b}=0 \tag{3.2.25}$$

解得 $y_1^*=\dfrac{a_1}{2}, y_2^*=\dfrac{a_2}{2}, y^*=y_1^*+y_2^*=\dfrac{a_1+a_2}{2}, p_1^*=\dfrac{a_1}{2b_1}, p_2^*=\dfrac{a_2}{2b_2}$，即**价格—产量组合位于需求曲线中点**.

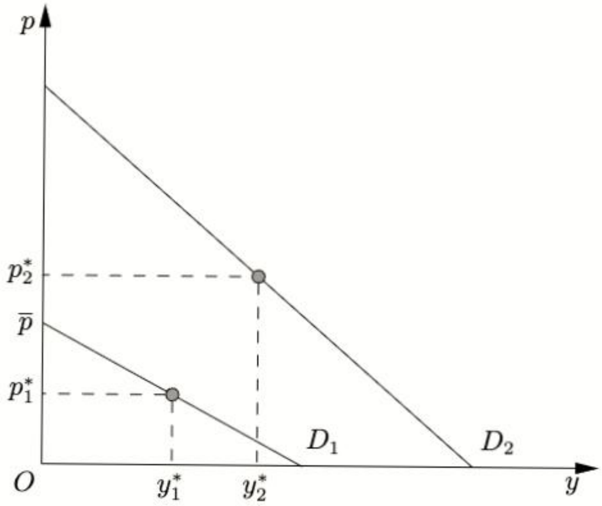


Figure 3.23: 具有线性需求的价格歧视

如果厂商实行统一定价，若均衡价格**在两个市场上都有销量**时，市场需求曲线

$$y=(a_1+a_2)-(b_1+b_2)p\Rightarrow y^*=\frac{a_1+a_2}{2}, p^*=\frac{a_1+a_2}{2(b_1+b_2)} \tag{3.2.26}$$

若均衡价格**仅在一个市场上有销量**时（设在 y_1 上），市场需求曲线

$$y=a_1+b_1p\Rightarrow y^*=\frac{a_1}{2}, p^*=\frac{a_1}{2b_1} \tag{3.2.27}$$

笔记. 结论： 如果垄断厂商一开始同时在两个市场上以相同的价格销售商品，实行第三级价格歧视前后总产量不变；如果一开始仅在一个市场上销售商品，实行第三级价格歧视后总产量增加.

例 3.2.2(2010-央财 801 节选)

某垄断企业面临政府保护的国内市场以及竞争激烈的国际市场这两个分割的市场. 在国内市场，其产品的需求方程为 $p_d=120-\dfrac{y_d}{10}$；在国际市场中，其产品的需求方程为 $p_e=240-\dfrac{y_e}{10}$. 企业的边际成本为 $MC=60+\dfrac{y}{10}$. 其中，$y=y_d+y_e$.

(1) 求出垄断企业的最优产出以及国内、国外市场所占份额；

(2) 若两个分割的市场合并为一个市场，这时总产出与价格为多少?

解答. **(1)** 垄断厂商的总收益和边际收益

$$TR(y_d, y_e) = p_d y_d + p_e y_e = \left(120 - \frac{y_d}{10}\right) y_d + \left(240 - \frac{y_e}{10}\right) y_e$$
$$MR_d(y_d) = \frac{\partial TR(y_d, y_e)}{\partial y_d} = 120 - \frac{y_d}{5}$$
$$MR_d(y_e) = \frac{\partial TR(y_d, y_e)}{\partial y_e} = 240 - \frac{y_e}{5}$$

根据均衡条件

$$MR_d(y_d) = MR_e(y_e) = MC(y_d + y_e) \Rightarrow 120 - \frac{y_d}{5} = 240 - \frac{y_e}{5} = 60 + \frac{y_d + y_e}{10}$$

解得：$y_d^* = 0, y_e^* = 600, p_d^* = 120, p_e^* = 180.$

(2) 若两个分割的市场合并为一个市场，则此时市场的需求曲线为

$$y = \begin{cases} 3600 - 20p, & 0 \le p \le 120 \\ 2400 - 10p, & 120 < p \le 240 \end{cases}$$

当 $0 \le p \le 120$ 时，反需求函数为 $p = 180 - \frac{y}{20}$，总收益和边际收益

$$TR(y) = py = \left(180 - \frac{y}{20}\right) y = 180y - \frac{y^2}{20}$$
$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} = 180 - \frac{y}{10}$$

根据均衡条件

$$MR(y) = MC(y) \Rightarrow 180 - \frac{y}{10} = 60 + \frac{y}{10}$$

解得：$y^* = 600, p^* = 150$，舍去.

当 $120 < p \le 240$ 时，反需求曲线 $p = 240 - \frac{y}{10}$，总收益和边际收益

$$TR(y) = py = \left(240 - \frac{y}{10}\right) y = 240y - \frac{y^2}{10}$$
$$MR(y) = \frac{\mathrm{d}TR(y)}{\mathrm{d}y} = 240 - \frac{y}{5}$$

根据均衡条件

$$MR(y) = MC(y) \Rightarrow 240 - \frac{y}{5} = 60 + \frac{y}{10}$$

解得：$y^* = 600, p^* = 180$，保留. ■

（四）两部收费制

考虑某乐园的定价问题：业主可以为**进入乐园的门票**制定一个价格，为**参与娱乐项目**制定另一个价格. 需要注意的是，进入乐园的需求和对参与娱乐项目的需求是相互关联的：人们愿意**为进入乐园支付的价格**，将取决于他们**必须为参与娱乐项目所支付的价格**. 这种两部分定价的机制称作**两部收费制**.

> **假设 3.2.1.** 在乐园内**只有一种娱乐项目**，人们**只希望参与该项目**，且对该项目具有**相同的偏好**.

如果乐园的业主们制定的价格为 p^*，那么对娱乐项目的需求量就是 x^*. **消费者剩余度量的是他们能够对进入乐园所要的价格**. 当乐园的业主们制定的价格等于边际成本时，乐园的总利润就实现了最大化.

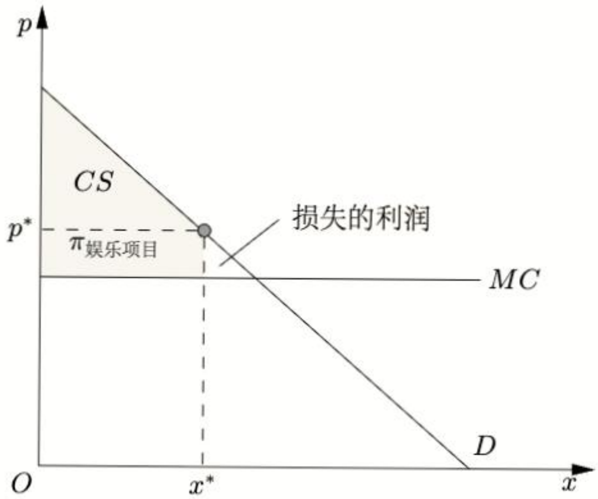


Figure 3.24: 两部收费制

(五) 垄断竞争

定义 3.2.6.(垄断竞争市场) **许多**厂商生产和销售**有差别的同种产品**的市场组织.

垄断竞争包括竞争和垄断的因素：这种行业结构是垄断的，每一家厂商都面临着**向下倾斜的产品需求曲线**[6]，因此它能自主确定价格，而不是像一家竞争厂商那样被动地接受市场价格；这种行业结构也是竞争的，各家厂商必须**在价格和产品的种类方面争夺消费者**，并且新厂商**进入垄断竞争行业没有任何限制**.

如果只要厂商预期能获得利润，它们就继续进入该行业. 因此，垄断竞争均衡满足下面的三个条件：每家厂商都在按它的**需求曲线**上的价格和产量组合出售产品；给定它所面临的需求曲线，每家厂商都在**追求利润的最大化**；新厂商的进入使每家厂商的**利润降至零**. 因此，**需求曲线和平均成本曲线必定相切**[7].

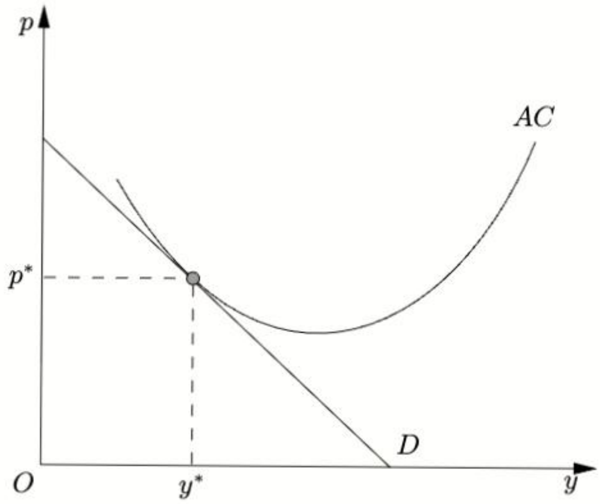


Figure 3.25: 垄断竞争

[6]但是，垄断竞争厂商向右下方倾斜的需求曲线是比较平坦的，**相对地比较接近完全竞争厂商的水平形状的需求曲线**.

[7]从第一个和第三个条件可知，厂商的经营点必定同时位于需求曲线和平均成本曲线上；如果需求曲线和平均成本曲线相交，就会产生正利润.

例 3.2.3(2023-南开 880)

保险公司面对两类消费者，A 类消费者的反需求函数为 $p_A = 10 - y_A$，B 类消费者的反需求函数为 $p_B = 5 - y_B$，提供保险的边际成本为 4，无固定成本.

(1) 保险市场是完全竞争市场，求均衡时的价格和产量;

(2) 保险公司可以进行一级价格歧视，并且保险公司完全了解消费者信息，求均衡时的消费者剩余、生产者剩余和无谓损失;

(3) 保险公司可以进行三级价格歧视，并且保险公司能够区分不同市场的消费者，求均衡时的消费者剩余、生产者剩余和无谓损失;

(4) 保险公司可以进行三级价格歧视，但保险公司不能区分不同市场的消费者，求均衡时的市场价格和产量.

解答. **(1)** 由两类消费者的反需求函数

$$\begin{cases} p_A = 10 - y_A \\ p_B = 5 - y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_A = 10 - p_A \\ y_B = 5 - p_B \end{cases}$$

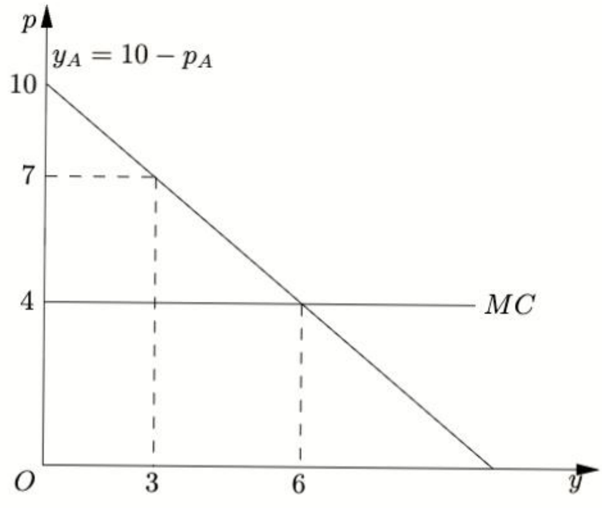
市场总需求函数

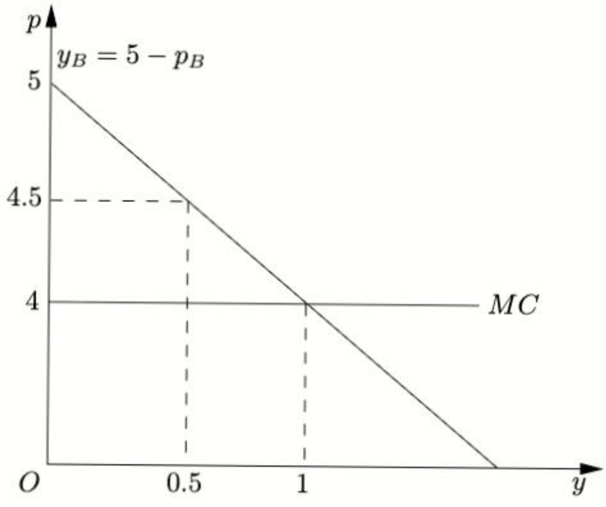
$$y = \begin{cases} 15 - 2p, & 0 \le p \le 5 \\ 10 - p, & 5 < p \le 10 \end{cases}$$

根据均衡条件 $p = MC = 4 \Rightarrow p^* = 4, y^* = 15 - 2p^* = 7$.

(2) 保险公司进行一级价格歧视，得到了市场上的全部剩余

$$PS_A = \frac{1}{2} \times (10 - 4) \times 6 = 18$$
$$PS_B = \frac{1}{2} \times (5 - 4) \times 1 = 0.5$$
$$PS_{\text{一级}} = CS_A + CS_B = 18 + 0.5 = 18.5$$





(3) 保险公司进行三级价格歧视，根据均衡条件

$$MR_A(y_A) = 10 - 2y_A$$

$$MR_B(y_B) = 5 - 2y_B$$

$$\xRightarrow{MR_A(y_A)=MR_B(y_B)=MC} 10 - 2y_A = 5 - 2y_B = 4$$

解得：$y_A^* = 6, y_B^* = \frac{1}{2}, p_A^* = 7, p_B^* = 4.5$，则消费者剩余

$$CS_A = \frac{1}{2} \times (10 - 7) \times 3 = 4.5$$
$$CS_B = \frac{1}{2} \times (5 - 4.5) \times 0.5 = 0.125$$

生产者剩余

$$PS_A = (7 - 4) \times 3 = 9$$

$$PS_B = (4.5 - 4) \times 0.5 = 0.25$$

$$PS_{\text{三级}} = PS_A + PS_B = 9 + 0.25 = 9.25$$

无谓损失

$$PS_{\text{一级}} - (CS_A + CS_B + PS_{\text{三级}}) = 18.5 - (4.5 + 0.125 + 9.25) = 4.625$$

(4) 当 $0 \le p \le 5$ 时，反需求曲线 $p = 7.5 - \frac{1}{2}y$，根据均衡条件

$$MR(y) = MC \Rightarrow 7.5 - y = 4$$

解得：$y^* = 3.4, p^* = 5.75$，舍去；当 $5 < p \le 10$ 时，反需求曲线 $p = 10 - y$，根据均衡条件

$$MR(y) = MC \Rightarrow 10.2y = 4$$

解得：$y^* = 3, p^* = 7$，保留. ■

例 3.2.4(2024-央财 801)

一家服装企业在两个子市场销售生产的相同服装. 第一个市场贴畅销品牌（A 品牌）；第二个市场贴自营品牌（B 品牌）. 这家服装企业面对的两个市场对其产品的需求都表现为等弹性需求曲线的特征，分别为：$\ln y_A = 320 - 2\ln p_A$ 和 $\ln y_B = 260 - 4\ln p_B$. 这家企业当前在 A 品牌市场定价 40 元，在 B 品牌市场定价 25 元. 请计算并回答：

(1) 该企业面对的两个市场，需求的价格弹性分别是多少；

(2) 通过计算，判断该企业当前的定价是否已经实现了最优；

(3) 如果该企业的最优定价是在 A 市场定价 30 元，那么在 B 市场定价多少元?

解答. **(1)** 该企业面对的两个市场，需求的价格弹性分别为

$$\varepsilon_A = \frac{\mathrm{d}y_A/y_A}{\mathrm{d}p_A/p_A} = \frac{\mathrm{d}\ln y_A}{\mathrm{d}\ln p_A} = -2$$
$$\varepsilon_B = \frac{\mathrm{d}y_B/y_B}{\mathrm{d}p_B/p_B} = \frac{\mathrm{d}\ln y_B}{\mathrm{d}\ln p_B} = -4$$

(2) 该企业的利润最大化问题

$$\max_{y_A,y_B} \quad \pi = TR_A(y_A) + TR_B(y_B) - TC(y_A + y_B)$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial y_A} = MR_A(y_A) - MC(y_A + y_B) = 0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial y_B} = MR_B(y_B) - MC(y_A + y_B) = 0$$

解得：$MR_A(y_A) = MR_B(y_B) = MC(y_A + y_B)$，所以

$$p_A\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_A|}\right) = p_B\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_B|}\right) \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{1 - \dfrac{1}{|\varepsilon_A|}}{1 - \dfrac{1}{|\varepsilon_B|}} = 1.5$$

由于当前价格为 $p_A = 40, p_B = 25$，所以 $\dfrac{p_A}{p_B} = 1.6 \neq 1.5$，此时定价并非实现了最优.

(3) 由于 $p_A = 30$ 且最优定价时的价格比 $\dfrac{p_A}{p_B} = 1.5$，所以

$$p_B = p_A \times \frac{1}{p_A/p_B} = 30 \times \frac{2}{3} = 20 \quad \blacksquare$$

常用结论总结

1. 利润最大化问题：

$$\max_{y} \quad \pi = p(y)y - c(y)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y} = MR(y) - MC(y) = 0 \Rightarrow MR(y) = MC(y)$$

2. 完全竞争市场

(1) 竞争均衡

1) 短期均衡：$p = MR = MC, p \geq AVC_{\min} \Rightarrow y_s(p) \xrightarrow{\text{同质}} Y_s(p) = ny_s(p)$.

2) 长期均衡：$\begin{cases} p = LMC = SMC \\ p = LAC = SAC \end{cases} \Rightarrow p = LMC = LAC_{\min}$.

(2) 福利分析：画图分析，在图上标出求面积所需数据（见 page 107）.

3. 垄断竞争市场

(1) 垄断均衡：$MR(y) = MC(y) \Rightarrow y^*$.

(2) 竞争均衡、价格管制：$p = MC \Rightarrow p^*$.

(3) 福利分析：画图分析，在图上标出求面积所需数据（见 page 113）.

(4) 三级价格歧视

1) 价格歧视：$MR_1(y_1) = MR_2(y_2) = MC(y_1 + y_2)$.

2) 统一定价：$p_1(y_1), p_1(y_2) \Rightarrow y_1(p_1), y_2(p_2) \Rightarrow Y = y_1 + y_2$.

第三节　寡头垄断

定义 3.3.1.(寡头垄断市场) 在一个行业中只有少数几家厂商控制产品生产和销售的市场组合.

为了简化分析:

假设 3.3.1. 只关注**两家厂商**的情况，这种情况称作**买卖双头垄断**.

笔记. *考察经营策略相互影响的厂商的许多重要特征，而不必顾及包含众多厂商的模型所涉及的繁琐符号.*

假设 3.3.2. 只关注**所有厂商生产同一种产品的情况**.

笔记. *不考虑产品差异的问题，而把注意力完全集中在策略的相互影响上.*

当一家厂商作出决策时，可能已经知道了另一家厂商作出的选择:

$$\text{分析框架}\begin{cases}\text{序贯博弈}\begin{cases}\text{产量领导（斯塔克尔伯格模型）}\\ \text{价格领导}\end{cases}\\ \text{同时博弈}\begin{cases}\text{联合定产（古诺模型）}\\ \text{联合定价（伯特兰模型）}\end{cases}\\ \text{合作博弈（卡塔尔模型）}\end{cases}$$

一、序贯博弈

（一）产量领导：斯塔克尔伯格模型

在产量领导（也称作**斯塔克尔伯格模型**）的情况下，一家厂商在另一家厂商之前作出选择.

假设厂商 L 是领导者，它的产量是 y_L；厂商 F 是追随者，作为反应，厂商 F 选择产量 y_F. 用反需求函数 $p(Y)=p(y_L+y_F)$ 表示行业产量 Y 的均衡价格. **追随者的利润最大化问题**

$$\max_{y_F}\quad \pi_F(y_L,y_F)=p(y_L+y_F)y_F-c_F(y_F) \tag{3.3.1}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_F}{\mathrm{d}y_F}=MR_F-MC_F=p'(y_L+y_F)y_F+p(y_L+y_F)-MC_F=0 \tag{3.3.2}$$

$$\Rightarrow MR_F=p'(y_L+y_F)y_F+p(y_L+y_F)=MC_F \tag{3.3.3}$$

追随者的利润最大化选择取决于领导者的选择，把这种关系记作**反应函数**

$$y_F=f_F(y_L) \tag{3.3.4}$$

具体地，若线性反需求函数为 $p(y_L+y_F)=a-b(y_L+y_F)$，取成本为零. 则厂商 F 的利润函数

$$\pi_F(y_L,y_F)=[a-b(y_L+y_F)]y_F \tag{3.3.5}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_F}{\mathrm{d}y_F}=MR_F=a-by_L-2by_F=0\Rightarrow y_F=f(y_L)=\frac{a-by_L}{2b} \tag{3.3.6}$$

另一方面，利用上式**(3.3.5)**可以得到一组等利润线

$$ay_F - by_Ly_F - by_F^2 = \overline{\pi}_2 \tag{3.3.7}$$

其中，厂商 F 的**利润随着移向靠左边的等利润线而增加**. 对于厂商 L 的每一个可能的产量选择，厂商 F 都要选择使它的利润尽可能大的产量，**这个点满足一般意义上的相切条件**，其轨迹刻画了反应曲线 $f_F(y_L)$.

领导者的利润最大化问题

$$\max_{y_1} \quad \pi_L = p(y_L + y_F)y_L - c_L(y_L) \tag{3.3.8}$$

$$s.t. \quad y_f = f_F(y_L) \tag{3.3.9}$$

将约束条件代入利润函数

$$\pi_L = p[y_L + f_F(y_L)]y_L - c_L(y_L) \tag{3.3.10}$$

同样在线性需求下考虑该问题，仍取成本为零，则厂商 L 的利润和边际收益

$$\begin{aligned}\pi_L(y_L, y_F) &= ay_L - by_L^2 - by_Ly_F \\ &\xlongequal{\text{式(3.3.6)}} ay_L - by_L^2 - by_L\frac{a - by_L}{2b} \\ &= \frac{a}{2}y_L - \frac{b}{2}y_L^2\end{aligned} \tag{3.3.11}$$

$$MR = \frac{a}{2} - by_L \tag{3.3.12}$$

令边际收益等于边际成本，解得：$y_L^* = \dfrac{a}{2b}$，代入反应函数得到厂商 F 的产量

$$y_2^* = \frac{a - by_L^*}{2b} = \frac{a}{4b} \tag{3.3.13}$$

利用上式**(3.3.11)**可以得到一组等利润线

$$ay_L - by_Ly_F - by_L^2 = \overline{\pi}_1 \tag{3.3.14}$$

其中，厂商 L 的**利润随着移向下面的等利润线而增加**. 由于厂商 F 后决定产量，故均衡点**在反应曲线** $f_F(y_F)$ **上**；又由于厂商追求利润最大化的目标，因此该点位于**厂商 L 的等利润线与 $f_F(y_F)$ 的切点处**.

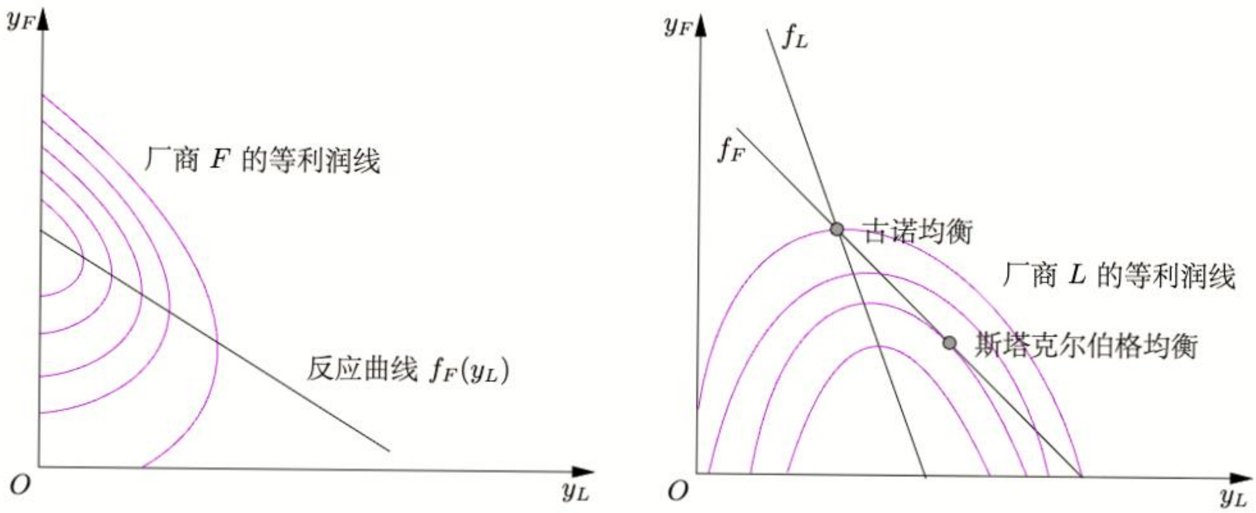


Figure 3.26: 斯塔克尔伯格均衡

例 3.3.1(2019-央财 801 节选)

假设市场中存在两个生产商生产相同的产品，分别记为企业 1 和企业 2. 企业 1 的生产成本为 $c_1(y_1) = 2y_1$，企业 2 的生产成本为 $c_2(y_2) = 3y_2$，其中 y_1, y_2 为企业 1 和企业 2 的产量. 该产品的反需求函数为 $p(Y) = 10 - Y$，其中 Y 为总需求量.

若企业 1 是产量领导者，企业 2 是追随者，即企业 1 先选择自己的产量，企业 2 根据企业 1 的产量选择自己的产量，求解均衡时两个企业分别的产量、均衡价格以及每个企业的利润.

解答. 企业 2 的利润最大化问题

$$\max_{y_2} \quad \pi_2 = p(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_2}{\mathrm{d}y_2} = p'(y_1 + y_2)y_2 + p(y_1 + y_2) - MC_2(y_2) = 0$$

$$\Rightarrow -y_2 + 10 - (y_1 + y_2) - 3 = 0$$

解得：$y_2 = f_2(y_1) = \dfrac{7 - y_1}{2}$. 企业 1 的利润最大化问题

$$\max_{y_1} \quad \pi_1 = p(y_1 + f_2(y_1))y_1 - c_1(y_1)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_1}{\mathrm{d}y_1} = [1 + f_2'(y_1)]p'(y_1 + f_2(y_1))y_1 + p(y_1 + f_2(y_1)) - MC_1(y_1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}y_1 + 10 - \left(y_1 + \frac{7 - y_1}{2}\right) - 2 = 0$$

解得：$y_1 = \dfrac{9}{2}, y_2 = f_2(y_1) = \dfrac{5}{4}$；$Y = y_1 + y_2 = \dfrac{23}{4}, p(Y) = 10 - \dfrac{23}{4} = \dfrac{17}{4}$；$\pi_1 = \dfrac{81}{8}, \pi_2 = \dfrac{25}{16}$. ■

（二）价格领导

领导者也可以不确定产量而确定价格. 假定领导者制定价格 p，**追随者接受该价格**[8]，然后选择利润最大化产量. 竞争模型中，厂商都无法控制价格；**价格领导模型中，价格由领导者制定，追随者无法控制价格**.

追随者的利润最大化问题

$$\max_{y_F} \quad \pi_F = py_F - c_F(y_F) \tag{3.3.15}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_F}{\mathrm{d}y_F} = p - MC_F(y_F) = 0 \Rightarrow p = MC_F(y_F) \tag{3.3.16}$$

这一条件决定了追随者的供给曲线 $S(p)$，从而领导者出售的产量将是

$$R(p) = D(p) - S(p) \tag{3.3.17}$$

其中，$R(p)$ 称作领导者面临的**剩余需求曲线**. 假定领导者具有不变的边际生产成本 c，则可以实现利润

$$\pi_1(p) = (p - c)[D(p) - S(p)] = (p - c)R(p) \tag{3.3.18}$$

为使利润最大化，领导者要选择使边际收益和边际成本相等的价格和产量组合.

[8] 如果两家厂商的定价不同，则消费者全部都会选择具有较低价格的一家，从而就不存在有两家厂商生产的均衡.

例 3.3.2(2025-南开 847)

已知某种产品由一家大厂商 i 和一家小厂商 j 提供，对此产品的总需求可表示为：$Y = 100 - p$. 大厂商生产的成本函数为 $c_i(y_i) = y_i$，小厂商生产的成本函数为 $c_j(y_j) = \frac{1}{2}y_j^2$. 假设大厂商可以通过为此产品制定价格而最大化自己的利润，而小厂商只能接受大厂商制定的价格来决定自己的产量.

(1) 求出小厂商的产品供给曲线；

(2) 求出大厂商面临的市场剩余需求曲线；

(3) 计算产品的市场价格，每个厂商的供给数量和总供给数量.

解答. (1) 小厂商的利润最大化问题

$$\max_{y_j} \quad \pi_j = py_j - c_j(y_j)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_j}{\mathrm{d}y_j} = p - MC_j(y_j) = p - y_j = 0 \Rightarrow p = y_j$$

所以小厂商的产品供给曲线为 $y_j = p$.

(2) 大厂商面临的市场剩余需求曲线

$$R(p) = D(p) - S(p) = (100 - p) - p = 100 - 2p$$

(3) 大厂商的利润最大化问题

$$\max_{y_i} \quad \pi_i = py_i - c_i(y_i) = \left(50 - \frac{1}{2}y_i\right)y_i - y_i$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_i}{\mathrm{d}y_i} = 50 - y_i - 1 = 0 \Rightarrow y_i = 49$$

代入大厂商面临的市场剩余需求曲线，得到市场价格

$$p = 50 - \frac{1}{2}y_i = 25.5$$

从而总供给数量 $Y = 100 - p = 74.5$，小厂商的供给数量 $y_j = p = 25.5$. ■

二、同时博弈

(一) 联合定产：古诺模型

考察每家厂商必须预测另一家厂商的产量选择的单时期模型. 每家厂商根据预测选择使它的利润达到最大的产量水平，然后寻求一个预测均衡：**每家厂商都发现它对另一家厂商的预测得到证实的一种状态**.

这个模型称作**古诺模型**.

从假定厂商 1 预期厂商 2 将生产 y_2^e 单位产量开始. 如果厂商 1 决定生产 y_1 的单位产量，它就会预期总生产量将是 $Y = y_1 + y_2^e$，由于该产量引起的市场价格将是 $p(Y) = p(y_1 + y_2^e)$. 厂商 1 的利润最大化问题

$$\max_{y_1} \quad \pi_1 = p(y_1 + y_2^e)y_1 - c(y_1) \tag{3.3.19}$$

就关于厂商 2 的产量的任何既定预测 y^e 而言，厂商 1 都有某个最优的产量选择

$$y_1 = f_1(y_2^e) \tag{3.3.20}$$

这个函数就是反应函数. 类似地，可以导出厂商 2 的反应函数

$$y_2 = f_2(y_1^e) \tag{3.3.21}$$

它给出对于厂商 1 产量的既定预期 y_1^e 来说的厂商 2 的最优产量选择. 定义满足

$$y_1^* = f_1(y_2^*) \tag{3.3.22}$$

$$y_2^* = f_2(y_1^*) \tag{3.3.23}$$

的产量水平组合为**古诺均衡**. 此时，每家厂商都在对另一家厂商的产量选择的预测既定的情况下实现利润最大化，并且**每家厂商的最优产量选择正是另一家厂商预期它会生产的产量**.

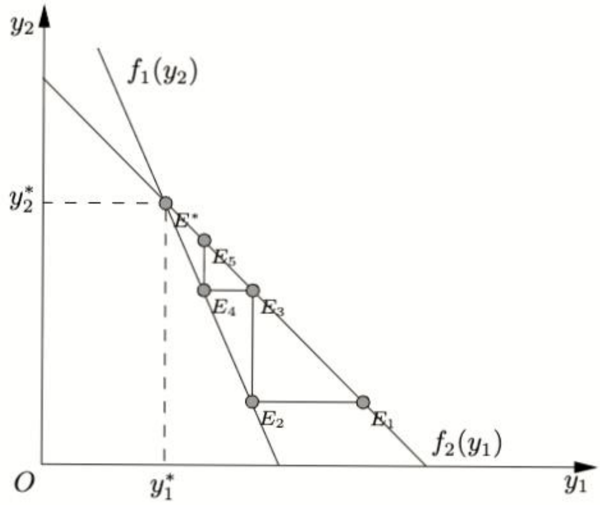


Figure 3.27: 古诺均衡

假设处于古诺均衡中的同质的厂商有 n 家，令

$$Y = y_1 + y_2 + \cdots + y_n \tag{3.3.24}$$

是行业的总产量，厂商 i 的利润最大化问题

$$\max_{y_i} \quad \pi_i = p(Y)y_i - c(y_i) \tag{3.3.25}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_i}{\mathrm{d}y_i} = p'(Y)y_i + p(Y) - MC(y_i) = 0 \tag{3.3.26}$$

$$\Rightarrow p(Y)\left[1 + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}Y}\frac{Y}{p(Y)}\frac{y_i}{Y}\right] = MC(y_i) \tag{3.3.27}$$

令 $s_i = \dfrac{y_i}{Y}$ 代表厂商 i 在市场总产量中所占有的份额，上式可以化简成

$$p(Y)\left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon(Y)|}\right] = p(Y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(Y)|/s_i}\right] = MC(y_i) \tag{3.3.28}$$

其中，$\dfrac{\varepsilon(Y)}{s_i}$ 可看作厂商所面临的需求曲线的弹性；厂商所占份额越小，面临的需求曲线的弹性就越大.

笔记. $n \to \infty \Rightarrow s_i = 0$，均衡结果与竞争均衡结果一致；$n = 1 \Rightarrow s_i = 1$，均衡结果与垄断均衡结果一致.

例 3.3.3(2023-央财 801)

假设市场的反需求函数 $p = 550 - 3Y$，市场中的供给者是两个寡头厂商，成本函数相同：$c(y_i) = 10y_i$. 请计算：

(1) 在古诺均衡下，每个厂商的产量和市场价格；

(2) 斯塔克尔伯格领导者和追随者的产量和市场价格.

解答. (1) 令两家厂商的产量分别为 y_1, y_2，市场总产量 $Y = y_1 + y_2$. 厂商 1 的利润最大化问题

$$\max_{y_1} \quad \pi_1 = py_1 - c(y_1) = [550 - 3(y_1 + y_2)]y_1 - 10y_1$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_1}{\mathrm{d}y_1} = 550 - 6y_1 - 3y_2 - 10 = 0 \Rightarrow y_1 = 90 - \frac{1}{2}y_2$$

同理可得：$y_2 = 90 - \frac{1}{2}y_1$. 联立两家厂商的反应函数，解得：$y_1 = y_2 = 60, p = 550 - 3Y = 190$.

(2) 令领导者和追随者的产量分别为 y_L, y_F，市场总产量 $Y = y_L + y_F$. 追随者的利润最大化问题

$$\max_{y_F} \quad \pi_F = py_F - c(y_F) = [550 - 3(y_L + y_F)]y_F - 10y_F$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_F}{\mathrm{d}y_F} = 550 - 6y_F - 3y_L - 10 = 0 \Rightarrow y_F = 90 - \frac{1}{2}y_L$$

领导者的利润最大化问题

$$\max_{y_L} \quad \pi_L = \left[550 - 3\left(y_L + 90 - \frac{1}{2}y_L\right)\right]y_L - 10y_L$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_L}{\mathrm{d}y_L} = 280 - 3y_L - 10 = 0$$

解得：$y_L = 90, y_F = 90 - \frac{1}{2}y_L = 45, Y = y_L + y_F = 135, p = 550 - 3Y = 145$. ■

笔记. 古诺模型中的反应函数与斯塔克尔伯格模型中的在解释上有所不同，但是数学定义是一样的.

（二）联合定价：伯特兰模型

伯特兰竞争模型视厂商为它们价格的制定者，让市场去决定销售的数量.

该模型假定：两寡头厂商生产和销售同质的产品，两厂商的边际成本均恒等于 $c > 0$，且固定成本均为零；两厂商的决策变量是价格，它们同时选择价格以最大化各自的利润.

厂商 1 所面临的需求曲线

$$D_1(p_1, p_2) = \begin{cases} D(p_1), & p_1 < p_2 \\ \frac{1}{2}D(p_1), & p_1 = p_2 \\ 0, & p_1 > p_2 \end{cases} \tag{3.3.29}$$

其中，$D_1(p_1, p_2)$ 为厂商 1 的需求函数，$D(p_1, p_2)$ 为市场需求函数.

厂商唯有使自己的产品价格**低于竞争对手的产品价格**，才能获得整个市场需求和最大利润；同时，每个厂商都**认为其竞争对手也是如此考虑和行动的**. 因此，每个厂商会同时将价格降到**等于边际成本**的水平

$$p_1 = p_2 = c \tag{3.3.30}$$

此时，每个厂商的**经济利润均为零**（实现了正常利润），这便是伯特兰均衡.

例 3.3.4(2014-央财 803)

假设企业 A 和 B 生产同种商品，消费者无法区分两个企业的产品. 企业 A 的生产边际成本为 10，企业 B 的生产边际成本为 8. 他们的固定成本均为 0. 市场需求函数为 $D(p) = 500 - 20p$.

(1) 如果企业 A 和企业 B 进行伯特兰竞争，那么纳什均衡条件下的市场价格是多少?

(2) 每个企业的利润分别为多少?

(3) 该均衡是否为帕累托有效?

解答. (1) 由于企业 B 的成本低，故其将独占市场. 利润最大化问题

$$\max \quad \pi_B = py_B - c(y_B) = \left(25 - \frac{1}{20}y_B\right)y_B - 8y_B$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_B}{\mathrm{d}p_B} = 25 - \frac{1}{10}y_B - 8 = 0$$

解得：$y_B = 170, p = 500 - 20p = 16.5 > 10$.

此时，若企业 B 将价格定为 $p_B = MC_A - \varepsilon = 10 - \varepsilon(\varepsilon > 0)$，则将占有全部市场份额，获得全部利润.

(2) 企业 A 退出市场，利润为 0；企业 B 的利润

$$\pi_B = p_B y_B - c(y_B) = [500 - 20(10 - \varepsilon)](2 - \varepsilon) = (300 + 20\varepsilon)(2 - \varepsilon)$$

(3) 该均衡不是帕累托有效的，对于额外一单位商品在区间 $(8, 10)$ 内议价都将增加总剩余. ■

三、合作博弈：卡塔尔模型

(一) 串谋

如果串谋是可能的话，诸厂商最好先选择使**整个行业利润达到最大**的那个产量，然后再在它们之间**瓜分利润**. 当厂商串通在一起，试图确定使整个行业利润实现最大化的价格和产量的时候，这些厂商就被总称为**卡特尔**，其行为就像**单个的垄断厂商一样**，追求它们**利润总和的最大化**.

两家厂商面临的利润最大化问题

$$\max_{y_1, y_2} \quad \pi = p(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - c_1(y_1) + c_2(y_2) \tag{3.3.31}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial y_1} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y_1}(y_1 + y_2) + p(y_1 + y_2) - MC_1(y_1) = 0 \tag{3.3.32}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial y_2} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y_2}(y_1 + y_2) + p(y_1 + y_2) - MC_2(y_2) = 0 \tag{3.3.33}$$

若两家厂商的均衡产量分别为 y_1^*, y_2^*，市场总产量 $Y = y_1^* + y_2^*$，则

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}Y}(y_1^* + y_2^*) + p(y_1^* + y_2^*) = MC_1(y_1^*) \tag{3.3.34}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}Y}(y_1^* + y_2^*) + p(y_1^* + y_2^*) = MC_2(y_2^*) \tag{3.3.35}$$

上述最优条件隐含着额外单位产量不论由哪一家厂商生产，其边际收益都必定相等

$$MC_1(y_1^*) = MC_2(y_2^*) \tag{3.3.36}$$

（二）作弊

性质 3.3.1. 若厂商 1 认为厂商 2 的产量将保持不变，那么就能通过增加产量而获取更多的利润.

厂商 1 的利润函数和边际利润

$$\pi_1 = p(y_1^* + y_2^*)y_1^* - c_1(y_1^*) \tag{3.3.37}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1^*} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y_1}y_1^* + p(y_1^* + y_2^*) - MC_1(y_1^*) \xlongequal{\text{式(3.3.34)}} -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y_1^*}y_2^* \tag{3.3.38}$$

由于 $\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y_1} = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}Y} \times \dfrac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}y_1} < 0$，所以 $-\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y_1^*}y_2^* > 0$，故厂商 1 会通过增加产量获得利润的提升.

（三）惩罚

考虑包括两家同质厂商的一个卖方双头垄断. 如果每一家厂商都只生产一半的垄断产量，那么总体利润就会实现最大化，每一家厂商将得到利润 π_m. 为了尽量使这个结果保持稳定，一家厂商对另一家厂商宣称："如果你在总体利润最大化的产量水平上保持不变，那么相安无事. **但如果我发现你的产出超过了这个产量，从而出现欺骗行为，我就会通过永久生产古诺产量来对你实施惩罚**."这种策略称作**惩罚策略**.

假定古诺利润为 π_c，卡塔尔利润为 π_m. 一开始两家厂商都在生产串谋的垄断产量，若其中的一家厂商生产更多的产量，利润为 $\pi_d > \pi_m$. 设利率为 r，则收益流的现值

$$\pi_{\text{串谋}} = \pi_m + \frac{\pi_m}{1+r} + \frac{\pi_m}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{\pi_m}{(1+r)^n} = \pi_m + \frac{\pi_m}{r} \tag{3.3.39}$$

$$\pi_{\text{欺骗}} = \pi_d + \frac{\pi_c}{1+r} + \frac{\pi_c}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{\pi_c}{(1+r)^n} = \pi_d + \frac{\pi_c}{r} \tag{3.3.40}$$

为了使维持卡塔尔产量时的现值大于违反卡塔尔产量时的现值

$$\pi_m + \frac{\pi_m}{r} > \pi_d + \frac{\pi_c}{r} \Rightarrow r < \frac{\pi_m - \pi_c}{\pi_d - \pi_m} \tag{3.3.41}$$

该式表明，**只要利率足够小**，从而将来惩罚的期望足够重要，那么厂商一直按限额生产就是值得的.

例 3.3.5(2017-央财 801 节选)

假定在一个寡头市场上有两个生产同种产品的厂商，分别记为厂商 1 和厂商 2. 市场需求函数为 $p = 100 - Y$，其中 $Y = y_1 + y_2$，两个厂商的成本函数分别为 $c_1(y_1) = 20y_1, c_2(y_2) = 0.5y_2^2$.
假定两个厂商联合行动组成卡塔尔，追求共同利润最大化，求解两个厂商各自的产量和利润水平，以及行业的总利润水平.

解答. **方法 1** 卡塔尔组织的利润最大化问题

$$\max_{y_1,y_2} \quad \pi = [100-(y_1+y_2)](y_1+y_2) - 20y_1 - 0.5y_2^2$$

一阶条件

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi}{\partial y_1} &= 100 - 2(y_1+y_2) - 20 = 0\\ \frac{\partial \pi}{\partial y_2} &= 100 - 2(y_1+y_2) - y_2 = 0\end{aligned}$$

解得：$y_1 = 20, y_2 = 20, \pi_1 = 800, \pi_2 = 1000, \pi = \pi_1 + \pi_2 = 1800.$

方法 2 卡塔尔组织的成本最小化问题

$$\begin{aligned}\min_{y_1,y_2} &\quad 20y_1 + 0.5y_2^2\\ s.t. &\quad y_1 + y_2 = Y\end{aligned}$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L = 20y_1 + 0.5y_2^2 - \lambda(y_1+y_2-Y)$$

一阶条件

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial y_1} &= 20 - \lambda = 0\\ \frac{\partial L}{\partial y_2} &= y_2 - \lambda = 0\\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= y_1 + y_2 - Y = 0\end{aligned}$$

解得：$y_2 = 20, y_1 = Y - 20$，故卡塔尔组织的成本函数

$$TC(Y) = c_1(y_1) + c_2(y_2) = 20Y - 200$$

利润最大化问题

$$\max_{Y} \quad \pi = (100-Y)Y - (20Y - 200)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}Y} = 100 - 2Y - 20 = 0$$

解得：$Y = 40, y_1 = Y - 20 = 20, \pi_1 = 800, \pi_2 = 1000, \pi = \pi_1 + \pi_2 = 1800.$ ■

第四章　博弈论

经济主体能够以各种各样的方式进行策略性互动，而许多这样的互动是通过**博弈论**来研究的. 博弈论关注的是**对策略互动的一般性分析**. 它可以应用于研究营业博弈、政治谈判和经济行为.

第一节　博弈论的基本概念

一、博弈的基本要素

> **定义 4.1.1.(参与人)** 在博弈中进行决策的主体，如个人、企业甚至国家.

参与人通过在博弈中**选择最优的决策和行动**来使自己的**目标函数达到最大**.

> **定义 4.1.2.(参与人的策略)** 参与人在博弈的每一时点上决定如何行动的规则.

每个参与人都**至少应有两个**可供选择的策略，否则就没有选择的必要了.

> **定义 4.1.3.(参与人的收益)** 在所有参与人都选择了各自的策略且博弈已经完成之后，所得到的结果.

在一个博弈中，在所有的参与人都选择了自己的策略之后，就得到一个**策略组合**；对于任意一个策略组合，每个参与人都会得到一个**收益**；所有这些收益合在一起，即构成相对于这个策略组合的**收益组合**.

二、博弈的分类

从博弈的三要素角度，可以对博弈进行一些简单的分类：

- 根据参与人的数量，可分为**双人博弈**和**多人博弈**；
- 根据参与人拥有的策略的数量，可分为**有限博弈**和**无限博弈**；
- 根据参与人的收益情况，可分为**零和博弈**和**非零和博弈**，或者**常和博弈**和**非常和博弈**；
- 根据参与人是否能够达成有效的协议，可分为**合作博弈**和**非合作博弈**；
- 根据参与人是否了解有关博弈的所有信息，可分为**完全信息博弈**和**不完全信息博弈**；
- 根据参与人在策略的实施上是否具有“同时性”，可分为**静态博弈**（**同时博弈**）和**动态博弈**（**序贯博弈**）.

如果综合考虑最后两个有关信息和时间的划分标准，则可以得到如下四种基本的博弈类型，即**完全信息静态博弈**、**完全信息动态博弈**、**不完全信息静态博弈**和**不完全信息动态博弈**.

第二节 完全信息静态博弈

一、纯策略均衡

（一）收益矩阵

虽然策略互动可能涉及许多参与人和许多策略，但这里的分析却只限于策略数量有限的**双人博弈**. 这样，就可以很容易地运用**收益矩阵**来表示博弈. 通过具体的例子来考察这个问题是最简单的方法.

如下表，假设 A,B 两人进行简单的博弈. 两人**同时独立地**在纸上写下上或下和左或右，获得的收益由收益矩阵所示. 例如，若参与人 A 选择"上"、参与人 B 选择"左"，则二人获得的收益分别为 1 和 2.

Table 4.1: 博弈的收益矩阵

		参与人 B	
		左	右
参与人 A	上	1, 2	0, 1
	下	2, 1	1, 0

（二）条件策略与占优策略

> **定义 4.2.1.(条件策略)** 参与人在给定条件下（如其他参与人已经作出选择时）的相对优势策略.

> **定义 4.2.2.(条件策略组合)** 包括参与人的条件策略**以及这些条件**在内的相对优势策略组合.

如下表，甲、乙厂商都有合作和不合作两个策略，从而总共有四种策略组合.

Table 4.2: 寡头博弈：合作与不合作

		乙厂商的策略	
		合作	不合作
甲厂商的策略	合作	5, 6	1, 5
	不合作	7, 1	2, 3

甲厂商的决策

若乙厂商选择合作，则甲厂商最好选择不合作，从而得到更多的收益. 因此，不合作是甲厂商此时的最优策略. 此时，把甲厂商在乙厂商选择合作条件下的最优策略**不合作**叫做甲厂商的**条件策略**，把与甲厂商的这一条件策略相联系的策略组合 **(不合作，合作)** 叫做甲厂商的**条件策略组合**.

若乙厂商选择不合作，则甲厂商最好选择不合作. 换句话说，甲厂商在乙厂商选择不合作时的条件策略是**不合作**，与这一条件策略相联系的条件策略组合是 **(不合作, 不合作)**.

乙厂商的决策

若甲厂商选择合作，则乙厂商最好选择合作. 换句话说，乙厂商在甲厂商选择合作时的条件策略是**合作**，与这一条件策略相联系的条件策略组合是 **(合作, 合作)**.

若甲厂商选择不合作，则乙厂商最好选择不合作. 换句话说，乙厂商在甲厂商选择不合作时的条件策略是**不合作**，与这一条件策略相联系的条件策略组合是 **(不合作, 合作)**.

> **定义 4.2.3.(占优策略)** 不论其他参与人如何选择，每个参与人都有一个最优策略.

如上表，无论乙厂商选择合作还是不合作，甲厂商选择**不合作**总能得到一个较高的收益.

(三) 纳什均衡

条件策略或条件策略组合具有一个非常重要的性质，即它代表了博弈中某个参与人在某个条件下的**均衡状态**. 例如，在甲厂商的第一个条件策略组合 (不合作, 合作) 上，甲厂商的选择即不合作是最优的，因而其**没有单独改变策略的倾向**，尽管此时乙厂商有可能单独改变自己的策略（从而得到更多的收益）.

进一步，若要让甲厂商和乙厂商**同时都不再有单独改变策略的倾向**，则要求二者的**条件策略组合应当恰好相同**. 例如，(不合作, 合作) 同为两家厂商的条件策略组合，故其均无单独改变策略的倾向.

> **定义 4.2.4.(纳什均衡)** 如果在一个策略组合中，当所有其他人都不改变策略时，没有人会改变自己的策略（因为得不到好处），则该策略组合就是一个纳什均衡.

数理地，用 S_i 表示参与者 i 所有可选策略的集合，如 $S_{甲}=\{合作,不合作\}$；用 s_i 表示第 i 个参与者的具体选择，如 $s_{甲}=不合作, s_{乙}=合作$. 用 $s=(s_1,s_2)$ 表示策略组合，如 (不合作, 合作). 用 $\pi_i(s)$ 表示参与者 i 的收益收益. 为了考虑具体参与者的收益，需要先找到他所在的策略组合.

用上述定义的符号重新表述纳什均衡. $s^*=(s_1^*,s_2^*,\cdots,s_i^*,\cdots,s_{n-1}^*,s_n^*)$ 为纳什均衡的条件为

$$\forall s_i\in S_i, \pi(s_1^*,s_2^*,\cdots,s_i^*,\cdots,s_{n-1}^*,s_n^*)\geq \pi(s_1^*,s_2^*,\cdots,s_i,\cdots,s_{n-1}^*,s_n^*), i=1,2,\cdots,n \tag{4.2.1}$$

有时可以简记为 $s^*(s_i^*,\boldsymbol{s}_{-i}^*)$，其中 s_{-i}^* 表示除参与者 i 以外其他参与者的策略，则上式可化为

$$\pi_i(s_i^*,\boldsymbol{s}_{-i}^*)\geq \pi_i(s_i,\boldsymbol{s}_{-i}^*) \tag{4.2.2}$$

上述确定博弈均衡的方法可以更加直观也更加方便地表示所谓的“**条件策略下划线法**”，具体来说：

利用条件策略下划线法寻找纳什均衡的基本步骤

1. **第一步**：把整个的收益矩阵分解甲厂商的收益矩阵和乙厂商的收益矩阵

$$甲厂商的收益矩阵=\begin{pmatrix}5 & 1\\ \underline{7} & \underline{2}\end{pmatrix} \quad 和 \quad 乙厂商的收益矩阵=\begin{pmatrix}\underline{6} & 5\\ 1 & \underline{3}\end{pmatrix}$$

2. **第二步**：分别在甲、乙厂商的收益矩阵中，找出每一列（行）的最大者（可能不止一个）；
3. **第三步**：将已经画好线的甲、厂商分别的收益矩阵合并起来，得到整个的收益矩阵

$$甲、乙两个厂商的共同的收益矩阵=\begin{pmatrix}5,\underline{6} & 1,5\\ \underline{7},1 & \underline{2},\underline{3}\end{pmatrix}$$

4. **第四步**：在带有下划线的整个的收益矩阵中，找到**两个数字之下均画有线的收益组合**，则由该收益组合代表的策略组合就是均衡的策略组合. 其余收益组合代表的策略组合都不是均衡的.

分别从**存在性、唯一性、稳定性和最优性**的角度考虑纳什均衡：

性质 4.2.1. 在完全信息静态博弈中，（纯策略的）纳什均衡既可能存在，也可能不存在.

Table 4.3: 没有纳什均衡的完全信息静态博弈

		乙厂商的策略	
		左	右
甲厂商的策略	上	$4,\underline{6}$	$\underline{9},1$
	下	$\underline{7},3$	$2,\underline{8}$

性质 4.2.2. 在完全信息静态博弈中，如果纳什均衡存在，则它既可能是唯一的，也可能是不唯一的.

Table 4.4: 存在多重纳什均衡的完全信息静态博弈

		乙厂商的策略	
		左	右
甲厂商的策略	上	$\underline{5},\underline{6}$	$1,4$
	下	$4,1$	$\underline{2},\underline{3}$

性质 4.2.3. 在完全信息静态博弈中，如果纳什均衡存在，则它既可能是稳定的，也可能是不稳定的.

如下收益矩阵中，均衡收益组合 $(\underline{5},\underline{6})$ 是稳定的，而均衡收益组合 $(\underline{2},\underline{3})$ 是不稳定的. 这是因为，从任何非均衡的收益组合出发，最后都会调整到均衡的收益组合 $(\underline{5},\underline{6})$. 例如，若从非均衡收益组合 $(4,1)$ 出发（两厂商同时变动），将变动至非均衡组合 $(\underline{2},4)$（乙厂商单独变动），进而变动至 $(5,6)$.

Table 4.5: 稳定和不稳定的纳什均衡

		乙厂商的策略	
		左	右
甲厂商的策略	上	$\underline{5},\underline{6}$	$\underline{2},4$
	下	$4,1$	$\underline{2},\underline{3}$

性质 4.2.4. 在完全信息静态博弈中，如果纳什均衡存在，则它既可能是最优的，也可能不是最优的.

如下收益矩阵中，均衡收益组合 $(\underline{5},\underline{6})$ 是最优的，而均衡收益组合 $(\underline{2},\underline{3})$ 不是最优的.

Table 4.6: 最优和不最优的纳什均衡

		乙厂商的策略	
		左	右
甲厂商的策略	上	$\underline{5},\underline{6}$	$1,4$
	下	$4,1$	$\underline{2},\underline{3}$

（四）囚徒困境

对占优策略及占优策略均衡重新数理地表述:

定义 4.2.5.(占优策略均衡) s_i^* 为占优策略的条件为

$$\forall \boldsymbol{s}_{-i}, \forall s_i, \pi_i(s_i^*, \boldsymbol{s}_{-i}) \geq \pi_i(s_i, \boldsymbol{s}_{-i}) \tag{4.2.3}$$

若 $(s_i^*, s_2^*, \cdots, s_n^*)$ 中的每个分量 s_i^* 都为参与人 i 的占优策略，则称该组合为**占优策略均衡**.

定义 4.2.6.(严格占优策略均衡) s_i^* 为**严格占优策略**的条件为

$$\forall \boldsymbol{s}_{-i}, \forall s_i \neq s_i^*, \pi_i(s_i^*, s_{-i}) > \pi_i(s_i, s_{-i}) \tag{4.2.4}$$

若 $(s_i^*, s_2^*, \cdots, s_n^*)$ 中的每个分量 s_i^* 都为参与人 i 的严格占优策略，则称该组合为**严格占优策略均衡**.

考虑**囚徒困境**的例子：合伙犯罪的两个囚徒被分别关在两个房间里，单独接受审讯. 每个囚徒都既可以选择坦白，从而招供另一个囚徒；也可以选择抵赖. 如果只有一个人坦白，那么这个人就可以免于刑事处分，当局将对另一个人提出指控，并判他入狱 6 个月. 如果两个囚徒都选择抵赖，那么根据法规他们将被拘留 1 个月. 如果这两个人都选择坦白，那么他们将被拘留 3 个月.

下表给出了这个博弈的收益矩阵，用刑期的负值代表效用指派.

Table 4.7: 囚徒困境

		参与人 B	
		坦白	抵赖
参与人 A	坦白	$\underline{-3}, \underline{-3}$	$\underline{0}, -6$
	抵赖	$-6, \underline{0}$	$-1, -1$

显然，这一博弈中唯一的纳什均衡为策略组合 **(坦白, 坦白)**，其同时也为严格占优策略均衡. 但同时，**(坦白, 坦白)** 是**帕累托低效率**的策略组合，而 **(抵赖, 抵赖)** 才是帕累托有效率[1]的策略组合.

问题的根源在于，**个人的理性可能会导致集体的非理性**，即这两个囚徒无法协调他们的行动. 若每一个囚徒都能够信任另一个囚徒，那么他们的境况就会得到改善；若某一个囚徒无法信任另一个囚徒，或无法达成有约束力的协定，那么他们的境况会变得更差. **在一次性博弈中，背信的策略似乎是合理的策略**.

定义 4.2.7.(重复博弈) 一个简单的博弈重复多次得到的博弈，分为**有限重复博弈**和**无限重复博弈**.

不同于一次性的博弈，重复博弈中，若其他参与人在某局博弈中背信：信任者可以在下一局博弈中也选择背信；背信者也会因其不良行为而受到惩罚. 在一个重复博弈中，**每个参与人都有机会树立合作的声誉，从而鼓励其他参与人也这样做**. 下面就有限重复博弈和无限重复博弈两种情况展开分类讨论.

有限重复博弈：若总共进行有限 n 次博弈，则在前面的 $n-1$ 次博弈中，两个参与者均会选择合作（即都选择抵赖），从而建立良好的声誉和最大化的总收益. 然而，在第 n 次博弈中二人均会选择背信（即都选择坦白），即回到了一次性博弈中的占优策略均衡. 这是因为**最后一次博弈恰如一次性博弈**.

[1]若他们都能够确信另一方会抵赖，并且他们也愿意守口如瓶，那么每个人最终能够得到收益 -1，从而使他们的境况变得更好.

无限重复博弈: 对于参与者 A，若参与者 B 在某次博弈中选择拒绝合作，则其将在下一次博弈中也选择拒绝合作. 若双方都充分关心将来的收益，则不合作的威胁将使他们采取帕累托有效率的策略.

利用期望收益进行说明. 若设双方的贴现因子均为 δ，则当二者都选择合作时，每个人的总收益

$$\pi_i(\text{抵赖},\text{抵赖})=\sum_{t=0}^{\infty}-\delta^t=\frac{-1}{1-\delta} \tag{4.2.5}$$

若其中一个参与者在某期选择背信，则当期他将获得收益 0，但此后对方也将一直背信，此时

$$\pi_i(\text{坦白},\text{坦白})=\sum_{t=1}^{\infty}-3\delta^t=\frac{-3\delta}{1-\delta} \tag{4.2.6}$$

从而，当 $\dfrac{-1}{1-\delta}\geq\dfrac{-3\delta}{1-\delta}\Rightarrow\delta\geq\dfrac{1}{3}$ 时，每个参与者都会一直选择合作，否则总收益会降低.

笔记. 总结来说，若进行有限重复博弈，合作解要从最后一局来阐明；若进行无限重复博弈，则具有最高总收益的策略及“针锋相对”——在每一局中都采取对手在上一局所选择的策略.

例 4.2.1(2003-央财 801)

在货币政策博弈当中，博弈双方货币当局和工会的策略分别是：是否增加货币供给和是否提高工资. 其支付矩阵（用货币测度的好处）如下. 说明：

(1) 单期静态博弈的结果；

(2) 根据跨期静态博弈讨论“规则”及其信誉.

		政府	
		不增加	增加
工会	不增加	6, 6	1, 8
	增加	8, 1	2, 2

解答. (1) 利用条件策略下划线法寻找纳什均衡如下：

		政府	
		不增加	增加
工会	不增加	6, 6	1, $\underline{8}$
	增加	$\underline{8}$, 1	$\underline{2}$, $\underline{2}$

由上表，在单期静态博弈中，策略组合 (增加, 增加) 为该博弈的纳什均衡和严格占优策略均衡，但非帕累托有效率的策略组合. (不增加, 不增加) 为帕累托有效率的策略组合.

(2) 在跨期静态博弈中，根据重复次数是否有限进行讨论：

- **有限重复博弈**中，若总共进行 n 次博弈，则政府和工会将在前 $n-1$ 次博弈中选择合作（均选择不增加），从而建立良好的声誉和最大化的收益；在第 n 次（即最后一次）博弈中选择背信（均选择增加），即占优策略均衡，因为最后一次博弈恰如一次性博弈.
- **无限重复博弈**中，若设双方的贴现因子均为 δ，则当二者选择合作时，每方的总收益为

$$\pi_{\text{工会}}(\text{不增加},\text{不增加})=\pi_{\text{政府}}(\text{不增加},\text{不增加})=\sum_{t=0}^{\infty}6\delta^t=\frac{6}{1-\delta}$$

若其中一方在某期选择背信，则当期他将获得收益 0，但此后双方均将背信，每方的总收益为

$$\pi_{\text{工会}}(\text{增加},\text{增加}) = \pi_{\text{政府}}(\text{增加},\text{增加}) = \sum_{t=1}^{\infty} 2\delta^t = \frac{2\delta}{1-\delta}$$

从而，当 $\frac{6}{1-\delta} \geq \frac{2\delta}{1-\delta} \Rightarrow \delta < 1$ 或 $\delta \leq 3$ 时，每个参与者都会一直合作，否则总收益会降低. 总得来说，双方将在每局都采取另一方在上局所选择的策略，以获得最大化的总收益. ■

二、混合策略均衡

（一）混合策略与混合策略组合

此前，无论策略组合中纳什均衡存在与否，都认为每个参与人断然选择自己的策略（见表4.3）.

定义 4.2.8.(纯策略) 每个参与人**只选择一种**策略并**始终坚持**这个选择，这种策略称作纯策略.

定义 4.2.9.(混合策略) 允许参与人使他们的策略选择随机化，即对每项选择都指定一个概率，并按照这些概率选择策略，这种策略称作混合策略.

例如，在由表4.3给出的收益矩阵中，若甲厂商以 p_1 的可能性选择上策略、以 $p_2 = 1 - p_1$ 的可能性选择下策略；乙厂商以 q_1 的可能性选择左策略、以 $q_2 = 1 - q_1$ 的可能性选择右策略.

在这种情况下，甲厂商选择的就不再是原来的单纯的策略“上”或“下”，而是一种**混合策略**，即选择的是一个概率向量 (p_1, p_2)，其两个分量分别是甲厂商选择它的两个策略“上”或“下”的可能性；乙厂商选择的是一个概率向量 (q_1, q_2)，其两个分量分别是乙厂商选择它的两个策略“左”或“右”的可能性.

由于 p_1, p_2, q_1, q_2 可以在 $(0, 1)$ 之间任意取值，则**混合策略是无限的**（而非如纯策略那样是有限的），从而**混合策略组合**$((p_1, p_2), (q_1, q_2))$ **也是无限的**. 这一无限源于概率取值的无限性.

Table 4.8: 不存在纯策略纳什均衡的混合策略模型

			乙厂商的策略	
			q_1	q_2
			左	右
甲厂商的策略	p_1	上	$4, \underline{6}$	$\underline{9}, 1$
	p_2	下	$\underline{7}, 3$	$2, \underline{8}$

（二）期望收益与条件混合策略

在纯策略博弈中，对于每一个策略组合（在该组合中，每一项都是相应参与人所选定的一个策略），存在一个收益组合，组合中的每一项都是相应参与人在该策略组合条件下所得到的收益.

类似地，在混合策略博弈中，对于每一个混合策略组合，也都存在一个收益组合. 其中，每一项也都是相应参与人在该混合策略组合条件下所得到的支付. 不过，由于现在每个参与人都是以一定的概率来选择其纯策略的，故相应的支付也就成了所谓的“**期望收益**”，即收益的期望值.

定义 4.2.10.(条件混合策略) 参与人在其他参与人选择某个既定的混合概率 (q_1, q_2) 时所选择的可以使其**期望收益达到最大**的混合策略 (p_1, p_2).

由收益矩阵4.8可知，两家厂商的期望收益分别为

$$E_{\text{甲}} = 4p_1q_1 + 9p_1q_2 + 7p_2q_1 + 2p_2q_2 \tag{4.2.7}$$

$$E_{\text{乙}} = 6p_1q_1 + p_1q_2 + 3p_2q_1 + 8p_2q_2 \tag{4.2.8}$$

进一步，将 $p_2 = 1 - p_1$ 和 $q_2 = 1 - q_1$ 代入期望收益 $E_{\text{甲}}, E_{\text{乙}}$ 的表达式

$$E_{\text{甲}} = p_1(7 - 10q_1) + 5q_1 + 2 \tag{4.2.9}$$

$$E_{\text{乙}} = 5q_1(2p_1 - 1) - 7p_1 + 8 \tag{4.2.10}$$

其中，p_1, q_1 可以在 $(0,1)$ 中任意取值. 从而，分别求得两家厂商条件混合策略[2]的表达式为

$$p_1 = \begin{cases} 1, & q_1 < 0.7 \\ [0,1], & q_1 = 0.7 \\ 0, & q_1 > 0.7 \end{cases} \quad \text{和} \quad q_1 = \begin{cases} 0, & p_1 < 0.5 \\ [0,1], & p_1 = 0.5 \\ 1, & p_1 > 0.5 \end{cases} \tag{4.2.11}$$

定义 4.2.11.(混合策略纳什均衡) 混合策略纳什均衡指的是这样一种均衡，在这种均衡下，**给定其他参与人的策略选择概率**，每个参与人都为自己确定了选择每一种策略的**最优概率**.

在上式所确定的两家厂商的**条件混合策略**的基础上，可进一步确定混合策略的纳什均衡. 如图，**最优反应曲线（即条件混合策略曲线）的交点 E 即代表混合策略纳什均衡**. 更具体地，在混合策略组合 $((0.5, 0.5), (0.7, 0.3))$ 的境况下，两家厂商均没有单独改变的倾向，二者的期望收益均达到最大.

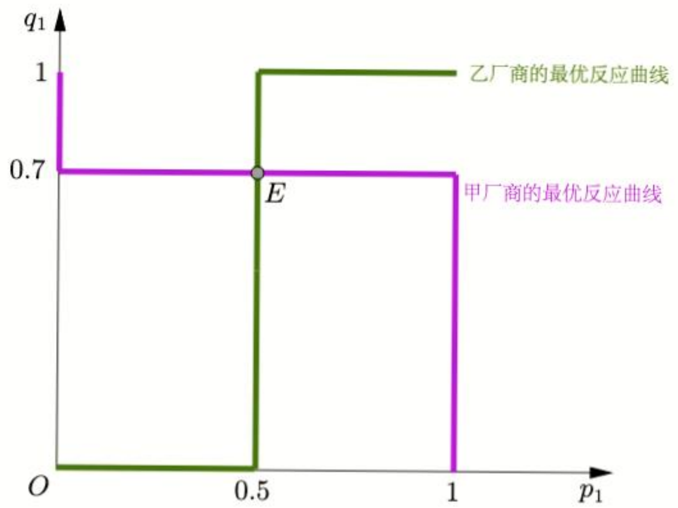


Figure 4.1: 不存在纯策略纳什均衡时的混合策略均衡

性质 4.2.5. 在每个参与人都只有有限多个纯策略的博弈中，**至少存在一个**混合策略纳什均衡.

[2] 以甲厂商为例，当 $q_1 < 0.7$ 时，为了最大化 $E_{\text{甲}}$，应当使 p_1 尽可能地大，从而 $p_1 = 1$；当 $q_1 > 0.7$ 时，为了最大化 $E_{\text{甲}}$，应当使 p_1 尽可能地小，从而 $p_1 = 0$；当 $q_1 = 0.7$ 时，$E_{\text{甲}}$ 与 p_1 完全无关，从而 p_1 可以取任何值，即 $p_1 = [0,1]$.

例 4.2.2(2020-央财 801)

假设有以下一个完全信息静态博弈

		II	
		L	R
I	T	5, 5	10, 7
	B	7, 10	6, 6

(1) 求该博弈的纯策略纳什均衡;

(2) 该博弈是否有混合策略纳什均衡? 如有, 请求出其混合策略纳什均衡.

解答. **(1)** 利用条件策略下划线法寻找纳什均衡如下:

		II	
		L	R
I	T	5, 5	$\underline{10}, \underline{7}$
	B	$\underline{7}, \underline{10}$	6, 6

由上表, 策略组合 (B,L) 和 (T,R) 均为纯策略纳什均衡.

(2) 设参与人 I 选择 T,B 的概率分别为 $p, 1-p$, 参与人 II 选择 L,R 的概率分别为 $q, 1-q$, 即

			II	
			q	$1-q$
			L	R
I	p	T	5, 5	$\underline{10}, \underline{7}$
	$1-p$	B	$\underline{7}, \underline{10}$	6, 6

由该收益矩阵, 两人的期望收益分别为

$$E_{\text{甲}} = (4-6q)p + q + 6$$
$$E_{\text{乙}} = (4-6p)q + p + 6$$

从而, 求得两人的最优反应曲线分别为

$$p = \begin{cases} 1, & q < \dfrac{2}{3} \\ [0,1], & q = \dfrac{2}{3} \\ 0, & q > \dfrac{2}{3} \end{cases} \quad \text{和} \quad q = \begin{cases} 1, & p < \dfrac{2}{3} \\ [0,1], & p = \dfrac{2}{3} \\ 0, & p > \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

故混合策略纳什均衡为 $\left(\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right), \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)\right)$. ■

第三节 完全信息动态博弈：序贯博弈

一、序贯博弈

迄今为止所考察的博弈中，两个参与人都是同时采取行动的. 但在许多情形下，一个参与人首先采取行动，然后另一个参与人再作出反应. 考虑由如下收益矩阵所代表的博弈：

Table 4.9: 一个序贯博弈的收益矩阵

		参与人 B	
		左	右
参与人 A	上	$\underline{1}, \underline{9}$	$1, \underline{9}$
	下	$0, 0$	$\underline{2}, \underline{1}$

在这一博弈中，策略组合 (上, 左) 和 (下, 右) 均为纳什均衡. 然而，收益矩阵掩盖了这样一个事实：其中的一个参与人在作出自己的选择以前，必须**先要了解另一个参与人的选择**.

在这种情况下，考察一种能够显示这种博弈的**非对称**性质的图形是更有价值的. 下图给出的是这个博弈的**扩展形式**（即**博弈树**）——一种**显示选择次序**的表述博弈的方式. 首先参与人 A 选择“上”或者“下”，而后参与人 B 必须选择“左”或者“右”. 需要注意地，当 B 作选择时，他已经知道了 A 的选择.

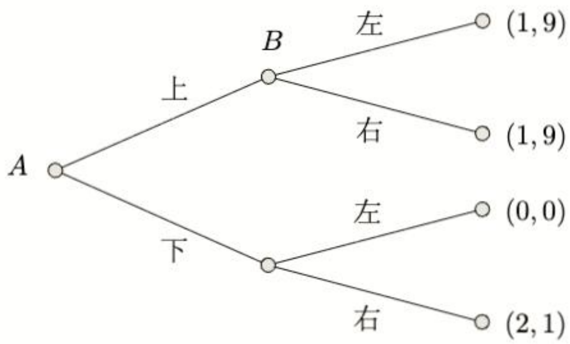


Figure 4.2: 博弈的扩展形式

二、序贯博弈的求解：逆向归纳法

分析这种博弈的方法，是**从博弈的终结开始由后往前推算**. 假设参与人 A 已经作出了选择，处在博弈树的一个分枝上. 如果参与人 A 的选择是“上”，那么不论参与人 B 选择什么，最后的收益都是 $(1, 9)$；如果参与人 A 选择“下”，那么参与人 B 的明智选择就是“右”，最后的收益为 $(2, 1)$.

因此，如果他选择“上”，那么就得到收益 1；如果他选择“下”，那么就得到收益 2. **则其明智选择是“下”，从而该博弈的均衡选择是 (下, 右)**. 最终参与人 A 得到的收益是 2，参与人 B 得到的收益是 1.

> **定理 4.3.1.**(*逆向归纳法*) 先从博弈的最后阶段的每一个决策点开始，确定相应参与人此时所选择的策略，并**把参与人所放弃的其他策略删除**，从而得到原博弈的一个简化博弈；进而，对简化博弈重复第一步骤的程序，直到最后，得到原博弈的一个**最简博弈**. 这个最简博弈，就是原博弈的解.

第五章　要素市场理论

第一节　要素市场

一、产品市场与要素市场

在**产品市场**上，厂商面临的需求曲线反映**商品价格与消费者需求量、厂商供给量**之间的关系；厂商通过该需求曲线确定**产品价格**，并通过**改变产品数量**来调整产品价格.

在**要素市场**上，厂商面临的供给曲线反映**商品价格与消费者供给量、厂商需求量**之间的关系；厂商通过该需求曲线确定**要素价格**，并通过**改变要素数量**来调整产品价格.

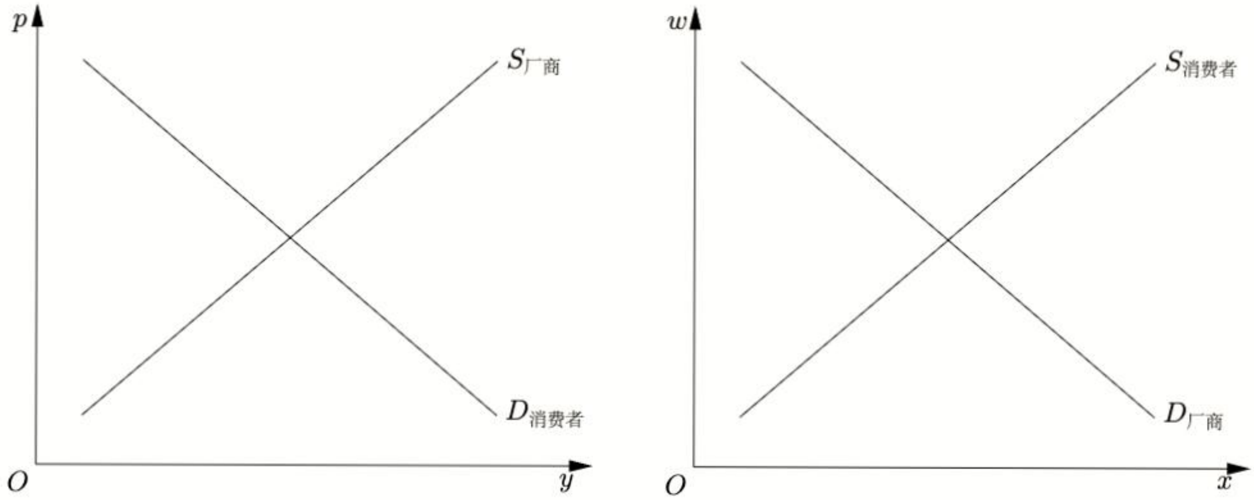


Figure 5.1: 产品市场与要素市场

二、基本概念

定义 5.1.1.(边际产品收益) 厂商增加 1 单位生产要素投入所带来的收益的增量

$$MRP_x = \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}y} \times \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = MR_y \times MP_x \tag{5.1.1}$$

笔记. 由于要素的边际产品 MP_x 是递减的，所以边际产品价值 VMP_x 曲线向右下方倾斜.

定义 5.1.2.(边际产品价值) 厂商增加 1 单位生产要素投入所带来的价值的增量

$$VMP_x = pMP_x \tag{5.1.2}$$

笔记.

1. 由于要素的边际产品 MP_x 是递减的，所以边际要素成本 MFC_x 曲线向右下方倾斜.
2. 边际产品收益 MRP_x 曲线与边际产品价值 VMP_x 曲线重合（完全竞争）或在其下方（不完全竞争）

$$MRP_x = MR_y \times MP_x = p\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) MP_x \leq pMP_x = VMP_x \tag{5.1.3}$$

定义 5.1.3.(边际要素成本) 厂商增加 1 单位生产要素投入所带来的成本的增量

$$MFC_x = \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}y} \times \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = MC_y \times MP_x \tag{5.1.4}$$

笔记. 边际要素成本 MFC_x 曲线与要素供给曲线 $w(x)$ 重合或在其上方

$$MFC_x \xlongequal{C(x)=w(x)x} \frac{\mathrm{d}[w(x)]}{\mathrm{d}x}x + w(x) = w(x)\left[1 + \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \times \frac{x}{w}\right] = w(x)\left(1 + \frac{1}{\eta}\right) \geq w(x) \tag{5.1.5}$$

第二节 要素需求理论

以下设生产要素投入量为 x，生产函数为 $y = f(x)$，产品价格为 p，要素价格为 w.

一、完全竞争市场

厂商在产品市场和要素市场上都是竞争的，利润最大化问题

$$\max_x \quad \pi(x) = pf(x) - wx \tag{5.2.1}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x} = pMP_x - w = 0 \tag{5.2.2}$$

$$\Rightarrow VMP_x = w \tag{5.2.3}$$

笔记. 由于边际产品 MP_x 递减，所以 VMP_x 曲线向右下方倾斜.

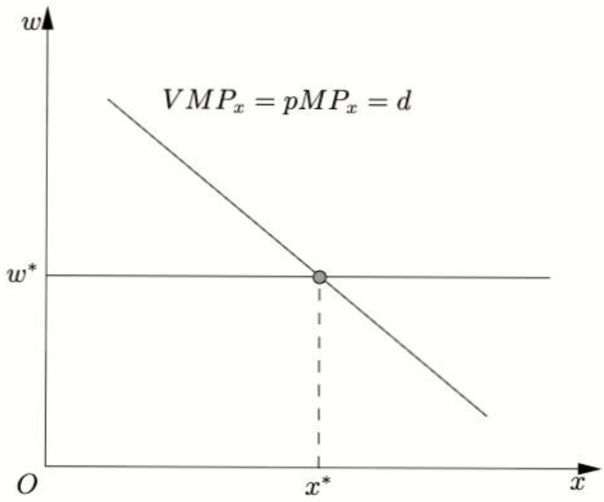


Figure 5.2: 完全竞争市场的要素需求曲线

二、卖方垄断市场

厂商在产品市场上（作为卖方）是垄断的，在要素市场上是竞争的，利润最大化问题

$$\max_x \quad \pi(x) = p[f(x)]f(x) - wx \tag{5.2.4}$$

一阶条件

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x} &= p(y)f'(x) + f(x)p'(y)f'(x) - w \\ &= [p(y) + p'(y)y]f'(x) - w = MR_y \times MP_x - w = 0\end{aligned} \tag{5.2.5}$$

$$\Rightarrow MRP_x - w = 0 \Rightarrow MRP_x = w \tag{5.2.6}$$

同时

$$MRP = p(y)\left[1 + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} \times \frac{y}{p}\right] MP_x = p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right] MP_x \leq p(y)MP_x = VMP_x \tag{5.2.7}$$

所以 MRP_x 曲线总是位于 VMP_x 曲线下方.

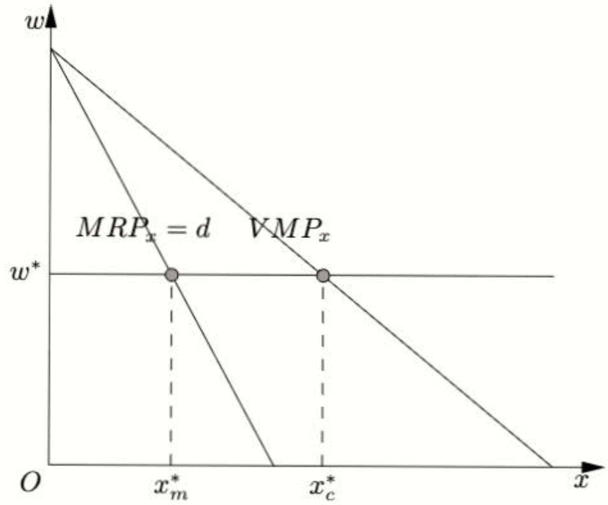


Figure 5.3: 卖方垄断市场的要素需求曲线

三、买方垄断市场

厂商在产品市场上是竞争的，在要素市场上（作为买方）是垄断的，利润最大化问题

$$\max_x \quad \pi(x) = pf(x) - w(x)x \tag{5.2.8}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x} = pMP_x - MFC_x = 0 \tag{5.2.9}$$

$$\Rightarrow VMP_x = MFC_x \tag{5.2.10}$$

进一步，若厂商面临线性要素供给曲线

$$w(x) = a + bx \tag{5.2.11}$$

$$C(x) = w(x)x = ax + bx^2 \tag{5.2.12}$$

$$MFC_x = a + 2bx \tag{5.2.13}$$

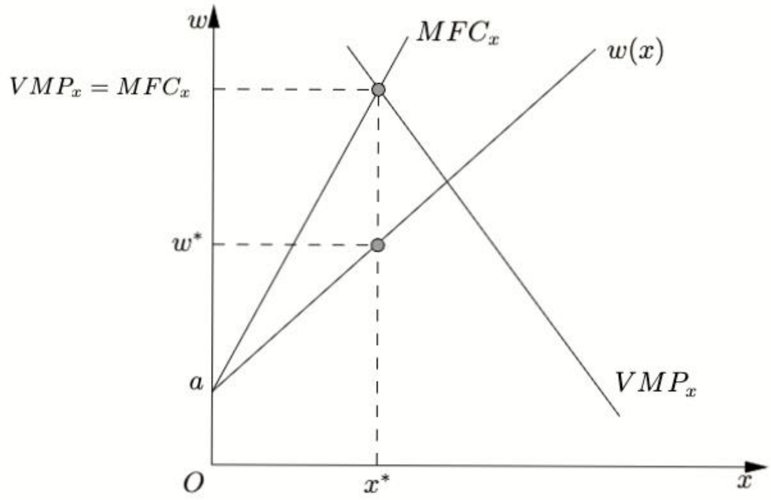


Figure 5.4: 买方垄断市场

例 5.2.1(2025-央财 801)

画图说明，为什么劳动市场处于买方垄断条件下，最低工资政策可能使得就业增加.

假设劳动市场是**竞争性市场**，并且政府规定的最低工资高于现行的均衡工资（$\overline{w} > w_c$）. 由于在均衡工资处供求相等，所以在较高的最低工资水平上，劳动供给会超过劳动需求（$L_{mw} < L_C$）.

假设劳动市场是**买方垄断市场**，厂商的利润最大化条件

$$\pi = pf(x) - \overline{w}x \tag{5.2.14}$$

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x} = pMP_x - \overline{w} = 0 \Rightarrow VMP_x = \overline{w} \tag{5.2.15}$$

从而，买方垄断市场在政府实行最低工资后出现了要素需求曲线，当 $\overline{w} \in (w_3, w_1)$ 时会增加就业量.

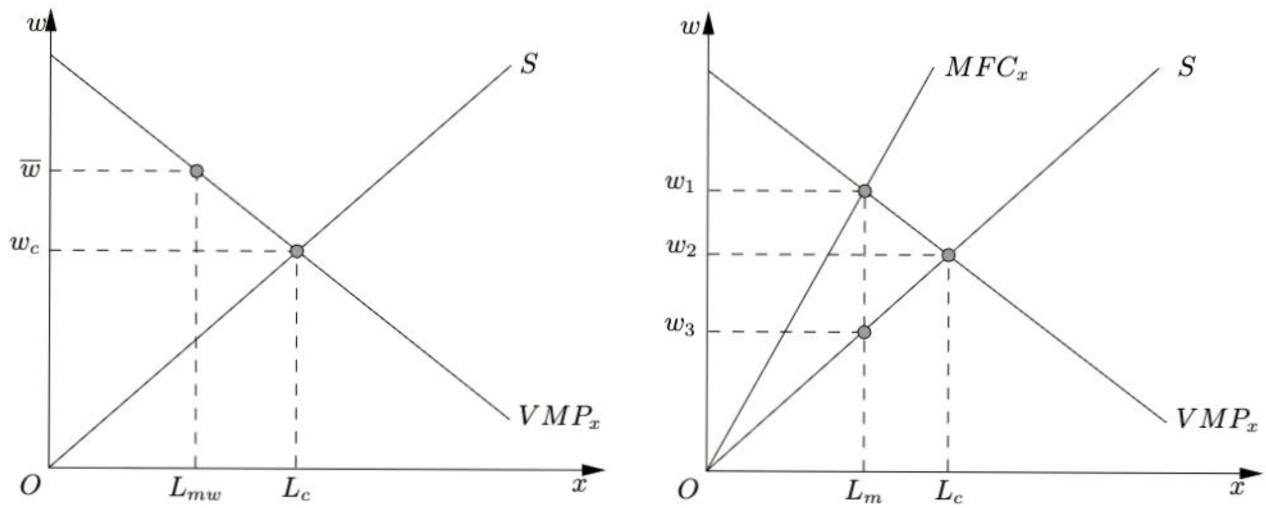


Figure 5.5: 最低工资

要素市场均衡的总结

1. 若在产品市场/要素市场上是**完全竞争**的，则厂商是产品价格 p/要素价格 w 的接受者；若在产品市场或要素市场上是**不完全竞争**的，则产品价格 $p=p(y)$ 和要素价格 $w=w(x)$.

2. 常用结论：在产品市场上和要素市场上**不完全竞争**时，分别有

$$MRP_x=\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}y}\times\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=MR_y\times MP_x \tag{5.2.16}$$

$$MFC_x=\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}y}\times\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=MC_y\times MP_x \tag{5.2.17}$$

3. 要素需求的使用原则

		产品市场	
		完全竞争（$MRP_x=VMP_x$）	不完全竞争（MRP_x）
要素市场	完全竞争（$MFC_x=w$）	$VMP=pMP_x=w$	$MRP_x=w$
	不完全竞争（MFC_x）	$VMP=pMP_x=MFC_x$	$MRP_x=MFC_x$

例 5.2.2(2005-上财 414)

假定只有一家香烟生产者收购大量农户所生产的烟叶，烟叶市场的供给曲线为 $w=x$，w 与 x 分别表示烟叶价格及烟叶供给量. 香烟生产者的边际产品收益为 $30-x$. 试求：

(1) 烟叶生产量与烟叶价格；

(2) 假定政府规定的烟叶最低收购价格为 $w=12$，且禁止低于烟叶收购价的交易行为，则种植农户与香烟生产者的剩余变化如何？

解答. (1) 生产者在产品市场和要素市场上均为垄断者.

令厂商的生产函数为 $y=f(x)$，香烟的价格为 $p[f(x)]$，则利润最大化问题

$$\max_x \quad \pi(x)=p[f(x)]f(x)-w(x)x$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}x}=MRP_x-MFC_x=0\Rightarrow MRP_x=MFC_x$$

其中边际产品收益和边际要素成本分别为

$$MRP_x=30-x$$
$$MFC_x=\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}[w(x)x]}{\mathrm{d}x}=2x$$

所以

$$MRP_x=MFC_x\Rightarrow 30-x=2x$$

解得：烟叶的产量为 $x=10$，价格为 $w(x)=x=10$.

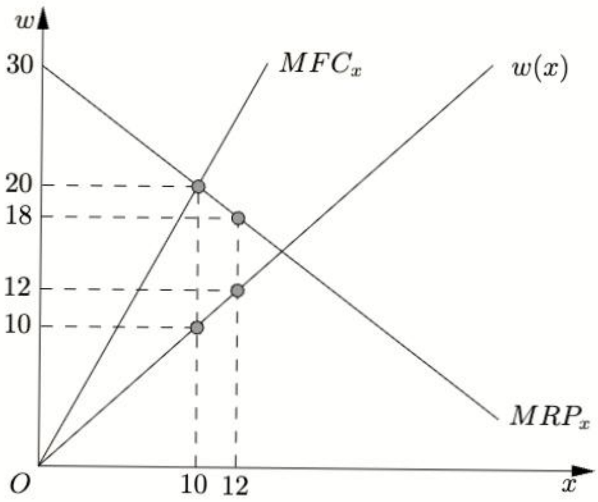
(2) 如图，当政府没有规定烟叶最低收购价格时

$$PS_{农户} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$
$$PS_{厂商} = \frac{1}{2} \times [(30-10)+(20-10)] \times 10 = 150$$

当政府规定烟草最低收购价格时

$$PS_{农户} = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$$
$$PS_{厂商} = \frac{1}{2} \times [(30-12)+(18-12)] \times 12 = 144$$

所以种植农户的剩余变化 $\Delta PS_{农户} = 72 - 50 = 22$，厂商的剩余变化 $\Delta PS_{厂商} = 144 - 150 = -6$. ■



例 5.2.3(2024-央财 801)

一家食品生产企业 A 处于完全竞争的产品市场中. 市场的供给曲线为 $Y^s = 10000 + 5000p$，市场的需求曲线为 $Y^d = 50000 - 3000p$. 企业 A 的生产函数为 $y = 60l - 0.5l^2$，其中 l 是劳动雇佣人数. 请计算：

(1) 食品的市场均衡价格和交易量；

(2) 如果企业 A 在要素市场中面对每个工人 50 元的市场均衡工资率，请计算企业 A 最优的劳动雇佣人数.

解答. **(1)** 市场均衡时，供给曲线与需求曲线相等

$$10000 + 5000p = 50000 - 3000p \Rightarrow p^* = 5, y^* = 35000$$

(2) 企业 A 的利润最大化问题

$$\max_{l} \quad \pi = 5(60l - 0.5l^2) - 50l$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}l} = 300 - 5l - 50 = 0 \Rightarrow l = 50$$

企业 A 最优的劳动雇佣人数为 50 人. ■

四、上游垄断和下游垄断

$$\boxed{A} \xrightarrow{\text{产品}} \boxed{x} \xrightarrow{\text{要素}} \boxed{B} \xrightarrow{\text{产品}} \boxed{y}$$

Figure 5.6: 上下游垄断

假定一家垄断厂商按不变的边际成本 c 生产产品 x，把这家垄断厂商称作**上游垄断厂商**. 它按价格 k 把 x 要素出售给另一家垄断厂商，即**下游垄断厂商**. 下游垄断厂商使用 x 要素，并按生产函数 $y = f(x) = x$ 生产产品 y. 这种产品然后在（线性）反需求函数为 $p(y) = a - by$ 的垄断市场上出售.

下游垄断厂商的利润最大化问题

$$\max_{y} \quad \pi_y = p(y)y - ky = (a - by)y - ky \tag{5.2.18}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_y}{\mathrm{d}y} = a - 2b - k = 0 \Rightarrow y = \frac{a-k}{2b} \tag{5.2.19}$$

由于对于每单位的 y 产品，下游垄断厂商需要投入 1 单位的 x 要素，所以要素需求函数

$$x = y = \frac{a-k}{2b} \tag{5.2.20}$$

上游垄断厂商的产品 x 的反需求函数

$$k = a - 2bx \tag{5.2.21}$$

与这一反需求函数相应的边际收益

$$MR_x = \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}[(a-2bx)x]}{\mathrm{d}x} = a - 4bx \tag{5.2.22}$$

上游垄断厂商的最大化问题

$$\max_{x} \quad \pi_x = k(x)x - cx = (a - 2bx)x - cx \tag{5.2.23}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi_x}{\mathrm{d}x} = a - 4bx - c = 0 \Rightarrow x = \frac{a-c}{4b} \tag{5.2.24}$$

由于生产函数是 $y = f(x) = x$，所以下游垄断厂商的最终产量

$$y = x = \frac{a-c}{4b} \tag{5.2.25}$$

若上下游厂商合并，其所面临的产品反需求函数为 $p(y) = a - by$，利润最大化问题

$$\max_{y} \quad \pi = p(y)y - cy = (a - by)y - cy \tag{5.2.26}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y} = a - 2by - c = 0 \Rightarrow y = \frac{a-c}{2b} \tag{5.2.27}$$

发现，一体化垄断厂商的产量是非一体化垄断厂商产量的两倍.

第六章　一般均衡理论

局部均衡分析研究的是单个市场，其方法是把所考虑的某个市场从相互联系的构成整个经济体系的市场全体中**"取出来"**单独加以研究. **该市场的需求和供给曲线共同决定了市场的均衡价格和均衡数量**.

一般均衡分析，即要**将所有相互联系的各个市场看成一个整体**来加以研究. 在一般均衡分析中，每一商品的需求和供给都不仅取决于该商品本身的价格，**而且取决于所有其他商品（如替代品和互补品）的价格**. 当整个经济的价格体系恰好使**所有商品都供求相等**时，市场就达到了一般均衡.

第一节　交换

一、帕累托有效率配置

（一）埃奇沃思方框图

埃奇沃思方框图可被用于分析两个人之间两种商品的交换，其**在一张图形上描述出两个人各自的商品禀赋及对商品的偏好**，因而可用于研究这种商品交换过程所产生的各种各样的结果.

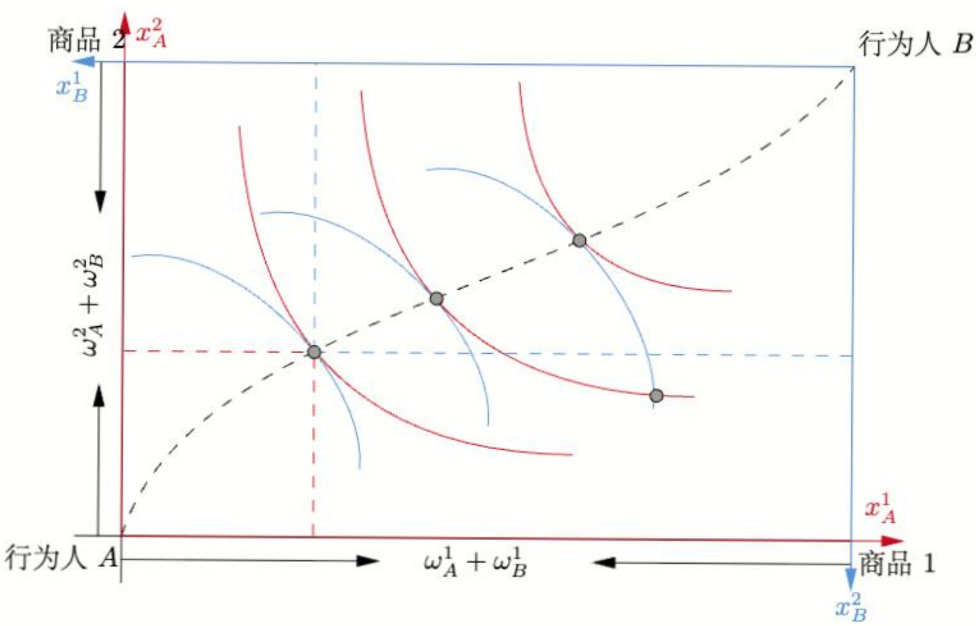


Figure 6.1: 埃奇沃思方框图

设参与交换的行为人为 A 和 B，所交换的商品为商品 1 和商品 2. 用 $X_A=(x_A^1,x_A^2)$ 来表示 A 的消费束. 式中，x_A^1 表示 A 所消费的商品 1，x_A^2 表示 A 所消费的商品 2. B 的消费束用 $X_B=(x_B^1,x_B^2)$ 表示.

X_A 和 X_B 这一对消费束称为一种**配置**. 如果**所消费的每种商品的总数与其总的禀赋量相同**

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1 \tag{6.1.1}$$

$$x_A^2 + x_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2 \tag{6.1.2}$$

这种配置就是**可行配置**. 其中，(ω_A^1, ω_A^2) 和 (ω_B^1, ω_B^2) 为**初始禀赋配置**，这是消费者**开始交换时的配置**，它包括了消费者**带至市场的各种商品和数量**；消费者在交易过程中互相交换部分商品，从而导致**最终配置**.

（二）帕累托有效率配置

> **定义 6.1.1.(帕累托改进)** 如果可以找到一种配置方法，在其他人的境况没有变坏的情况下，的确能使一些人的境况变得更好一些（"**不损人 + 利己**"），就得到**帕累托改进**.

> **定义 6.1.2.** 如果一种配置方法存在帕累托改进，就称为**帕累托低效率**的.

> **定义 6.1.3.** 如果一种配置方法不存在帕累托改进，就称为**帕累托有效率**的.

> **性质 6.1.1.** 双方的无差异曲线必须在方框内任何帕累托有效率配置点上**相切**.

如果这两条无差异曲线不在方框内的一个配置点上相切，则两条曲线必定相交。而如果两条曲线相交则必定有一个互利区域，所以这点就不可能是帕累托有效率配置点了. 代数证明如下：

证明. 用 $\overline{u}$ 表示 B 的效用水平，A 的效用最大化问题

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} \quad u_A(x_A^1, x_A^2) \tag{6.1.3}$$

$$s.t. \quad u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u} \tag{6.1.4}$$

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1 \tag{6.1.5}$$

$$x_A^2 + x_B^2 = \omega^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2 \tag{6.1.6}$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \overline{u}) - \mu_1(x_A^1 + x_B^1 - \omega^1) - \mu_2(x_A^2 + x_B^2 = \omega^2 - \omega_A^2) \tag{6.1.7}$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu_1 \tag{6.1.8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu_2 \tag{6.1.9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu_1 = 0 \tag{6.1.10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu_2 = 0 \tag{6.1.11}$$

从而

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \Rightarrow MRS_A = MRS_B \tag{6.1.12}$$

此外，若消费者 A, B 分别在各自的预算约束下实现效用最大化，那么

$$\frac{\partial u_A/\partial x_A^1}{\partial u_A/\partial x_A^2} = \frac{\partial u_B/\partial x_B^1}{\partial u_B/\partial x_B^2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{6.1.13}$$

事实上，此处的拉格朗日乘数 μ_1, μ_2 有时被称为**影子价格**或**效率价格**. ■

定义 6.1.4. 埃奇沃思方框图内所有帕累托有效率配置点的集合称为**帕累托集**，或**契约曲线**.

二、瓦尔拉斯均衡

（一）市场交易

交易者 A 对商品 1 的**总需求**就是按现行价格他需要的商品 1 的总量. A 对商品 1 的**净需求**则是这一需求总量与他所拥有的商品 1 的初始禀赋的差. 在一般均衡分析中，净需求有时也叫做**超额需求**. 用 e_A^1 来表示 A 对商品 1 的超额要求. 根据定义，设 A 的总需求为 x_A^1，其禀赋为 ω_A^1，则

$$e_A^1 = x_A^1 - \omega_A^1 \tag{6.1.14}$$

如下图，对于任意价格 (p_1, p_2)，**供给不一定等于需求**. 具体来说：就**净需求**而言，这意味着 A 想买（或卖）的数量不一定与 B 想卖（或买）的数量相等；就**总需求**而言，这意味着 A 要求得到某一商品的总数加上 B 要求得到该商品的总数之和，与所能提供的该商品的总数量是不一定相等的.

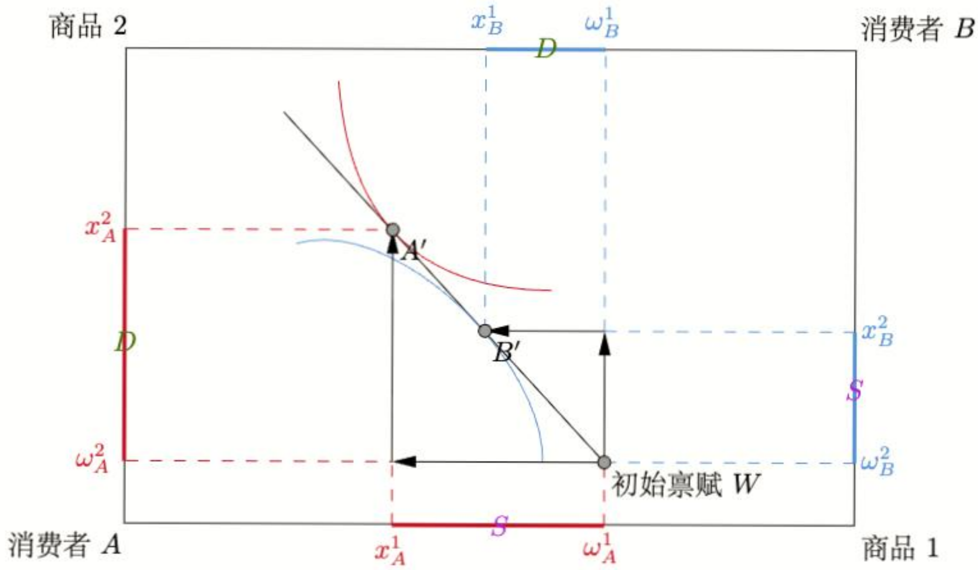


Figure 6.2: 总需求与净需求

在这种情况下，交易者不能实现他们想要达成的交易：**市场将不会出清**，处于一种**非均衡**状态. 在这种情形下，**拍卖商将会调整商品的价格**：如果对某种商品有超额需求，拍卖商会提高该商品的价格；如果对某种商品有超额供给，则拍卖商会降低该商品的价格. 这种调整过程会延续到**对商品的需求与供给相等**.

如下图，A 想购买的商品 1 的数量正好同 B 想出售的商品 1 的数量相等；商品 2 的情况也是如此. 换言之，按现价每人**想购买的每种商品的总量同该商品可提供的总量相等**，称这样的市场是处于**均衡状态**. 更精确地说，这是一种市场均衡，一种**竞争均衡**或一种**瓦尔拉斯均衡**. 总结来说：

定义 6.1.5.(瓦尔拉斯均衡) 即一组价格，按此价格每个消费者正在选择他的**最偏爱的买得起的消费束**，而所有消费者的**选择是相容的**，这是从每个市场的供求是相等的意义上说的.

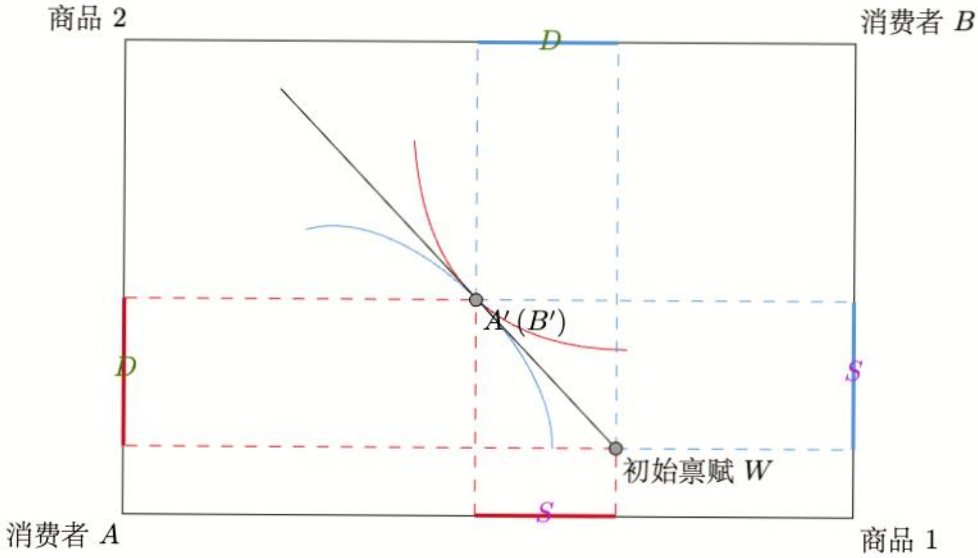


Figure 6.3: 埃奇沃思方框图内的均衡

（二）瓦尔拉斯均衡

设 $x_A^1(p_1,p_2), x_B^1(p_1,p_2)$ 为交易者 A, B 对商品 1 的需求函数，那么均衡价格 (p_1^*, p_2^*)

$$x_A^1(p_1^*,p_2^*) + x_B^1(p_1^*,p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1 \tag{6.1.15}$$

$$x_A^2(p_1^*,p_2^*) + x_B^2(p_1^*,p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2 \tag{6.1.16}$$

该式说明，总需求与总供给相等. 将上式重新排列得到

$$[x_A^1(p_1^*,p_2^*) - \omega_A^1] + [x_B^1(p_1^*,p_2^*) - \omega_B^1] \xlongequal{def} e_A^1(p_1^*,p_2^*) + e_B^1(p_1^*,p_2^*) = 0 \tag{6.1.17}$$

$$[x_A^2(p_1^*,p_2^*) - \omega_A^2] + [x_B^2(p_1^*,p_2^*) - \omega_B^2] \xlongequal{def} e_A^2(p_1^*,p_2^*) + e_B^2(p_1^*,p_2^*) = 0 \tag{6.1.18}$$

该式说明，每个交易者对每种商品的净需求之和为零. 定义**总超额需求**为

$$z_1(p_1,p_1) = e_A^1(p_1,p_2) + e_B^1(p_1,p_2) \tag{6.1.19}$$

$$z_2(p_1,p_1) = e_A^2(p_1,p_2) + e_B^2(p_1,p_2) \tag{6.1.20}$$

那么均衡价格 (p_1^*, p_2^*) 满足条件 $z_1(p_1^*,p_2^*) = 0, z_2(p_1^*,p_2^*) = 0$.

定义 6.1.6.(市场出清) 假设市场上有 n 种商品，则市场出清时

$$z_i(p_1,p_2,\cdots,p_n) = 0, \quad i = 1,2,\cdots,n \tag{6.1.21}$$

定理 6.1.1.(瓦尔拉斯法则) 总超额需求的值恒等于零

$$p_1 z_1(p_1,p_2) + p_2 z_2(p_1,p_2) \equiv 0 \tag{6.1.22}$$

证明. 对于交易者 A 和交易者 B

$$p_1x_A^1(p_1,p_2)+p_2x_A^2(p_1,p_2)\equiv p_1\omega_A^1+p_2\omega_A^2 \tag{6.1.23}$$

$$p_1x_B^1(p_1,p_2)+p_2x_B^2(p_1,p_2)\equiv p_1\omega_B^1+p_2\omega_B^2 \tag{6.1.24}$$

将两式相加，并利用超额需求的定义 $z_1(p_1,p_2),z_2(p_1,p_2)$，可得

$$p_1[e_A^1(p_1,p_2)+e_B^1(p_1,p_2)]+p_2[e_A^2(p_1,p_2)+e_B^2(p_1,p_2)]\equiv 0 \tag{6.1.25}$$

$$p_1z_1(p_1,p_2)+p_2z_2(p_1,p_2)\equiv 0 \tag{6.1.26}$$

由于每个交易者的超额需求值为零，所以所有交易者的超额需求总和的值也为零. ■

性质 6.1.2. 如果在一个市场内供求相等，则在另一市场内供求也必然相等

$$p_1^*z_1(p_1^*,p_2^*)+p_2^*z_2(p_1^*,p_2^*)\xlongequal{z_1(p_1^*,p_2^*)\text{或}z_2(p_1^*,p_2^*}0 \tag{6.1.27}$$

笔记. 一般说来，如果有 k 种商品的市场，只需找到一组使 $(k-1)$ 种商品的市场处于均衡的价格. 瓦尔拉斯法则意味着在商品 k 的市场中需求与供给将自动地相等.

例 6.1.1(2016-央财 803 节选)

考虑一个简单的经济体. 只有两个人 $i=1,2$；他们有相同的效用函数 $u_i(x_1,x_2)=(x_1x_2)^{\frac{1}{2}}$.

(1) 假定第一个人的初始禀赋是 $(\overline{x}_1=1,\overline{x}_2=0)$，第二个人的初始禀赋是 $(\overline{x}_1=0,\overline{x}_2=2)$. 相对价格 $\dfrac{p_1}{p_2}$ 满足什么条件时，市场可以出清？写出此时的市场分配情况.

(2) 合同曲线是什么样子？

解答. **(1)** 效用最大化问题

$$\max \quad \sqrt{x_1x_2}$$

$$s.t. \quad p_1x_1+p_2x_2=m$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L=\sqrt{x_1x_2}-\lambda(p_1x_1+p_2x_2-m)$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}-\lambda p_1=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}-\lambda p_2=0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=m-(p_1x_1+p_2x_2)=0$$

解得：$x_1=\dfrac{m}{2p_1},x_2=\dfrac{m}{2p_2}$. $m_1=p_1,m_2=2p_2$，所以 $x_1^1=\dfrac{1}{2},x_2^1=\dfrac{p_1}{2p_2},x_1^2=\dfrac{p_2}{p_1},x_2^1=1$.

市场出清 $\Leftrightarrow \begin{cases} z_1=(x_1^1-\overline{x}_1^1)+(x_1^2-\overline{x}_1^2)=0 \\ z_2=(x_2^1-\overline{x}_2^1)+(x_2^2-\overline{x}_2^2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}+\dfrac{p_2}{p_1}=1+0 \\ \dfrac{p_1}{2p_2}+1=0+2 \end{cases}$，解得：$\dfrac{p_1}{p_2}=2$.

此时的市场分配情况：$(x_1^1,x_2^1)=\left(\dfrac{1}{2},1\right),(x_1^2,x_2^2)=\left(\dfrac{1}{2},1\right)$.

(2) 交换的帕累托有效率配置上

$$MRS_1=\frac{\frac{1}{2}(x_1^1)^{-\frac{1}{2}}(x_2^1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}(x_1^1)^{\frac{1}{2}}(x_2^1)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$MRS_2=\frac{\frac{1}{2}(x_1^2)^{-\frac{1}{2}}(x_2^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}(x_1^2)^{\frac{1}{2}}(x_2^2)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$MRS_1=MRS_2\Rightarrow\frac{\frac{1}{2}(x_1^1)^{-\frac{1}{2}}(x_2^1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}(x_1^1)^{\frac{1}{2}}(x_2^1)^{-\frac{1}{2}}}=\frac{\frac{1}{2}(x_1^2)^{-\frac{1}{2}}(x_2^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}(x_1^2)^{\frac{1}{2}}(x_2^2)^{-\frac{1}{2}}}\Rightarrow\frac{x_2^1}{x_1^1}=\frac{x_2^2}{x_1^2}$$

由于 $x_1^1+x_1^2=1,x_2^1+x_2^2=2$，所以 $\frac{x_2^1}{x_1^1}=\frac{2-x_2^1}{1-x_1^1}\Rightarrow$ 合同曲线 $x_2^1=2x_1^1$ 是一条斜率为 2 的直线. ■

例 6.1.2(2022-央财 803)

纯交换市场上有法国和韩国两个国家交换葡萄酒（wine）和纺织品（textile）两种产品. 初始禀赋为韩国 20 单位的酒，120 单位的纺织品，法国 80 单位的酒，20 单位的纺织品. 韩国的效用函数 $u_K(w,t)=w^{\frac{1}{3}}t^{\frac{2}{3}}$，法国的效用函数 $u_K(w,t)=w^{\frac{3}{4}}t^{\frac{1}{4}}$.

(1) 是否有贸易进行？为什么？

(2) 求出预算线方程，并求两国对于葡萄酒的贸易需求.

(3) 如果酒市场出清，求相对价格 $\frac{p_w}{p_t}$；如果纺织品市场出清，求相对价格 $\frac{p_w}{p_t}$.

解答. (1) 韩国和法国的边际替代率分别为

$$MRS_K=\frac{\partial u_K/\partial w}{\partial u_K/\partial t}=\frac{\frac{1}{3}w^{-\frac{2}{3}}t^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}w^{\frac{1}{3}}t^{-\frac{2}{3}}}=\frac{t}{2w}$$

$$MRS_G=\frac{\partial u_G/\partial w}{\partial u_G/\partial t}=\frac{\frac{3}{4}w^{-\frac{1}{4}}t^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}w^{\frac{3}{4}}t^{-\frac{3}{4}}}=\frac{3t}{w}$$

代入两个国家的初始禀赋，$MRS_K=\frac{120}{40}=3\neq MRS_G=\frac{60}{80}=0.75$，因而有贸易进行.

(2) 设葡萄酒和纺织品的价格分别为 p_w,p_t，则两个国家的预算线方程

$$p_w w_K+p_t t_K=20p_w+120p_t$$

$$p_w w_G+p_t t_G=80p_w+20p_t$$

韩国的效用最大化问题

$$\max_{w,t}\quad w^{\frac{1}{3}}t^{\frac{2}{3}}$$

$$s.t.\quad p_w w_K+p_t t_K=20p_w+120p_t$$

解得：$w_K=\frac{\frac{1}{3}(20p_w+120p_t)}{p_w}=\frac{20}{3}+\frac{40p_t}{p_w},t_K=\frac{\frac{2}{3}(20p_w+120p_t)}{p_t}=\frac{40p_w}{3p_t}+80.$

法国的效用最大化问题

$$\max_{w,t} \quad w^{\frac{3}{4}}t^{\frac{1}{4}}$$

$$s.t. \quad p_w w_G + p_t t_G = 80p_w + 20p_t$$

解得：$w_G = \dfrac{\frac{3}{4}(80p_w + 20p_t)}{p_w} = 60 + \dfrac{15p_t}{p_w}, t_G = \dfrac{\frac{1}{4}(80p_w + 20p_t)}{p_t} = \dfrac{20p_w}{p_t} + 5.$

(3) 葡萄酒市场出清时

$$w_K + w_G = \frac{20}{3} + \frac{40p_t}{p_w} + 60 + \frac{15p_t}{p_w} = 20 + 80 \Rightarrow \frac{p_w}{p_t} = 1.65$$

纺织品市场出清时

$$t_K + t_G = \frac{40p_w}{3p_t} + 80 + \frac{20p_w}{p_t} + 5 = 120 + 20 \Rightarrow \frac{p_w}{p_t} = 1.65 \quad \blacksquare$$

三、交换与福利经济学定理

（一）交换与福利经济学第一定理

假设有一个不是帕累托有效率的市场均衡，存在其他可行的配置 $(y_A^1, y_A^2, y_B^1, y_B^2)$

$$y_A^1 + y_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1 \tag{6.1.28}$$

$$y_A^2 + y_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2 \tag{6.1.29}$$

且

$$(y_A^1, y_A^2) \succ_A (x_A^1, x_A^2) \tag{6.1.30}$$

$$(y_B^1, y_B^2) \succ_B (x_B^1, x_B^2) \tag{6.1.31}$$

假定市场均衡，交易者均按其财力购买最佳的消费束. 根据显示偏好弱公理

$$p_1 y_A^1 + p_2 y_A^2 > p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2 \tag{6.1.32}$$

$$p_1 y_B^1 + p_2 y_B^2 > p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2 \tag{6.1.33}$$

将两式相加得到

$$p_1(y_A^1 + y_B^1) + p_2(y_A^2 + y_B^2) > P_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2) \tag{6.1.34}$$

由于 $y_A^1 + y_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1, y_A^2 + y_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2$，代入上式可得

$$P_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2) > P_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2) \tag{6.1.35}$$

此式显然是矛盾的，因为此式的左边同右边完全相同.

> **定理 6.1.2.(福利经济学第一定理)** 所有瓦尔拉斯均衡都是帕累托有效率的.

笔记. 福利经济学第一定理成立的条件：

1. 交易者只关心其本人的商品消费而不顾及他人的消费（不考虑消费的外部效应）；
2. 每个交易者确实在进行竞争（否则交易者会力图利用市场力量来改善自己的境况）；
3. 竞争均衡确实存在.

（二）交换与福利经济学第二定理

> **定理 6.1.3.(福利经济学第二定理)** 当偏好呈**凸性**时，帕累托有效率配置在某组价格上是一种均衡.

福利经济学第二定理认为在一定条件（即偏好呈凸性）下，每一帕累托有效率配置均能达到竞争均衡，其意义在于：**分配与效率问题可分开来考虑**. 任何帕累托有效率配置都能得到**市场机制**的支持. 市场机制在分配上是中性的，不管商品或财富公平分配的标准如何，**都可利用竞争市场来实现这种标准**.

价格在这种市场体制中起着两种作用：一是**配置作用**，即表明商品的相对稀缺性；二是**分配作用**，即确定不同的交易者能够购买的各种商品的数量（**调节禀赋**）. 福利经济学第二定理认为这两种作用可以区别开来，即**可重新分配商品禀赋来确定各人拥有多少财富，然后再利用价格来表明商品的相对稀缺性**.

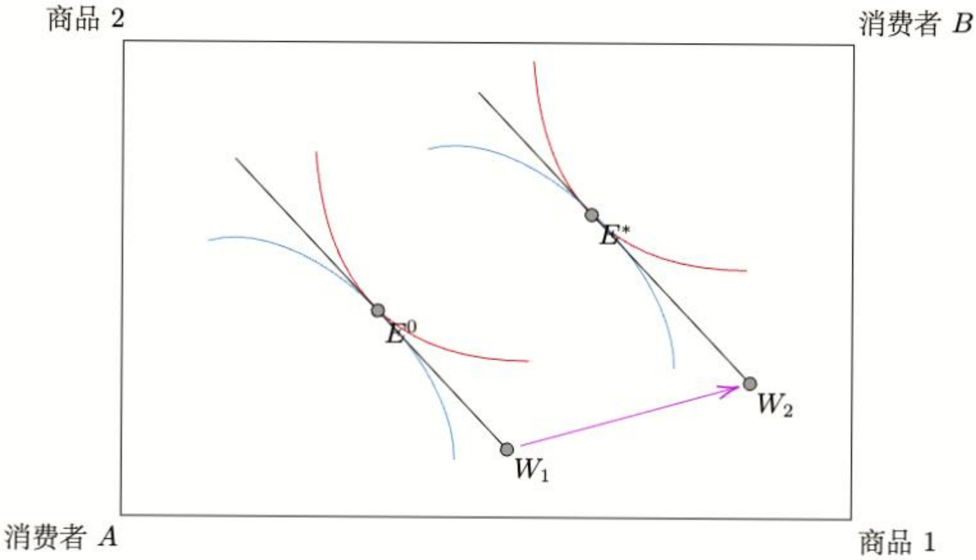


Figure 6.4: 福利经济学第二定理

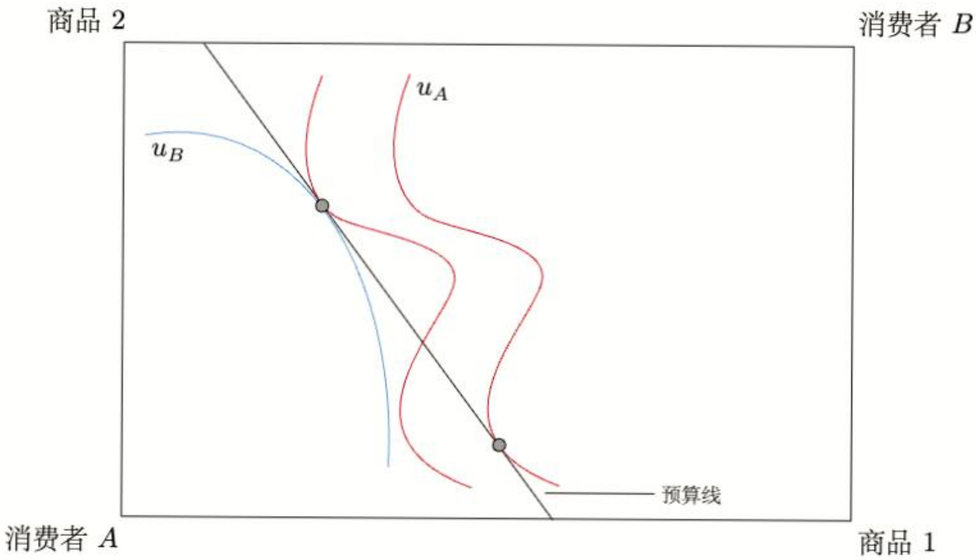


Figure 6.5: 不是均衡的帕累托有效率配置

第二节 生产

一、生产与福利经济学定理

（一）生产与福利经济学第一定理

性质 6.2.1. 若所有的企业均是竞争性的追求利润最大化的企业，则竞争均衡就是帕累托有效率的.

笔记.

1. 它与分配无关：利润最大化只保证效率，不保证公平；
2. 这一结论只有当竞争均衡实际存在时才有意义；
3. 任何一家厂商的选择并不影响其他厂商的生产可能性边界（不考虑生产的外部效应）.

（二）生产与福利经济学第二定理

性质 6.2.2. 当偏好和生产集均呈凸性时，帕累托有效率配置在某组价格上是一种均衡.

笔记. 只有在规模收益不变或递减时，福利经济学第二定理才成立.

二、生产可能性集合

（一）生产可能性集合

定义 6.2.1.(生产可能性集合) 在技术和投入数量给定的条件下可能实现的产出集合.

定义 6.2.2.(生产可能性边界) 生产可能性集合的界限.

定义 6.2.3.(边际转换率) 牺牲一些某种商品时可以得到的另一种商品的数量.

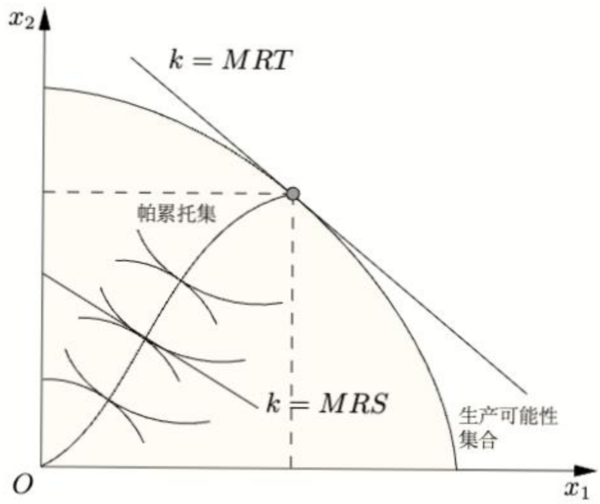


Figure 6.6: 生产和埃奇沃思方框图

（二）生产和交换的帕累托有效率配置

首先，就**消费决策**而言，消费者 A, B 的无差异曲线的公切点的轨迹线是帕累托有效率的，此时 $MRS_A = MRS_B$，这意味着消费者 A, B 对两种产品的交换比率相等，**不存在使二者的境况都得到改善的交易**.

其次，边际转换率 MRT 表示**一种产品可以"转换"为另一种产品的比率**. 若某一消费者的两种产品之间的边际替代率 MRS **不等于**边际转换率 MRT，则消费者愿意用产品 1 交换产品 2 的比率**不等于**产品 1 能被转换成产品 2 的比率，**存在一种重新安排生产方式使消费者境况变好的方式**.

笔记. 例如：$MRS = 1, MRT = 2$，则消费者愿意用 1 单位产品换取 1 单位产品 2；放弃 1 单位产品 1 的生产带来 2 单位产品 2 的生产. 消费者愿意放弃 1 单位产品 1 来换取 2 单位产品 2，使自己的境况改善.

所以，生产和交换的帕累托有效率配置满足

$$MRS_A = MRS_B = MRT \tag{6.2.1}$$

其中，MRS_A, MRS_B 分别为消费者 A, B 的边际替代率；MRT 为边际转换率. 代数证明如下：

证明. 用 (X^1, X^2) 表示总消费束，总量函数 $T(X^1, X^2)$. 考虑可行的生产的微小变动 $(\mathrm{d}X^1, \mathrm{d}X^2)$

$$\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1}\mathrm{d}X^1 + \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2}\mathrm{d}X^2 = 0 \tag{6.2.2}$$

求解边际转换率

$$MRT = \frac{\mathrm{d}X^2}{\mathrm{d}X^1} = -\frac{\partial T(X^1, X^2)/\partial X^1}{\partial T(X^1, X^2)/\partial X^2} \tag{6.2.3}$$

A 的效用最大化问题

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} \quad u_A(x_A^1, x_A^2) \tag{6.2.4}$$

$$s.t. \quad u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u} \tag{6.2.5}$$

$$T(X^1, X^2) = 0 \tag{6.2.6}$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \overline{u}) - \mu(T(X^1, X^2) - 0) \tag{6.2.7}$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^1} \tag{6.2.8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^2} \tag{6.2.9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda\frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^1} = 0 \tag{6.2.10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda\frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu\frac{\partial T}{\partial X^2} = 0 \tag{6.2.11}$$

从而

$$\frac{\partial u_A/\partial x_A^1}{\partial u_A/\partial x_A^2} = \frac{\partial u_B/\partial x_B^1}{\partial u_B/\partial x_B^2} = \frac{\partial T/\partial X^1}{\partial T/\partial X^2} \Rightarrow MRS_A = MRS_B = MRT \tag{6.2.12}$$

每人愿意用一种商品替代另一种商品的比率，等于技术上可行的将一种商品转换为另一种商品的比率. ■

例 6.2.1(2024-南开 876)

已知社会效用函数 $u = xy$，社会的生产可能性边界为 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.

(1) 求生产端的边际转换率;

(2) 求需求端的边际替代率;

(3) 求均衡时消费品的数量、价格和社会总效用.

解答. (1) 在社会的生产可能性边界为 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 两端对 x 求导

$$\frac{\mathrm{d}\left(x^2 + \frac{y^2}{4}\right)}{\mathrm{d}x} = 0 \Rightarrow 2x + y' \times \frac{1}{2}y = 0$$

解得：$MRT = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{4x}{y}$.

(2) 边际替代率

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{y}{x}$$

(3) 社会的效用最大化问题

$$\max \quad xy$$

$$s.t. \quad x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L = xy - \lambda\left(x^2 + \frac{y^2}{4} - 1\right)$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x} = y - 2\lambda x = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = x - \frac{1}{2}\lambda y = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - x^2 - \frac{y^2}{4} = 0$$

解得：均衡时消费品的数量 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \sqrt{2}$，社会总效用 $u = xy = 1$.

根据均衡条件

$$MRS = MRT = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{p_x}{p_y} = \frac{4x}{y} = 2 \quad \blacksquare$$

第三节 福利

一、偏好的加总

（一）投票的方法

用 x, y, z 表示三个特定的配置，考察行为人 A, B, C 对其的偏好，并把它们"加总"为社会偏好.

方案 1：行为人先分别决定个人偏好次序，然后根据传递性进行加总，从而确定社会偏好次序.

然而，排序的结果可能不会产生一个具有传递性的社会偏好次序（如下表）.

Table 6.1: 导致非传递性投票的偏好

行为人 A	行为人 B	行为人 C
x	y	z
y	z	x
z	x	y

方案 2：行为人先决定其中两个配置的偏好次序，再将胜者与剩下的配置进行比较.

然而，投票顺序影响社会偏好. 具体来说，在上表中：如果按照 $x, y \to z$ 的次序进行排序，则得到的结果是 $z \succ x \succ y$；如果按照 $y, z \to x$ 的次序进行排序，则得到的结果是 $x \succ y \succ z$.

方案 3：行为人对三种配置进行效用指派，更偏好指派更高的数字，如分别指派 $1, 2, 3$.

然而，如下表，若先只考虑 x, y 两种配置，则二者不分胜负；若再引入 z，则对 y 的偏好胜于 x.

Table 6.2: x 和 y 之间的选择取决于 z

行为人 A	行为人 B
x	y
y	z
z	x

（二）阿罗的不可能定理

定理 6.3.1.(阿罗的不可能性定理) 如果一个社会决策机制满足：

(1) 当任何一组完全的、反身的和传递的个人偏好集给定时，社会决策机制将产生具有相同性质的社会偏好；(2) 如果每个人偏好选择 x 超过选择 y，那么社会偏好就应当把 x 排在 y 的前面；(3) x 和 y 之间的偏好唯一地取决于人们如何排列 x 和 y 的顺序，而不是人们如何排列其他选择的顺序.

那么它必然是一个**独裁统治**：所有的社会偏好顺序就是一个人的偏好顺序.

笔记. 阿罗的不可能性定理表明社会决策机制的这三个非常有道理且合意的性质是和民主不相容的：不存在进行社会决策的"完美"方式；不存在完美的方式把个人的偏好"加总"成为社会的偏好.

二、社会福利函数

(一) 社会福利函数

一个社会福利函数就是各消费者个人效用函数的函数

$$W(u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)) \tag{6.3.1}$$

其提供了一种方法来排列只建立在个人偏好基础上的不同配置的顺序，是每个人的效用的增函数.

- **古典效用函数**或**边沁福利函数**：个人效用函数的总和

$$W(u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)) = \sum_{i=1}^{n} u_i \tag{6.3.2}$$

其一般形式是**加权的效用和福利函数**

$$W(u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i \tag{6.3.3}$$

其中，权数 $a_i > 0$ 被假定为每一经济行为人的效用在整个社会福利中的重要性的数字.

- **最大最小**或**罗尔福**社会福利函数

$$W(u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)) = \min\{u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)\} \tag{6.3.4}$$

(二) 福利最大化

设在消费者中间分配的商品 $1, 2, \cdots, k$ 的总数为 $X^1, X^2, \cdots, X^k$，福利最大化问题

$$\max \quad W(u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)) \tag{6.3.5}$$

$$s.t. \quad \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} x_i^1 = X^1 \\ &\vdots \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i^n = X^n \end{aligned} \tag{6.3.6}$$

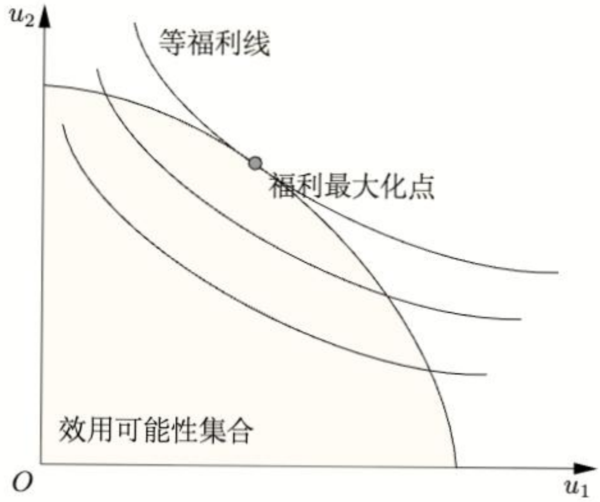


Figure 6.7: 福利最大化

第七章 市场失效理论

第一节 外部效应

一、外部效应

定义 7.1.1.(外部效应) 某一经济主体的经济行为对社会上其他人的福利造成了影响，但并没有为此承担后果. 外部效应视影响不同分为正/负外部效应，视主体不同分为消费/生产外部效应.

(一) 消费的外部效应：抽烟者和不抽烟者

如果一个消费者直接关注另一个经济行为人的生产或消费，就说这种经济情形包含了**消费外部效益**.

设想同房间的两个人 A 和 B，他们对“货币”和“抽烟”有偏好. 假定这两个消费者都喜欢货币，但 A 喜欢抽烟，而 B 却喜欢洁净的空气. 如图，在埃奇沃思方框图中画出这两个消费者的消费可能性：

其中，横轴表示货币量（m），且 $m_A + m_B = 1$；纵轴对行为人 A 来说是含烟量（s_A），对行为人 B 来说是不含烟量[1]（s_B），且 $s_A + s_B = 1$. 对关于含烟量的法定权利进行讨论，从而确定初始的禀赋点.

以下均假设初始时行为人 A, B 所拥有的货币禀赋各占总量的一半，即 $m_A = m_B = \dfrac{1}{2}m$.

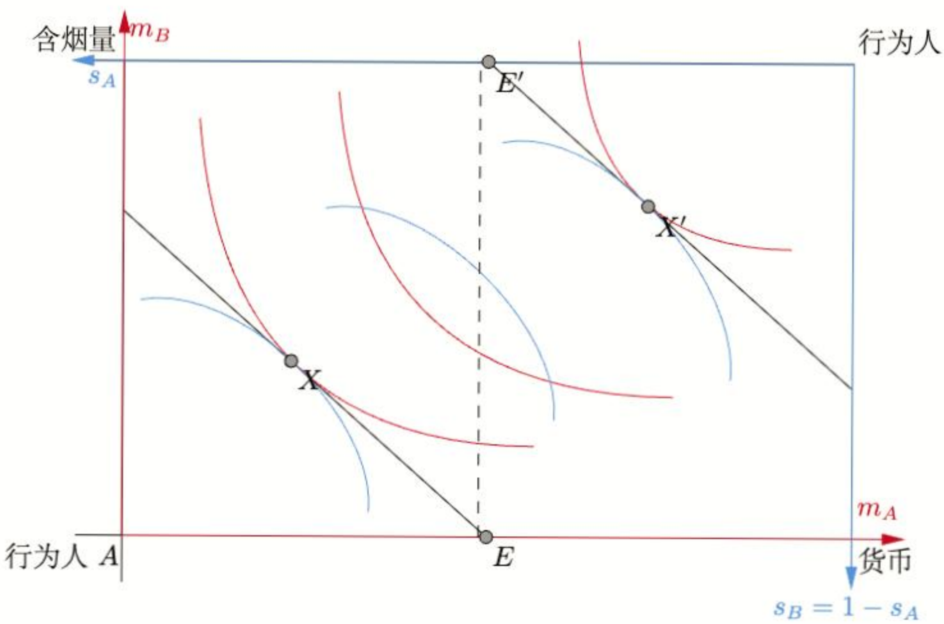


Figure 7.1: 对货币和香烟的偏好

[1]这样一来，行为人 A, B 的偏好均呈凸性，可以使用福利经济学第二定理.

产权界定不清的情况可能导致无效率生产的外部效应，这意味着可以有许多办法通过改变生产的外部效应而使所涉及的双方的境况都得到改善. 如果**产权界定明确**，各种机制能**允许人们进行适当的谈判**的话，那么人们就能以他们交换生产和消费一般商品的权利的方式，交换他们产生外部效应的权利.

若**行为人 B 拥有禁止抽烟的法定权利**，则在初始禀赋点 E 上，二者的禀赋分别为 $\left(\frac{m}{2},0\right),\left(\frac{m}{2},1\right)$. 此时，行为人 B 可以**允许抽一部分烟去交换更多的货币**，从而达到帕累托有效率配置的点 X.

若**行为人 A 拥有可以抽烟的法定权利**，则在初始禀赋点 E' 上，二者的禀赋分别为 $\left(\frac{m}{2},1\right),\left(\frac{m}{2},0\right)$. 此时，行为人 A 可以**减少抽一部分烟去交换更多的货币**，从而达到帕累托有效率配置的点 X'.

定理 7.1.1.(科斯定理) 只要**财产权是明确的**，并且其交易成本为零或者很小，则无论在开始时将财产权赋予谁，市场均衡的最终结果都是有效率的.

特别地，如果**每个消费者的偏好都是拟线性的**，从而它们相互都只作水平移动的话，那么帕累托有效率配置集就将是一条水平直线. 因此，在每个帕累托有效率配置中都将只有唯一的一个外部效应量.

证明. 假设行为人 A,B 的效用函数均为 $u(m,s)=am+v(s)$，则根据交换的帕累托条件

$$MRS_A=MRS_B\Rightarrow\frac{m}{v'(s_A)}=\frac{m}{v'(s_B)}\Rightarrow s_A=s_B \quad \blacksquare$$

（二）生产的外部效应：钢厂和渔场

生产外部效应发生在一个厂商的生产可能性受到另一个厂商或消费者的选择影响的时候.

考虑在同一条河的上下游的钢厂和渔场的例子. 若钢厂 S 生产某一数量的钢 s，同时产生一定数量的污染物 x，倒入河中；渔场 F 位于河的下游，受到钢厂 S 排出的污染物的不利影响.

假设钢厂 S 的成本函数为 $c_s(s,x)$，其中 s 为生产的钢的数量，x 为产生的污染物的数量；渔场 F 的成本函数为 $c_f(f,x)$，其中 s 为鱼的产量. **污染的增加降低了钢铁的生产成本[2]，提高了鱼的生产成本**.

钢厂的利润最大化问题

$$\max_{s,x}\quad \pi=p_s s-c_s(s,x) \tag{7.1.1}$$

一阶条件

$$\frac{\partial\pi}{\partial s}=p_s-\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s}=0\Rightarrow p_s=\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} \tag{7.1.2}$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x}=-\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x}=0\Rightarrow\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x}=0 \tag{7.1.3}$$

渔场的利润最大化问题

$$\max_{s}\quad \pi=p_f f-c_f(f,x) \tag{7.1.4}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}f}=p_f-\frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f}=0\Rightarrow p_f=\frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} \tag{7.1.5}$$

渔场关注污染的排放量，却无法对其加以控制；钢厂只关注生产钢的成本，并不考虑它加在渔场上的排污成本. 随着污染增加而增加的渔场的成本，是生产钢的一部分**社会成本**，钢厂对这种成本是忽略不计的. 从社会的角度看，钢厂产生的污染总是太多，因为钢厂忽略了这种污染对于渔场的影响.

[2]污染的增加意味着，在产量相同的情况下，钢厂对排污技术的要求较低，因而生产成本降低.

二、外部效应的解决

（一）企业合并

假设渔场和钢厂合并成一个既产鱼又产钢铁的企业，合并企业的利润最大化问题

$$\max_{s,f,x} \quad \pi = p_s s + p_f f - c_s(s,x) - c_f(f,x) \tag{7.1.6}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial s} = p_s - \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} = 0 \Rightarrow p_s = \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} \tag{7.1.7}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial f} = p_f - \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} = 0 \Rightarrow p_f = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} \tag{7.1.8}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = -\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} - \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow -\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x} \tag{7.1.9}$$

当钢厂独立行动的时候，污染物数量是由条件

$$MC_x^s(s,x) = 0$$

决定的；在合并企业中，污染物数量是由条件

$$-MC_x^s(s,x) = MC_x^f(f,x)$$

决定的，其中 $-MC_x^s$ 测度钢厂排放更多污染的边际成本；MC_x^F 测度更多污染带给渔场的边际成本.

钢厂排放的污染达到水平 x^*，在这个水平上，**新增污染的边际成本等于零**. 但帕累托有效率的污染排放达到水平 $\hat{x}$，在这个水平上，**价格等于包括渔场负担的污染的成本在内的社会边际成本**.

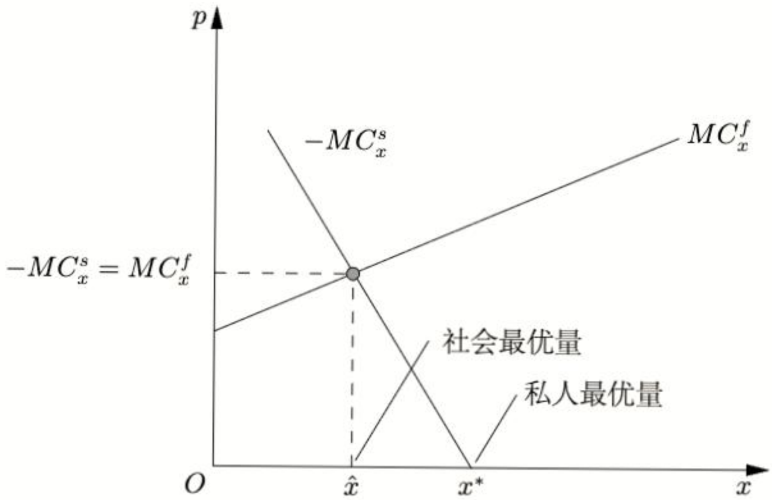


Figure 7.2: 社会成本和私人成本

（二）税收和津贴

庇古认为，厂商的私人成本与社会成本不一致才导致了外部性. 因此，解决外部性的方法就是利用税收或津贴对私人成本进行调节，使其最终与社会成本达成一致，这种税收称为**庇古税**.

假设对钢厂排放的每单位污染征收 t 美元税金，钢厂的利润最大化问题

$$\max_{s,x} \quad \pi = p_s s - c_s(s,x) - tx \tag{7.1.10}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial s} = p_s - \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} = 0 \Rightarrow p_s = \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} \tag{7.1.11}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = -\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} - t = 0 \Rightarrow \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} = t \tag{7.1.12}$$

令 $t = \frac{\partial c_f(\hat{f},\hat{x})}{\partial x}$ 将使这些条件等同于表示帕累托有效率污染水平的那些条件.

庇古税的问题在于，**我们需要知道污染的最优数量，才能决定征多少税**. 但是如果我们能知道污染的最优水平，可以直接责令钢铁厂生产那么多污染，而不需要多此一举地去征税.

（三）规定财产权

渔场有清水权：若渔场拥有清水的权利，那么钢厂排污就需要向渔场支付排污费.

设每单位价格为 q，钢厂的利润最大化问题

$$\max_{s,x} \quad \pi = p_s s - qx - c_s(s,x) \tag{7.1.13}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial s} = p_s - \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} = 0 \Rightarrow p_s = \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} \tag{7.1.14}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = -q - \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow q = -\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} \tag{7.1.15}$$

渔场的利润最大化问题

$$\max_{f,x} \quad \pi = p_f f + qx - c_f(f,x) \tag{7.1.16}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial f} = p_f - \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} = 0 \Rightarrow p_f = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} \tag{7.1.17}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = q - \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow q = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x} \tag{7.1.18}$$

钢厂有排污权：若钢厂拥有排污的权利（上限为 $\overline{x}$），那么渔场需要向钢厂支付报酬以减少排污.

设每单位价格为 q，钢厂的利润最大化问题

$$\max_{s,x} \quad \pi = p_s s + q(\overline{x} - x) - c_s(s,x) \tag{7.1.19}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial s} = p_s - \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} = 0 \Rightarrow p_s = \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial s} \tag{7.1.20}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = -q - \frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow q = -\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} \tag{7.1.21}$$

渔场的利润最大化问题

$$\max_{f,x} \quad \pi = p_f f - q(\overline{x} - x) - c_f(f,x) \tag{7.1.22}$$

一阶条件

$$\frac{\partial \pi}{\partial f} = p_f - \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} = 0 \Rightarrow p_f = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial f} \tag{7.1.23}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = q - \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x} = 0 \Rightarrow q = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x} \tag{7.1.24}$$

发现：无论是渔场拥有清水权还是钢厂拥有排污权，$q = -\frac{\partial c_s(s,x)}{\partial x} = \frac{\partial c_f(f,x)}{\partial x}$，与社会最优量一致.

例 7.1.1(2018-央财 803)

一家垄断的钢铁厂的成本函数为:

$$c(y) = y^2 + 60y + 100$$

该企业面临的需求曲线为: $p = 200 - y$, 但是钢铁厂每生产 1 单位的钢铁将产生 0.1 单位的污染物 z, 即 $z = 0.1y$. 清理污染的成本函数为: 污染总成本 $= 100 + 400z$, 其中 z 为污染物数量;

(1) 如果企业可以自由排放物污染, 其产品价格和产出水平是多少?

(2) 假定生产者必须内部化其外部性, 即它必须支付污染成本, 则其产品价格和产出水平为多少?

(3) 上述计划是否能够消除污染? 请分别计算出 (1) 和 (2) 两种情形下的污染物数量;

(4) 假定政府希望通过和税收减少企业的污染排放. 如果政府希望减少的污染物排放量与 (2) 中相同, 则应该怎样设计税收政策?

解答. **(1)** 由于企业可以自由排放物污染, 所以总成本即为生产成本. 利润最大化问题

$$\max_y \quad \pi = (200 - y)y - (y^2 + 60y + 100)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y} = 200 - 2y - 2y - 60 = 0 \Rightarrow y^* = 35, p^* = 200 - y = 165$$

(2) 生产者内部化其外部性, 利润最大化问题

$$\max_y \quad \pi = (200 - y)y - (y^2 + 60y + 100) - (100 + 400z)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y} \xlongequal{z=0.1y} 200 - 2y - 2y - 100 = 0 \Rightarrow y^* = 25, p^* = 200 - y = 175$$

(3) 企业可以自由排放污染时, $z = 0.1y = 3.5$,

企业内部化其外部性时, $z = 0.1y = 2.5$. 因此, 上述计划仅消除了部分污染.

(4) 政府对企业征收从量税, 对每单位产出征收 t 的税收. 利润最大化问题

$$\max_y \quad \pi = (200 - y)y - ty - (y^2 + 60y + 100)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}y} = 200 - 2y - t - 2y - 60 = 0 \Rightarrow t = 140 - 4y$$

如果政府希望减少的污染物排放量与 (2) 中相同, 则 $t = 140 - 4y = 140 - 4 \times 25 = 40$. ■

第二节 公共物品

一、公共物品

(一) 公共物品

性质 7.2.1.(排他性) 只有对商品支付价格的人才能够使用该商品.

性质 7.2.2.(竞用性) 如果某人已经使用了某个商品，则其他人就不能再同时使用该商品.

定义 7.2.1.(公共物品) 不具有排他性也不具有竞用性的物品.

(二) 连续型公共物品的有效数量

令 x_1, x_2 代表某二人的私人消费，g_1, g_2 代表二人的公共物品支出，G 代表公共物品的度量，其成本函数为 $c(G)$. 二人花在公共物品和私人物品上的货币总量等于他们所拥有的货币总量

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 \tag{7.2.1}$$

如果把行为人 2 的效用固定在某一水平 $\overline{u}_1$ 上，行为人的效用最大化问题

$$\max_{x_1, x_2, G} \quad u_1(x_1, G) \tag{7.2.2}$$

$$s.t. \quad \begin{aligned} & u_2(x_2, G) = \overline{u}_2 \\ & x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 \end{aligned} \tag{7.2.3}$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L = u_1(x_1, G) - \lambda[u_2(x_2, G) - \overline{u}_2] - \mu[x_1 + x_2 + c(G) - (w_1 + w_2)] \tag{7.2.4}$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1} - \mu = 0 \Rightarrow \mu = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1} \tag{7.2.5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -\lambda \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2} - \mu = 0 \Rightarrow \frac{\mu}{\lambda} = -\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2} \tag{7.2.6}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial G} = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \lambda \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} - \mu \frac{\partial c(G)}{\partial G} = 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{\mu} \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \frac{\lambda}{\mu} \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} = \frac{\partial c(G)}{\partial G} \end{aligned} \tag{7.2.7}$$

解得

$$\frac{\partial u_1(x_1, G)/\partial G}{\partial u_1(x_1, G)/\partial x_1} + \frac{\partial u_2(x_2, G)/\partial G}{\partial u_2(x_2, G)/\partial x_2} = \frac{\partial c(G)}{\partial G} \tag{7.2.8}$$

即

$$|MRS_1| + |MRS_2| = MC(G) \tag{7.2.9}$$

或

$$\left| \frac{\partial x_1}{\partial G} \right| + \left| \frac{\partial x_2}{\partial G} \right| = \frac{MU_G}{MU_1} + \frac{MU_G}{MU_2} = MC(G) \tag{7.2.10}$$

两人私人物品和公共物品的边际替代率绝对值之和，等于公共物品边际成本.

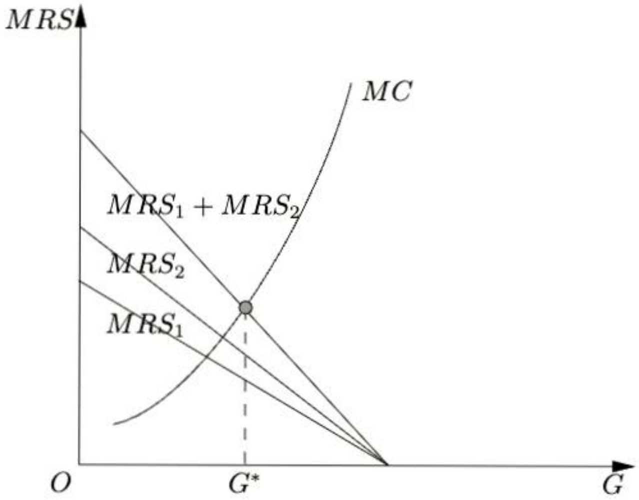


Figure 7.3: 确定有效率的公共物品数量

特别地，在拟线性偏好的效用 $u_i(x_i,G)=x_i+v_i(G)$ 下

$$|MRS_1|=\frac{\partial u_1(x_1,G)/\partial G}{\partial u_1(x_1,G)/\partial x_1}=\frac{\mathrm{d}v_1(G)}{\mathrm{d}G} \tag{7.2.11}$$

$$|MRS_2|=\frac{\partial u_2(x_2,G)\partial G}{\partial u_2(x_2,G),\partial x_2}=\frac{\mathrm{d}v_2(G)}{\mathrm{d}G} \tag{7.2.12}$$

又

$$\frac{\mathrm{d}v_1(G)}{\mathrm{d}G}+\frac{\mathrm{d}v_2(G)}{\mathrm{d}G}=MC(G) \tag{7.2.13}$$

上式决定了 G，而与 x_1,x_2 无关. 因此，存在一个唯一的公共物品的有效供给数量.

（三）离散型公共物品的有效数量

假定同一个房间的两人都没法就是否购买一台电视机作出决定，在住房大小既定的条件下，电视机必然要放在起居室中以便两人都能看到电视. **因此电视机将是一种公共物品而不是私人物品**.

用 w_i 表示禀赋，g_i 表示购买电视机的支出，z_i 表示私人消费，预算约束

$$x_1+g_1=w_1 \tag{7.2.14}$$

$$x_2+g_2=w_2 \tag{7.2.15}$$

假定电视机的价格为 c，则两人购买电视的支出之和至少等于 c

$$g_1+g_2\geq c \tag{7.2.16}$$

用 $u_i(x_i,G)$ 表示效用函数. 购买电视机使两人的境况得到提升

$$u_1(w_1,0)<u_1(w_1-g_1,1) \tag{7.2.17}$$

$$u_2(w_2,0)<u_2(w_2-g_2,1) \tag{7.2.18}$$

保留价格 r_i 使行为人觉得支付该价格买与不买的选择无差异

$$u_1(w_1-r_1,1)=u_1(w_1,0) \tag{7.2.19}$$

$$u_2(w_2-r_2,1)=u_2(w_2,0) \tag{7.2.20}$$

因此

$$u_1(w_1 - r_1, 1) < u_1(w_1 - g_1, 1) \tag{7.2.21}$$

$$u_2(w_2 - r_2, 1) < u_2(w_2 - g_2, 1) \tag{7.2.22}$$

从而

$$w_1 - r_1 < w_1 - g_1 \Rightarrow r_1 > g_1 \tag{7.2.23}$$

$$w_2 - r_2 < w_2 - g_2 \Rightarrow r_2 > g_2 \tag{7.2.24}$$

每人都以低于保留价格的支付购买电视机，即使得购买电视机成为帕累托改进的**必要条件**. 同时

$$r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c \tag{7.2.25}$$

每人愿意支付的最高额之和大于电视机的费用，即使得购买电视机成为帕累托改进的**充分条件**.

特别地，在拟线性偏好的效用 $u_i(x_i, G) = x_i + v_i(G)$ 下，保留价格的定义为

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = w_1 - r_1 + v_1(1) = u_1(w_1, 0) = w_1 \tag{7.2.26}$$

$$u_2(w_2 - r_2, 1) = w_2 - r_2 + v_2(1) = u_2(w_2, 0) = w_2 \tag{7.2.27}$$

上式意味着，保留价格可由 $r_1 = v_1(1), r_2 = v_2(1)$ 给出，**与财富数量无关**.

(四) 搭便车问题

继续考虑购买电视机的例子. 假定每个人拥有 500 美元的财富，每个人对电视机的评价是 100 美元，电视机的成本是 150 美元. 由于保留价格的总和超过电视机的成本，所以购买电视机是帕累托有效率的.

假定同室中的任何人都不能阻止另一人收看电视，并且同室中的两人将独立地决定是否购买电视机. 考虑行为人 1 的决策：如果他购买电视机，将获得收益 100 美元，并支付成本 150 美元，净收益为 −50 美元. 但是，如果行为人 1 购买电视机，行为人 2 就可以免费观看，从而获得收益 100 美元.

Table 7.1: 搭便车博弈矩阵

		参与人 2 的策略	
		买	不买
参与人 1 的策略	买	$-50, -50$	$-50, \underline{100}$
	不买	$\underline{100}, -50$	$\underline{0}, \underline{0}$

该博弈的占优策略均衡是 (不买, 不买)，但**最大化总体效用**的策略是其中的一个参与人购买电视机. 可以创建一个帕累托改进：行为人 1 购买电视机，双方都可以看电视，行为人 2 向其支付 $50 \sim 100$ 美元.

简化起见，令 $c(G) \equiv G = g_1 + g_2$. 行为人 1 预测行为人 2 购买公共物品 $\overline{g}_2$，效用最大化问题

$$\max_{x_1, g_1} \quad u_1(x_1, g_1 + \overline{g}_2) \tag{7.2.28}$$

$$s.t. \quad x_1 + g_1 = w_1 \tag{7.2.29}$$

构造拉格朗日辅助函数

$$L = u_1(x_1, g_1 + \overline{g}_2) - \lambda(x_1 + g_1 - w_1) \tag{7.2.30}$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial x_1}=\frac{\partial u_1(x_1,g_1+\bar{g}_2)}{\partial x_1}-\lambda=0 \tag{7.2.31}$$

$$\frac{\partial L}{\partial g_1}=\frac{\partial u_1(x_1,g_1+\bar{g}_2)}{\partial g_1}-\lambda=0 \tag{7.2.32}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=-(x_1+g_1-w_1)=0 \tag{7.2.33}$$

解得：$MU_{x_1}=MU_{g_1}$，从而 $|MRS_1|=\left|\frac{MU_{x_1}}{MU_{g_1}}\right|=1$. 同理，$|MRS_2|=1$.

一般地，假定购买公共物品所作出的贡献只能为正数（$g_i\geq 0$），每个人只能决定是否增加公共物品的数量. 可能会出现：**一个人认为另一个人所购买的公共物品数量正好够用**，因而不愿意做出任何贡献.

如图，行为人 1 贡献了全部的公共物品（$G=g_1$）. 由于行为人 2 不能减少公共物品的数量，故在无差异曲线形状既定的情况下，其最优选择为**消费自己的禀赋**（$x_2=w_2$）**并享受行为人 1 的贡献**（G）.

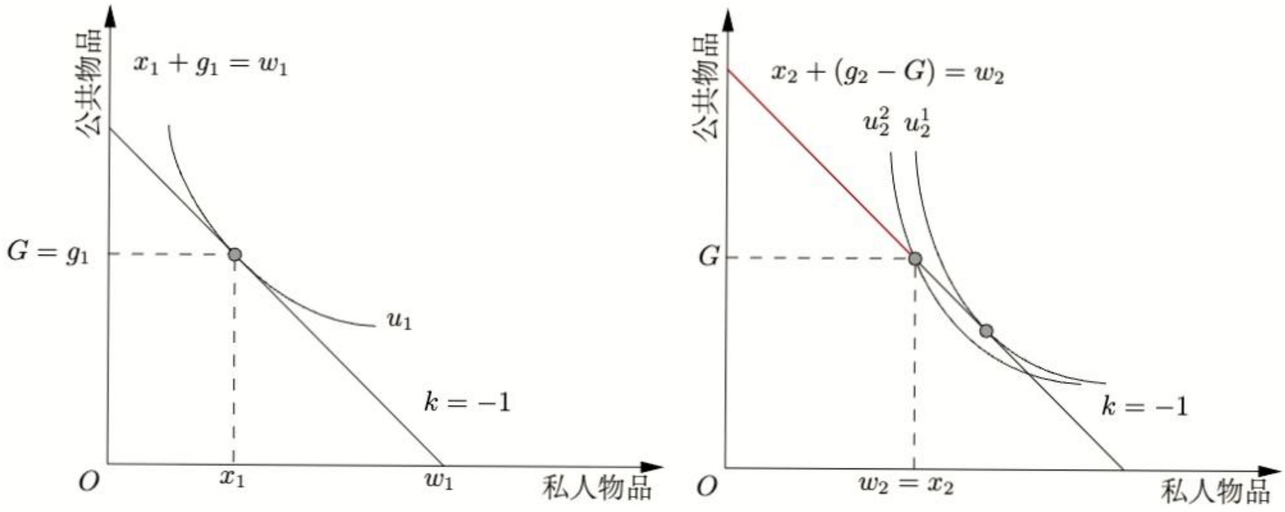


Figure 7.4: 搭便车问题

二、公共资源

（一）公共资源

> **定义 7.2.2.(公共资源)** 不具有排他性但却具有竞用性的物品.

（二）公地悲剧

考虑这样一个乡村，那里的村民在公地上放牛. 假设购买一头母牛要花 a 美元，有 c 头母牛在这块公地上放牧，令 $f(c)$ 表示所生产的牛奶的价值. 因此，每头母牛产奶的价值刚好是平均价值 $\frac{f(c)}{c}$.

若公地**统一管理**，**所有**村民的利润最大化问题

$$\max_c \quad \pi=f(c)-ac \tag{7.2.34}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}c}=MP(c)-a=0\Rightarrow MP(c)=a \tag{7.2.35}$$

若公地**不统一管理**，**每一个**村民的利润最大化问题

$$\max_{c_i} \quad \pi = \frac{f(c)}{c}c_i - c_i a \tag{7.2.36}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}c_i} = \frac{f'(c)c - f(c)}{c} \times \frac{c_i}{c} + \frac{f(c)}{c} = a \tag{7.2.37}$$

由于每个村民都能在公地上放牧，所以 $\frac{c_i}{c} \to 0$，均衡条件为 $\frac{f(c)}{c} = a$.

笔记. 如果牧地是私人所有的，所选择的母牛的头数就会使得母牛的边际产量等于一头母牛的成本；但如果牧地是公共财产的话，所放牧的母牛头数就会一直增至使利润下降到零为止，因此牧地就会过度放牧.

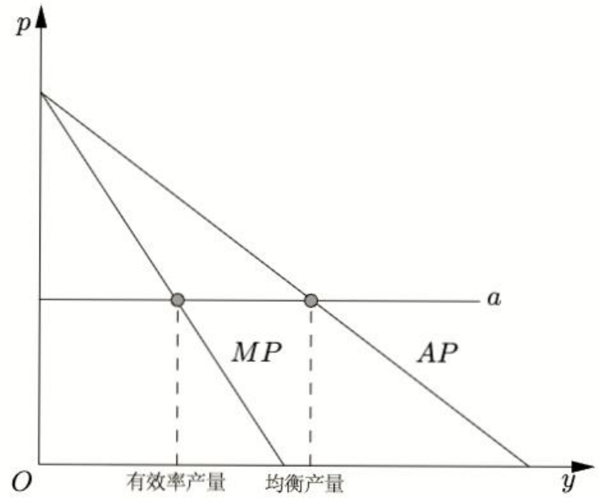


Figure 7.5: 公地悲剧

例 7.2.1

假设政府希望对公地的使用进行控制，有哪些方法可以达到有效率的使用水平?

方法 1 将公地私有化：若政府将公地无偿赠与某人，利润最大化问题

$$\max_{c} \quad \pi = f(c) - ac \Rightarrow MP(c) = a \tag{7.2.38}$$

这个结果是帕累托有效率的. 若政府将公地有偿售与某人，设最终价格为 k，利润最大化问题

$$\max_{c} \quad \pi = f(c) - ac - k \Rightarrow MP(c) = a \tag{7.2.39}$$

这个结果也是帕累托有效率的.

方法 2 规定放牧的奶牛数量为 c^*，其中 $MP(c^*) = a$.

方法 3 出售放牧权或征税，每头奶牛放牧权/征税的价格为 t，利润最大化问题

$$\max_{c_i} \quad \pi = \frac{f(c)}{c}c_i - (t+a)c_i \tag{7.2.40}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}c_i} = \frac{f'(c)c - f(c)}{c} \times \frac{c_i}{c} + \frac{f(c)}{c} = t + a \xRightarrow{\frac{c_i}{c} \to 0} t = \frac{f(c)}{c} - a \tag{7.2.41}$$

第三节　不对称信息

定义 7.3.1.(信息不对称) 有些人比其他人拥有更多的相关信息.

一、逆向选择

定义 7.3.2.(逆向选择) 交易双方在**签订交易合约之前**，进行交易的一方拥有另一方不知道的信息，并且该信息会影响另一方的收益，掌握信息的一方会做出对自己有利的选择.

（一）二手车市场

在某二手车市场中，汽车的质量 $\theta \in [0, 10]$. 二手车的卖方所能接受的最低价格为 $p_s = \theta$，买方所能接受的最高价格为 $p_d = 1.5\theta$. 假设此时买卖双方的信息是不对称的（卖方占优），且 $\theta \sim U(0, 10)$.

在该市场中任意抽取一辆二手车，若其期望质量为 $E(\theta) = 6$，那么买方所能接受的最高价格

$$p_d = 1.5\theta = 1.5 \times 6 = 9 \tag{7.3.1}$$

接受价格 $p = 9$ 的卖方所交付的二手车的质量 $\theta \leq 9$. 考虑到卖方的这一选择，买方的期望变为

$$E(\theta|\theta \leq 9) = 4.5 \tag{7.3.2}$$

类似地，接受价格 $p = \dfrac{9}{2}$ 的卖方所交付的二手车的质量 $\theta \leq 4.5$. 考虑到卖方的这一选择，买方的期望变为

$$E(\theta|\theta \leq 4.5) = 2.25 \tag{7.3.3}$$

如此循环往复，最终买方提供的价格与卖方提供的二手车质量愈低，整个二手车市场萎缩.

（二）雨伞的质量选择

在某雨伞市场中，消费者愿意对质量较好的雨伞给付 14 元，对质量一般的给付 8 元. 假设买卖双方的信息是不对称的：消费者不清楚雨伞的质量，只知道高质量的占比为 q；雨伞的生产成本为 11.5 元.

消费者愿意对每把雨伞支付

$$p = 14q + 8(1 - q) \tag{7.3.4}$$

考虑这样三种情况：当 $q = 0$ 时，$p = 8 < 11.5$，市场无法成交；当 $q = 1$ 时，$p = 14$，$CS = 14 - 11.5 = 2.5$；当 $0 < q < 1$ 时，为了使消费者购买雨伞，平均质量的雨伞的价值必须超过其边际成本 11.5

$$p = 14q + 8(1 - q) \geq 11.5 \tag{7.3.5}$$

解得：$q \geq \dfrac{7}{12}$，即若高质量雨伞所占的比率不低于 $\dfrac{7}{12}$，市场就处于均衡状态.

但是，在**完全竞争和边际成本不变**的假设下，不存在生产者剩余，只有消费者剩余. 从消费者的角度看，雨伞的平均质量越高，境况就越好. 因此，**对于消费者来说的均衡是只生产高质量商品（$q = 1$）的均衡**.

若生产者可以选择以 11 的成本生产质量一般的雨伞，以 11.5 的成本生产质量较好的，高质量的占比仍为 q. 对于其中的某一个生产者，若其认为自己对市场价格和数量的影响是可以忽略不计的，则会选择以 11 的成本生产质量一般的雨伞. 然而，**若全部生产者都这样考虑**，则 $q = 0, p = 8$，市场无法交易.

（三）自行车失窃保险

假设一家保险公司想提供自行车失窃保险. 市场调查发现，在某些社区自行车被盗的概率很高，在另一些社区盗窃却极为罕见. 显然，**保险索赔大多数是由居住在高风险地区的消费者提出的**.

由于保险公司得到的是客户的**逆向选择**而非无偏选择，则必然发生这样的结果：一方面，保险公司为了保持盈亏平衡，一定会**将它们的费率建立在对"最坏情况"的预测的基础上**；另一方面，自行车失窃风险虽不可忽略不计但却较低的那些消费者将**不愿意购买由此导致的高价保险**.

二、道德风险

> **定义 7.3.3.(道德风险)** 交易双方在**签订交易合约之后**，在信息或契约不完全的条件下，信息有优势的一方为了最大化自己收益而损坏另一方，同时也不承担其行为的全部后果.

在保险合同订立之前，投保人可能会骗保；在保险合同订立之后，投保人可能会骗赔、疏忽与放任.

假设汤姆当前的资源禀赋是价值为 4000 美元的家庭轿车和 12000 美元的现金，假设一次车祸就会导致汽车的全损，汤姆开车出车祸的概率取决于他开车的谨慎程度，这里用开车的速度来表示谨慎程度.

开快车全损的概率为 50%，开慢车全损的概率为 20%. 但谨慎驾驶是有成本的，这里假设开慢车的时间成本是 1000 元. 再假定汤姆的效用函数 $u = \sqrt{w}$，预测汤姆在有保险和没有保险的情况下是否会开慢车.

在没有保险的情况下，汤姆开快车和开慢车的效用分别为

$$E(u_s) = 0.8u(16000 - 1000) + 0.2u(16000 - 4000 - 1000) = 118.96 \tag{7.3.6}$$

$$E(u_q) = 0.5u(16000) + 0.5u(16000 - 4000) = 118.02 \tag{7.3.7}$$

由于 $E(u_s) > E(u_q)$，所以汤姆会理性地选择开慢车. 保险公司认为汤姆开快车和慢车的精算公平保费分别为 800 美元和 2000 美元. 在有保险的情况下，汤姆开快车（这种情况下他不会开慢车）的效用为

$$E(u_{ins}) = u(16000 - 2000) = 118.32 \tag{7.3.8}$$

显然，$E(u_q) < E(u_{ins}) < E(u_s)$，所以汤姆将开慢车而非投保.

第二部分

宏观经济学

第八章　宏观经济学导论

第一节　宏观经济学科学

宏观经济学是把经济视一个整体进行的研究，包括收入的增长、价格的变动和失业率.

一、宏观经济学的研究对象

由于经济状况影响到每一个人，宏观经济问题在国家政治中占据着中心地位.

尽管制定经济政策的工作落在世界各国领导人身上，但**解释经济作一个整体如何运行**的工作却落在了宏观经济学家身上. 为了达到这个目的，宏观经济学家**收集**不同时期和不同国家有关**收入、价格、失业**与其他许多变量的数据. 然后他们试图**形成理论**来**解释**这些数据.

宏观经济学家预测未来经济事件的能力并不比气象学家预测下一个月天气的能力强. 但是，宏观经济学家对**经济如何运行**确实知之甚多. 这种知识既有助于**解释经济事件**，又有助于**制定经济政策**.

宏观经济的**历史**并不简单，但是它提供了建立宏观经济理论的充足动力. 虽然宏观经济学的基本原理不会每十年就发生变化，但是，宏观经济学家必须灵活而有创造性地运用这些原理来应付不断变化的环境.

经济学家用多种类型的数据来衡量经济表现. 三个至关重要的变量是**实际国内生产总值**、**通货膨胀率**和**失业率**. 实际国内生产总值衡量经济中（对价格水平做了调整的）所有人的**总收入**；通货膨胀率衡量**价格上升的速度**；失业率衡量**没有工作的劳动力**所占的比例. 宏观经济学家研究这些变量**如何决定**，为什么它们会随着时间的推移而**变化**，以及它们是如何**相互影响**的.

二、宏观经济学的研究方法

（一）经济模型的构建

经济模型常用数学术语说明变量之间的关系，其有助于省略**无关紧要的细节**，集中关注**根本的联系**.

模型有两种变量：**内生变量**与**外生变量**. 外生变量是**来自模型之外**的变量，是模型的投入；内生变量是**模型所解释**的变量，是模型的产出. 模型说明**外生变量的变动如何影响内生变量**.

简化对构建一个有用的模型是必要的：如果构建的模型**完全反映现实**，那么这样的模型会**复杂**到任何人都无法理解的程度；如果模型的假设抛弃了对要处理的问题**至关重要的经济特征**，那么它们可能误导我们得出**错误的结论**. 因此，构建经济模型要求我们小心谨慎，同时还要了解常识.

一个模型几乎就是它所做的假设，一个**对某些目的有用**的假设对其他目的而言可能就有误导作用. 在运用一个模型处理问题时必须了解模型的基础假设，判断这些假设对手头所要研究的问题是否合理.

（二）市场出清、弹性价格与黏性价格

那些有关**工资与价格对变动的条件做出调整的速度**的假设被证明是特别重要的.

> **假设 8.1.1.** 经济学家通常认为，产品或服务的价格迅速变动，使供给量与需求量达到平衡. 换言之，**市场通常处于均衡状态**，因此任何产品或服务的价格都位于供给曲线和需求曲线的交点，即**市场出清**.

持续的市场出清的假设并不完全是现实的. 市场要持续地出清，价格就必须对供给和需求的变动做出即时调整. 事实上，许多工资和价格调整缓慢. 虽然市场出清模型假设所有工资与价格都是有**弹性**的，但是，现实世界中一些工资和价格却是有**黏性**的. 这种显而易见的价格黏性并不会使市场出清模型变得无用，毕竟**价格并不总是无法变动的**，最终，**价格还是要对供给和需求的变动做出调整**.

市场出清模型也许没有描述每一时刻的经济，但是，它们表示了**经济所趋近的均衡**. 因此，大多数宏观经济学家相信，**弹性价格**对研究诸如**每十年实际 GDP 的增长**这些**长期问题**是一个**好的假设**.

对研究诸如**实际 GDP 和失业的逐年波动**这类**短期问题**而言，弹性价格的假设就不是那么合理了. 在短期，**许多价格固定在预先确定的水平上**. 因此，大多数宏观经济学家相信，对于研究短期经济行，**价格黏性**是一个更好的假设.

（三）微观经济思考与宏观经济模型

微观经济学是关于家庭和企业如何做出决策以及这些决策者在市场上如何相互作用的一门科学. 微观经济学的中心原理是**家庭和企业进行最优化**——给定目标和约束条件，他们尽其所能做到最好. 在微观经济模型中，家庭选择自己的购买来最大化被称为效用的满足程度，企业做出生产决策来最大化它们的利润.

由于**整体经济的事件源于许多家庭和企业的相互作用**，所以，**微观经济学和宏观经济学具有不可分割的联系**. 当我们把经济视为一个整体来研究时，我们必须考虑经济个体的决策. 由于总量只是描述许多个别决策的变量之和，所以，**宏观经济理论是建立在微观经济基础之上的**.

尽管微观经济决策是所有经济模型的基础，但在许多模型中，**家庭和企业的最优化行为是隐性的**，而不是显性的. 类似地，尽管宏观经济现象的基础是微观决策，但宏观经济模型**不总是关注家庭和企业的最优化行为**，而是**把这种行为作为背景**.

第二节 宏观经济学的数据

本节着眼于经济学家和政策制定者最常用的三个经济统计数字：**国内生产总值**或 GDP 告诉我们一国的总收入及在产品和服务上的总支出；**消费者价格指数**（CPI）衡量价格水平；**失业率**告诉我们失业者占劳动力的比例. 关注这些统计数字是如何**计算**的，它们告诉了我们有关经济的哪些**信息**.

一、国内生产总值

国内生产总值（gross domestic product, GDP）常常被认为是对经济表现状况的最佳衡量指标. GDP 的目的是用一个代表了**某一给定时期经济活动的货币价值**的单一数字来汇总所有数据.

看待这一统计数字有两种方式. 一种方式是把 GDP 看作**经济中所有人的总收入**；另一种方式是把 GDP 看作**在经济的产品和服务的产出上的总支出**. 这是因为，对整个经济来说，**收入必定等于支出**.

> **定义 8.2.1.(国内生产总值)** 给定时期内一个经济体生产的所有最终产品和服务的市场价值.

(一) 国民收入核算

> **定义 8.2.2.(国民收入核算)** 用于衡量 GDP 和许多相关统计数字的核算体系.

> **定义 8.2.3.(存量和流量)** 存量衡量一个**给定时点**的数量；流量衡量**每一单位时间内**的数量.

设想一个用**劳动**这种单一投入生产**面包**这种单一产品的经济.

其中：里面的循环代表**劳动和面包的流动**：家庭把他们的劳动卖给企业，企业把它们生产的面包卖给家庭；外面的循环代表**相应的货币流动**：家庭为购买面包向企业支付，企业向家庭支付工资和利润. 在这个经济中，GDP 既是**对面包的总支出**，又是**从生产面包中得到的总收入**.

GDP 衡量这个经济中货币的流量，可以用以下两种方式：GDP 是从生产面包中得到的**总收入**，等于工资与利润之和——货币循环流上半部分；GDP 也是购买面包的**总支出**——货币循环流下半部分. 为了计算 GDP，既可以考察**货币从企业向家庭的流动**，也可以考察**货币从家庭向企业的流动**.

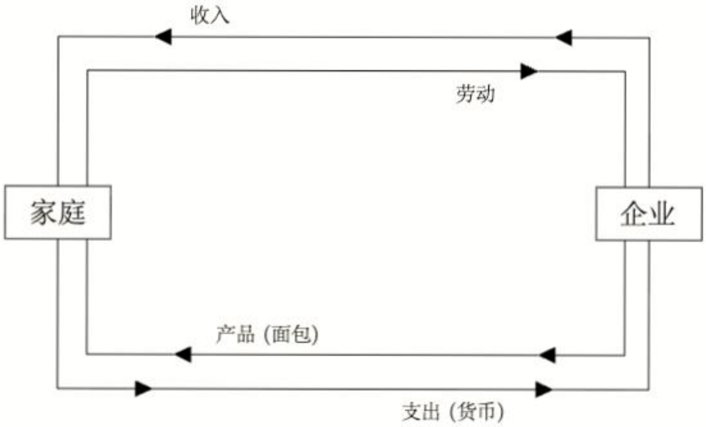


Figure 8.1: 循环流

在一个只生产面包的经济中，可以通过加总在面包上的总支出来计算 GDP. 然而，**现实中的经济包括大量产品与服务的生产和销售**. 为了计算这样一个复杂经济的 GDP，将其精确地定义为给定时期内一个经济体生产的所有最终产品和服务的市场价值. 为了理解这一定义，讨论**需要遵循的一些规则**.

1. **市场价格**：GDP 把产品与服务的价值结合一个单一的衡量指标. 为了计算不同产品和服务的总价值，国民收入核算使用**市场价格**，因为市场价格反映了人们愿意为一种产品或服务支付多少.
2. **二手货**：GDP 衡量现期生产的产品与服务的价值，二手货的出售**不包括在 GDP 中**.
3. **存货**：其对 GDP 的影响取决于存货的情况如何.
   (1) **存货发生变质**：企业已经**支付了更多的工资**，但并**没有得到额外的收益**，因此企业**利润减少**了，**减少的数量等于工资增加的数量**. 尽管更多的收入作为工资分配了，更少的收入作为利润分配了，总收入没有改变. 由于没有人购买额外的存货，经济中的总支出也没有改变. 由于这次交易**既不影响支出又不影响收入**，所以，它也就**没有改变 GDP**.
   (2) **存货没有变质**：企业所有者被假定为"购买"企业的存货，企业的利润没有由于已经支付的额外工资而减少. 由于**付给该企业工人的更多工资**增加了总收入，企业所有者**对存货的更多支出**增加了总支出，因此，**经济的 GDP 增加了**. 当企业以后出售存货时，类似二手货的出售. 存货的**消费者有支出**，但也存在**企业存货的负投资**. **企业的这种负支出抵消了消费者的正支出**，因此，出售存货中的产品并**不影响 GDP**.
4. **中间产品**：GDP 是生产的**最终产品和服务**的总价值，把中间产品加到最终产品上会**产生重复计算**[1].
5. **估算价值**：一些产品**不在市场上销售**，从而也就**没有市场价格**. 如果 GDP 要包括这些产品与服务的价值，就必须使用其**价值的估计值**. 这种估计值被称估算价值.
   (1) **住房服务**：**租赁住房的人**购买住房服务，为房东提供收入，租金是 GDP 的一部分，既作**租赁者的支出**，也作为**房东的收入**；**拥有自己的住房的人**享受着与租房者购买的住房服务相似的住房服务，商务部估算一栋房子的市场租金，把其作为 GDP 的一部分（**同时为房主的支出和收入**）.
   (2) **政府服务**：政府服务并不在市场上出售，从而没有市场价格. 国民收入核算通过按这些服务的**成本**来估值，把这些服务包括在 GDP 中. 也即，这些**公务人员的工资**被用来衡量其产出的价值.
   (3) 部分的**其他耐用品**（如汽车、珠宝等）的估算租金和**地下经济**的估算价值没有被纳入 GDP.

由于为计算 GDP 所需做的估算只是**近似**的，并且许多产品与服务的价值完全**没有纳入** GDP，因此，GDP 是经济活动的一个**不完美**的衡量指标. 在比较各国之间的生活水平时，这些不完美性最成问题. 但只要这些不完美性的程度随着时间的推移保持相当的稳定，那么，GDP 对**经济活动的逐年比较**就是有用的.

> **定义 8.2.4.(名义 GDP)** 用**现期价格**衡量的产品与服务的价值.

> **定义 8.2.5.(实际 GDP)** 用一组不变价格（**基期价格**）衡量的产品与服务的价值.

也就是说，实际 GDP 表明如果数量变化而价格不变时对产出的支出有什么变动.

> **定义 8.2.6.(GDP 平减指数)** 名义 GDP 与实际 GDP 的比率.

[1]一种计算所有最终产品和服务的价值的方法（**生产法**）是把每个生产阶段的**增加值**（产出价值 − 购买的中间产品的价值）加总.

名义 GDP 分解为：一部分衡量产量（实际 GDP），另一部分衡量价格（GDP 平减指数）

$$\text{名义}GDP = \text{实际}GDP \times GDP\text{平减指数} \tag{8.2.1}$$

名义 GDP 衡量经济中产出的现期货币价值，实际 GDP 衡量按不变价格估值的产出，GDP 平减指数衡量产出相对于其基年价格的价格

$$\text{实际}GDP = \frac{\text{名义}GDP}{GDP\text{平减指数}} \tag{8.2.2}$$

可见，平减指数的名字是因为其用于平减名义 GDP（从中剔除通货膨胀），以得到实际 GDP.

随着时间的推移，价格就会变得越来越过时. 为了解决这个问题，经济分析局过去定期更新计算实际 GDP 所使用的价格. **大约每五年选定一个新的基年**. 然后把价格固定下来，用于衡量产品与服务的生产的逐年变动，直至再一次更新基年为止. 经济分析局现在使用**实际 GDP 的链式加权**测度.

> **定义 8.2.7.(实际 GDP 的链式加权)** 基年会随时间推移不断变化.

笔记. *用 P 表示 GDP 平减指数，Y 表示实际 GDP，名义 GDP 为 $P \times Y$. 从而*

$$\mathrm{d}(PY) = Y\mathrm{d}P + P\mathrm{d}Y \tag{8.2.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}(PY)}{PY} = \frac{\mathrm{d}P}{P} + \frac{\mathrm{d}Y}{Y} \tag{8.2.4}$$

（二）国民收入核算恒等式

经济学家和政策制定者不仅关心经济中产品与服务的总产出，而且关心产出在不同用途中的配置. 国民收入核算把 GDP 分为四大类支出：消费 C、投资 I、政府购买 G 和净出口 NX. 用 Y 代表 GDP

$$Y = C + I + G + NX \tag{8.2.5}$$

GDP 是消费、投资、政府购买和净出口之和. 这个等式被称为**国民收入核算恒等式**.

> **定义 8.2.8.(消费 C)** 由家庭在**产品**与**服务**上的支出构成.
> - 产品是**有形的东西**，分为**耐用品**和**非耐用品**. 耐用品是**持续时间长**的产品，如汽车、电视机和洗衣机；非耐用品是**持续时间短**的产品，如食物和衣服.
> - 服务包括消费者购买的各种**无形的东西**，如理发、就医和大学教育.

> **定义 8.2.9.(投资 I)** 由未来使用而购买的产品构成. 投资分三个子类别：
> - **企业固定投资**，也称**非住房固定投资**，是**企业**对**新建筑物、设备和知识产权产品**（包括软件、研发以及娱乐、文学和艺术原创作品）的购买；
> - **住房投资**，是**家庭和房东**对**新住房**的购买；
> - **存货投资**，是**企业**产品**存货**的增加. 如果存货减少，那么存货投资为负.

> **定义 8.2.10.(政府购买 G)** 联邦、州和地方政府购买的产品和服务. 包括**军事设备、高速公路和政府工作人员提供的服务**等项目；不包括**向个人的转移支付**[a]，例如社会保障和福利.
>
> [a]由于转移支付是**已有收入的再分配**，并不用于交换产品与服务，所以不是 GDP 的一部分.

定义 8.2.11.(净出口 NX) 与其他国家的贸易. 净出口是一国卖给其他国家的产品与服务的价值（出口 X）减去外国卖给该国的产品与服务的价值（进口 IM）. 净出口代表**其他国家在一国的产品与服务上的净支出**，它为国内生产者提供了收入.

笔记. 核算方法的缺陷：

1. 不能反映社会成本. 例如，GDP 水平很高的地方，如果赌博和黄色交易盛行，社会成本较高，但国民收入核算体系并不能反映出来.
2. 不能反映经济增长的方式和付出的代价. 例如，不顾环境污染、生态破坏的经济增长就反映不出来.
3. 不能反映经济增长的效率、效益和质量. 例如，高能耗、低效率、粗放式增长的方式就反映不出来.
4. 不能反映人们的生活质量. 例如，它不能反映人们在精神上的满足程度和闲暇给人们带来的享受等.
5. 不能衡量社会财富分配情况和社会公正程度.
6. GDP 的统计有一定的误差. GDP 的许多数据是根据抽样调查得出来的，其中包含一定的误差. 由于种种原因，人们往往并不反映真实情况，因而统计出来的数字存在一定程度的虚假成分.

定义 8.2.12.(绿色 GDP) 在名义 GDP 核算基础上扣除**资源消耗和环境破坏的成本**后得到的指标，反映经济增长的**净正效应**，旨在衡量在经济发展过程中**自然资本和环境价值**是否得到了保护或增值.

例 8.2.1(2011-上财 803)

某国政府投资 10000 元修一条马路，其中 5000 元支付给了工人作为工资，5000 元向水泥厂购买了水泥. 水泥厂将拿到的钱用于投资，购买了一套生产设备. 工人拿到工资 5000 元之后，将其中的 2000 元支付给米店用于购买大米，2000 元购买了一台电脑，剩下 1000 元存了银行. 电脑店用这 2000 元，支付了电脑厂 1000 元的进货成本，同时又从银行贷款 1000 元，并向电脑厂再次购买新款电脑两台合计 2000 元. 请利用上面的信息计算下表（表略）中各变量，写出计算过程并填下表.

提示. 还款不是存货投资支出或固定资产投资支出，故不计入 GDP.

解答. 本题中未涉及与其他国家的贸易，故只考虑三部门经济： ■

支出类型	数量（元）
国内生产总值	21000
消费支出	$4000 = 2000 + 2000$
耐用品消费支出	2000（工人购买电脑）
非耐用品消费支出	2000（工人购买大米）
服务	0
投资支出	$7000 = 2000 + 5000$
存货投资支出	2000（电脑店购买电脑）
固定资产投资支出	5000（水泥厂购买生产设备）
政府采购	10000

(三) 国民收入的其他衡量指标

定义 8.2.13.(国民生产总值, gross national product, GNP) 给定时期内某国国民生产的所有最终产品和服务的市场价值，衡量**国民（一国居民）**所赚取的总收入.

$$GNP = GDP + \text{来自国外的要素报酬} - \text{支付给国外的要素报酬} \tag{8.2.6}$$

定义 8.2.14.(国民净产值, net national product, NNP) 从 GNP 中扣除资本折旧（在当年内经济中工厂、设备和住房的存量磨损的数额，即固定资本的消耗），表示经济活动的**净结果**.

$$NNP = GNP - \text{折旧} \tag{8.2.7}$$

定义 8.2.15.(国民收入, national income, NI) 与 NNP 近似相等，差别为统计误差.

$$NI = NNP - \text{统计误差} \tag{8.2.8}$$

根据谁赚到了收入，国民收入核算把国民收人分为六个组成部分，分别是：**雇员报酬、业主收入、租金收入、公司利润、净利息和生产和进口税**. 通过一系列调整，从国民收入中得到个人收入：

定义 8.2.16.(个人收入，personal income, PI)

$$\begin{aligned} PI =& NI - \text{生产和进口税} - \text{公司利润} - \text{社会保险费} - \text{净利息} \\ &+ \text{股息} + \text{政府对个人的转移支付} + \text{个人利息收入} \end{aligned} \tag{8.2.9}$$

定义 8.2.17.(个人可支配收入, disposable personal income, DPI) 个人收入减去个人税收，是家庭和非公司企业在履行了对政府的税收义务之后可以支出的收入

$$DPI = PI - \text{个人税收} \tag{8.2.10}$$

由于实际 GDP 和其他收入衡量指标反映了经济当前的表现情况，经济学家研究这些变量**在各季度的波动**，发现：所有这些收入衡量指标都表现出一种**有规律的季节性变动模式**——在一年间经济的产出逐步增加，**在第四季度达到顶点，然后在下一年的第一季度下降**. 这些有规律的季节性变动是相当大的.

二、消费者价格指数

(一) 拉氏指数与帕氏指数

定义 8.2.18.(拉氏指数) 在计算综合指数时，将作为权数的同度量因素**固定在基期** 0，计算公式为

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} \quad \text{和} \quad I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \tag{8.2.11}$$

定义 8.2.19.(帕氏指数) 在计算综合指数时，将作为权数的同度量因素**固定在报告期** 1，计算公式为

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \quad \text{和} \quad I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} \tag{8.2.12}$$

（二）价格指数

几乎每一种东西的成本都上升了. 价格总体水平的这种上升称为**通货膨胀**，价格水平从一个时期到下一个时期的百分比变化称**通货膨胀率**. 这里，讨论经济学家如何衡量生活成本的变动.

定义 8.2.20.(消费价格指数, consumer price index, CPI) 劳工统计局通过计算一个**典型的消费者**所购买的**一篮子产品与服务**的价格来对不同的东西进行加权. CPI 是这一篮子产品与服务的价格相对于同一篮子产品与服务在某个基年的价格的比值.

$$CPI = \frac{\text{一篮子商品的当期价格}}{\text{一篮子商品的基期价格}} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \tag{8.2.13}$$

定义 8.2.21.(GDP 平减指数)

$$GDP\text{平减指数} = \frac{\text{名义}GDP}{\text{实际}GDP} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \tag{8.2.14}$$

笔记. *CPI 与 GDP 平减指数的比较:*

1. *GDP 平减指数衡量**生产出来**的所有产品与服务的价格，而 CPI 衡量的只是消费者购买的产品与服务的价格. 因此，只有**企业或政府**购买的产品价格的上升将反映在 GDP 平减指数上，不反映在 CPI 上.*
2. *GDP 平减指数只包括**国内生产**的产品，**进口品**不是 GDP 的一部分，不在 GDP 平减指数上.*
3. *CPI 给不同产品的价格分配**固定的权重**，是用**固定的一篮子产品**来计算的（拉氏指数）；GDP 平减指数分配**变动的权重**，允许一篮子产品在 GDP 组成成分变动时随时间推移而变动（帕氏指数）.*

当不同产品价格的变动量不一样时，拉氏（固定的一篮子）指数倾向于**夸大生活成本的上升**，因为这一指数没有考虑到消费者可以**用相对价格下降了的产品去替代相对价格上升了的产品**. 对通货膨胀的这种夸大被称替代偏差. 相反，帕氏（可变的一篮子）指数倾向于**低估生活成本的增加**. 尽管这个指数考虑到不同产品的替代，但并没有反映出这种替代可能引起的消费者福利的减少.

定义 8.2.22.(PCE 平减指数) 个人消费支出（PCE）的隐性价格平减指数，是名义消费者支出与实际消费者支出的比值. 美联储使用其作为通货膨胀衡量指标.

笔记. *PCE 平减指数与 CPI 和 GDP 平减指数皆有相似之处:*

1. *和 CPI 一样，PCE 平减指数只包括消费者购买的产品和服务的价格，而将属于投资支出和政府购买的产品和服务的价格排除在外；此外，PCE 平减指数也包括了进口品的价格.*
2. *和 GDP 平减指数一样，PCE 平减指数允许产品篮子随着消费者支出的构成变动而变动.*

例 8.2.2(2017-央财 801)

考虑一个只生产和消费香蕉与服装的经济，下表是两个不同年份的数据

产品	2006 年		2016 年	
	数量	价格	数量	价格
香蕉	10 万	1 元	20 万	2 元
服装	5 万	40 元	6 万	50 元

假设经济中生产的数量等于消费的数量，试回答如下问题：

(1) 以 2006 年为基期，计算 2016 年的名义 GDP、实际 GDP 和 GDP 折算指数；

(2) 以 2006 年为基期，计算 2016 年的 CPI 指数；

(3) 在 2006 年和 2016 年之间，价格上涨了多少？比较 GDP 折算指数和 CPI 指数给出的答案. 简要阐述 GDP 折算指数和 CPI 指数的特点以及在衡量生活成本方面可能存在的误差，以上表数据为例能否写出更合理的“生活成本”指数?

解答. **(1)** 以 2006 年为基期，2016 年的名义 GDP$=2\times 20+50\times 6=340$ 万元，

2016 年的实际 GDP$=1\times 20+40\times 6=260$ 万元，

$$\text{GDP 折算指数}=\frac{名义GDP}{实际GDP}=\frac{\sum p_{2006}q_{2016}}{\sum p_{2006}q_{2006}}=\frac{340}{260}\approx 1.31.$$

(2) 以 2006 年为基期，2016 年的 CPI 指数 $=\dfrac{\sum p_{2016}q_{2006}}{\sum p_{2006}q_{2006}}=\dfrac{2\times 10+40\times 6}{1\times 10+40\times 5}=\dfrac{270}{210}\approx 1.29.$

(3) GDP 折算指数上涨了 31%，CPI 指数上涨了 29%. 特点和误差略. 由于拉氏指数夸大了通货膨胀而帕氏指数低估了通货膨胀，这两种通货膨胀率的平均值**费雪指数**是更为合理的“生活成本”指数. ■

三、失业率

根据对现期人口调查的调查问题的回答，一个经济中的人口被归为

$$\text{全部人口}\begin{cases}\text{未成年人口}\\ \text{成年且未退休人口}\begin{cases}\text{劳动力}\begin{cases}\text{失业人口}\\ \text{就业人口}\end{cases}\\ \text{非劳动力}\end{cases}\\ \text{退休人口}\end{cases}$$

如图，**劳动力**被定义为就业者与失业者之和，失业率为失业者在劳动力中所占百分比，即

$$\text{劳动力}=\text{就业人口}+\text{失业人口} \tag{8.2.15}$$

$$\text{失业率}=\frac{\text{失业人数}}{\text{劳动力}}\times 100\% \tag{8.2.16}$$

一个相关的统计数字是**劳动力参与率**，即成年人口中属于劳动力人数的百分比

$$\text{劳动力参与率}=\frac{\text{劳动力}}{\text{成年人口}}\times 100\% \tag{8.2.17}$$

第九章 古典理论：长期中的经济

第一节 国民收入

国内生产总值（GDP）既衡量一个国家产品与服务的总产出，又衡量这个国家的总收入，**是最重要的宏观经济变量**. 相对于较穷的国家来说，人均 GDP 水平高的国家享受着更好的一切. 虽然高 GDP 并不能保证一个国家的所有公民都幸福，但它可能是宏观经济学家能够提供的获得幸福的最好诀窍.

为了研究一国 GDP 的**来源与用途**等问题，必须考察经济中各个不同部分是如何相互作用的. 一个理想的出发点是**循环流程图**. 在下图中：每个**实线方框**代表一种**经济活动参与者**——家庭、企业和政府；每个**虚线方框**代表一种类型的**市场**——产品与服务市场、生产要素市场以及金融市场. 箭头表示美元通过这三种类型的市场在经济活动参与者之间的流动.

从这些经济活动参与者的角度来看看美元的流动. **家庭**得到收入，用收入向政府纳税，消费产品与服务，以及通过金融市场进行储蓄；**企业**从销售产品与服务中得到收入，用它支付生产要素；**家庭和企业**在金融市场上借款来购买住房和工厂等投资品. **政府**从税收中得到收入，用其支付政府购买. 任何超过政府支出的税收收入称为**公共储蓄**，它可能是正的（预算盈余），也可能是负的（预算赤字）.

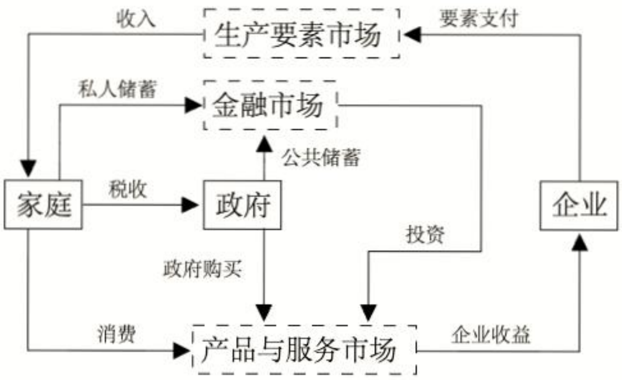


Figure 9.1: 货币在经济中的循环流程图

在本节中，建立一个基本的**古典模型**来解释上图所描述的经济相互作用.

从企业开始，看看是什么因素决定**企业的生产水平**（以及由此决定的**国民收入水平**）. 然后考察**生产要素市场**如何**把收入分配给家庭**. 接着讨论家庭**把多少收入用于消费，多少收入用于储蓄**. 除了讨论**家庭消费所引起的产品与服务的需求**外，还讨论由**投资和政府购买产生的需求**. 最后，得到了一个完整的循环，考察产品与服务的**需求（消费、投资和政府购买之和）**和产品与服务的**供给（生产水平）**如何实现**平衡**.

一、产品与服务的供给

（一）生产要素与生产函数

一个经济的产品与服务的产出（GDP）取决于它的投入数量以及把投入转换为产出的能力.

定义 9.1.1.(生产要素) 用于生产产品与服务的投入，两种最重要的生产要素是**资本**和**劳动**.

用符号 K 表示**资本量**，用符号 L 表示**劳动量**. 作以下假设：

假设 9.1.1. 经济的资本和劳动数量固定，即 $K=\overline{K}, L=\overline{L}$.

假设 9.1.2. 生产要素得到了充分利用，即没有资源浪费.

定义 9.1.2.(生产函数) 可使用的**生产技术**决定了给定数量的资本和劳动能够生产多少产出. 经济学家用生产函数来表示这种关系. 令 Y 为产出量，生产函数写为

$$Y=F(K,L) \tag{9.1.1}$$

笔记. 生产函数反映了把资本和劳动变产出的可使用的技术. 因此，技术变革会改变生产函数.

定义 9.1.3.(规模报酬不变) 所有生产要素增加相同的百分比引起产出增加同样的百分比，即

$$zY=F(zK,zL) \tag{9.1.2}$$

（二）产品与服务的供给

假设 9.1.3. 技术不变，即把投入转换产出的能力（生产函数）不变.

生产要素和生产函数共同决定了产品与服务的供给量，而产品与服务的供给量又等于经济的产出

$$Y=F(\overline{K},\overline{L})=\overline{Y} \tag{9.1.3}$$

在本章中，由于假设技术与资本和劳动的供给都是不变的，所以产出也是不变（用 $\overline{Y}$ 表示）.

二、国民收入的分配

经济的总产出等于它的总收入. 因为生产要素和生产函数共同决定了产品与服务的总产出，所以它们**也决定了国民收入**. 循环流程图表明，这一国民收入**通过生产要素市场从企业流向家庭**.

本节讨论这些要素市场如何运行，继续发展经济模型. 考察国民收入在生产要素之间分配的现代理论. 它依赖于**价格调整使供给和需求达到平衡**这一古典的（18 世纪）思想（在这里应用于生产要素市场）和**每一生产要素的需求取决于该要素的边际生产率**这一较新的（19 世纪）思想，后者被称**新古典分配理论**.

（一）要素价格与竞争性企业面临的决策

定义 9.1.4.(要素价格) 支付给每单位生产要素的报酬数量. 在一个只有资本和劳动两种生产要素的经济中，两种要素价格是**资本所有者所收取的租金**和**工人所赚到的工资**.

如下图所示，每种生产要素由于提供服务而得到的价格**由该生产要素的供给和需求决定**. 由于假设经济中的生产要素是固定的，所以下图中**要素的供给曲线是一条垂直线**. 无论要素价格为多少，向市场供给的要素量相等. **向下倾斜的要素需求曲线**与垂直的供给曲线的交点决定了均衡的要素价格.

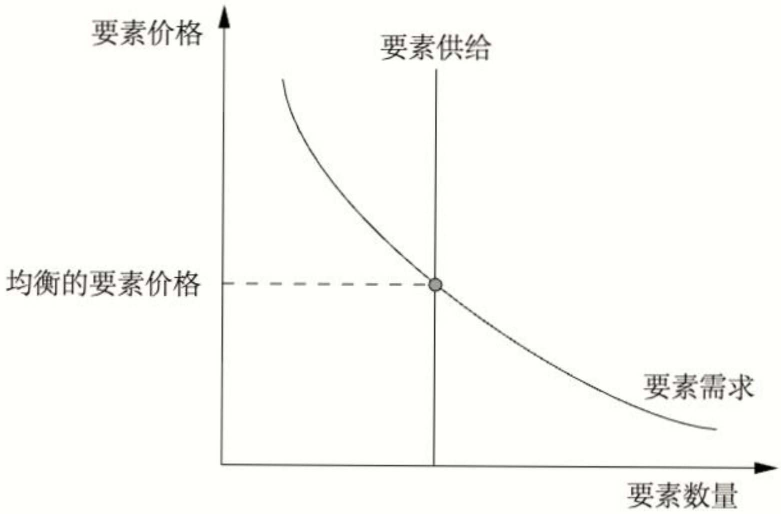


Figure 9.2: 生产要素的报酬如何决定

为了理解要素价格和收入分配，必须考察生产要素的需求. 由于要素需求产生于成千上万家使用资本和劳动的企业，所以从考察一家典型企业使用多少生产要素的决策问题开始.

关于一家典型企业所做的最简单假设是它是**竞争性**的. 竞争性企业将**产出和投入的价格都视为由市场条件决定**. 为了生产产品，企业需要两种生产要素：资本与劳动. 用下面的生产函数代表企业的生产技术

$$Y = F(K, L) \tag{9.1.4}$$

其中，Y 为**生产的产品单位数量**（企业的产出）；K 为**所用的机器数量**（资本的数量）；L 为**企业雇员工作的小时数量**（劳动的数量）. 企业以价格 P 出售其产品，以工资 W 雇用工人，并以租赁价格 R 租用资本. 企业从拥有生产要素的家庭那里获得这两种生产要素.

企业的目标是利润最大化. 利润等于收益减去成本，可以写为

$$\begin{aligned}\pi &= \text{收益} - \text{劳动成本} - \text{资本成本} \\ &= PY - WL - RK = PF(K, L) - WL - RK\end{aligned} \tag{9.1.5}$$

竞争性企业将产品和要素价格视为给定，**选择劳动和资本量**以实现最大的利润.

（二）企业的要素需求

企业将雇用的劳动量和租赁的资本量是使利润最大化的数量，下面具体考虑.

定义 9.1.5.(劳动的边际产量) 在资本量不变的情况下，企业多雇用一单位劳动所得到的额外产量

$$MPL = F(K, L+1) - F(K, L) \tag{9.1.6}$$

性质 9.1.1. 在资本量不变的情况下，随着劳动量的增加，**劳动的边际产量递减**.

如下图，随着劳动量的增加，生产函数变得更加平坦，这表明边际产量递减.

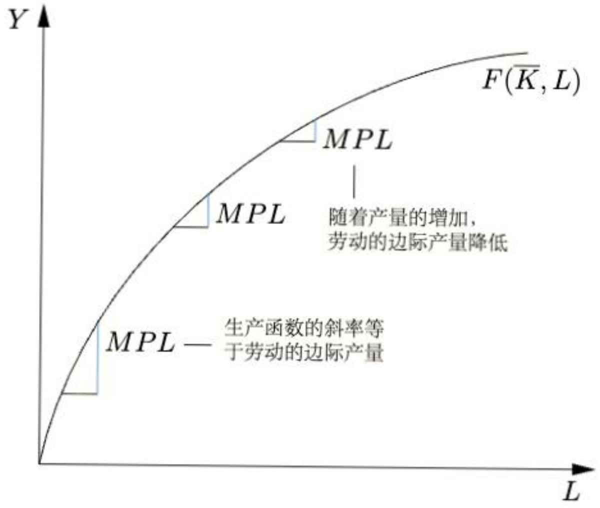


Figure 9.3: 生产函数

当竞争性的、利润最大化的企业决定是否多雇用一单位劳动时，它要考虑这个决策如何影响利润. 也就是说，它比较多雇用一单位劳动生产的产出带来的**额外收益**与多雇用一单位劳动的**额外成本**.

增加一单位劳动所增加的收益取决于两个变量：劳动的边际产量和产品价格. 因为额外的一单位劳动生产了 MPL 单位的产出，而每单位产出以 P 美元的价格出售，所以，**额外的收益是** $P \times MPL$. 多雇用一单位劳动的**额外成本是工资** W. 因此，多雇用一单位劳动带来的利润变化是

$$\Delta\pi = P \times MPL - W \begin{cases} P \times MPL > W \Rightarrow \Delta\pi > 0 \Rightarrow L\text{增加} \\ P \times MPL = W \Rightarrow \Delta\pi = 0 \Rightarrow L\text{不变} \\ P \times MPL < W \Rightarrow \Delta\pi < 0 \Rightarrow L\text{减少} \end{cases} \tag{9.1.7}$$

因此，竞争性企业对劳动的需求是由以下公式决定的：

$$P \times MPL = W \Rightarrow MPL = \frac{W}{P} \tag{9.1.8}$$

其中 $\dfrac{W}{P}$ 是**实际工资**，即用**产出单位**而不是美元衡量的劳动报酬.

定义 9.1.6.(资本的边际产量) 在劳动量不变的情况下，企业多租赁一单位资本所得到的额外产量

$$MPK = F(K+1, L) - F(K, L) \tag{9.1.9}$$

性质 9.1.2. 在劳动量不变的情况下，随着资本量的增加，**资本的边际产量递减**.

类似地，多租赁一单位资本带来的利润变化是

$$\Delta\pi = P \times MPK - R \begin{cases} P \times MPK > R \Rightarrow \Delta\pi > 0 \Rightarrow K\text{增加} \\ P \times MPK = R \Rightarrow \Delta\pi = 0 \Rightarrow K\text{不变} \\ P \times MPK < R \Rightarrow \Delta\pi < 0 \Rightarrow K\text{减少} \end{cases} \tag{9.1.10}$$

因此，竞争性企业对劳动的需求是由以下公式决定的：

$$P \times MPK = R \Rightarrow MPK = \frac{R}{P} \tag{9.1.11}$$

其中 $\frac{R}{P}$ 是**实际租赁价格**，即用**产出单位**而不是美元衡量的租赁价格.

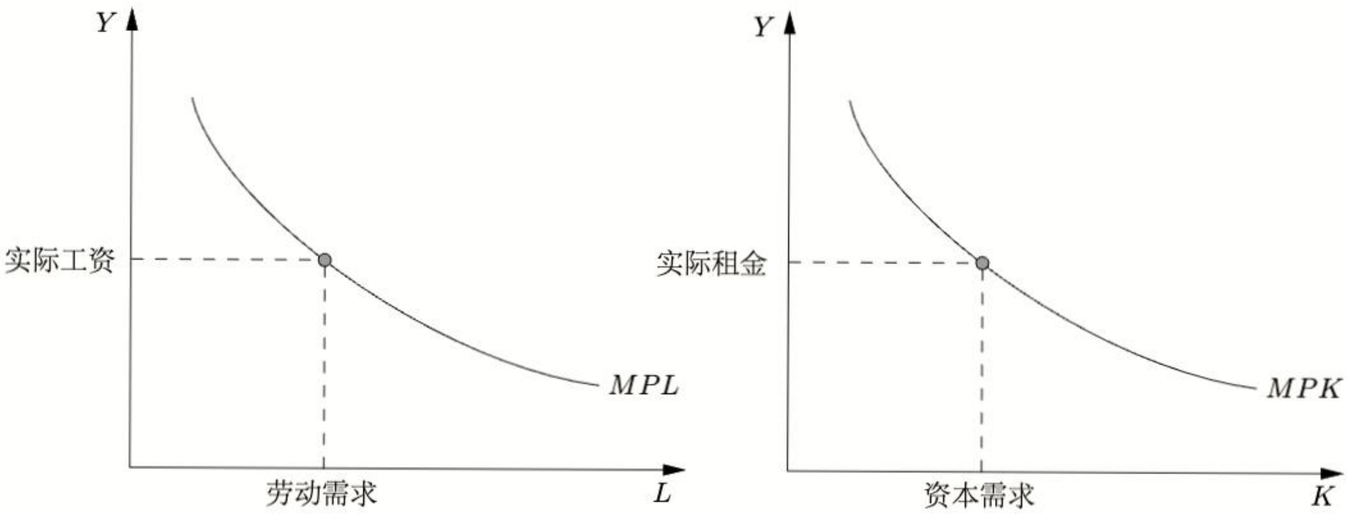


Figure 9.4: 劳动和资本的边际产量曲线

总之，竞争性的、追求利润最大化的企业关于雇用多少劳动和租用多少资本的决策都遵循一个简单的规则：**企业需要每一种生产要素，直到该要素的边际产量减少到等于其实际要素价格为止**，即

$$MPL = \frac{W}{P} \quad \text{且} \quad MPK = \frac{R}{P} \tag{9.1.12}$$

（三）国民收入的分配

在分析了企业如何决定每种生产要素的使用数量之后，就可以解释**生产要素市场如何分配经济的总收入**. 如果经济中的所有企业都是竞争性的和追求利润最大化的，那么，**每种生产要素的报酬等于它对生产过程的边际贡献**. 企业支付了生产要素报酬之后留下来的收入是企业所有者的**经济利润**

$$\pi_{\text{经济}} = Y - (MPL \times L) - (MPK \times K) \xrightarrow{\text{收入分配}} Y = (MPL \times L) + (MPK \times K) + \pi_{\text{经济}} \tag{9.1.13}$$

总收入被划分为劳动回报（$MPL \times L$）、资本回报（$MPK \times K$）以及经济利润.

> **定理 9.1.1.(欧拉定理)** 如果生产函数具有规模报酬不变的性质，那么
>
> $$F(K, L) = MPK \times K + MPL \times L \tag{9.1.14}$$

证明. 由规模报酬不变的定义

$$F(zK, zL) = zF(K, L)$$

在上式两端同时对 z 求导，得

$$F_1(zk,zL)K+F_2(zk,zL)L=F(K,L)$$

式中，F_1,F_2 为对函数的第一个和第二个自变量的偏导数，等于边际产量. 将这个表达式在 $z=1$ 处取值

$$F_1(K,L)K+F_2(K,L)L=F(K,L) \quad \blacksquare$$

换言之，规模报酬不变、利润最大化以及竞争性加在一起意味着经济利润为零.

笔记. 经济利润为零，而经济中的"利润"存在. 这是因为，平常所用的"利润"一词不同于经济利润. 前文已经假设存在三种类型的主体：工人、资本所有者和企业所有者，总收入被划分为工资、资本回报和经济利润. 但是，在现实世界中，大多数企业拥有而不是租赁它们所使用的资本.

由于企业所有者和资本所有者二者合一，所以经济利润和资本回报也往往混在一起. 定义

$$\text{会计利润}=\text{经济利润}+(MPK\times K) \tag{9.1.15}$$

如果前文的假设近似地描述了世界，那么国民收入核算中的"利润"主要应该是资本回报.

定义 9.1.7.(柯布—道格拉斯生产函数)

$$Y=AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{9.1.16}$$

式中，A 为一个大于 0 的参数，它衡量可利用技术的生产率；α 为介于 0 和 1 之间的一个常数，它衡量收入中有多少份额分配给资本，有多大份额分配给劳动

$$MPK\times K=\alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha}\cdot K=\alpha Y\Rightarrow\frac{MPK\times K}{Y}=\alpha \tag{9.1.17}$$

$$MPL\times L=(1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha}\cdot L=(1-\alpha)Y\Rightarrow\frac{MPL\times L}{Y}=1-\alpha \tag{9.1.18}$$

- 规模报酬不变.

  证明. $F(zK,zL)=A(zK)^{\alpha}(zL)^{1-\alpha}=Az^{\alpha+(1-\alpha)}K^{\alpha}L^{1-\alpha}=zAK^{\alpha}L^{1-\alpha}=zF(K,L).$ $\blacksquare$

- 边际产量递减.

  证明. $MPK=\alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha}=\alpha A\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha}, MPL=(1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha}=(1-\alpha)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}.$ $\blacksquare$

- 经济利润为零.

  证明. $MPK\cdot K+MPL\cdot L=\alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha}\cdot K+(1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha}\cdot L=(1-\alpha)AK^{\alpha}L^{-\alpha}\cdot L$

$$=\alpha AK^{\alpha}L^{1-\alpha}+(1-\alpha)A^{\alpha}L^{1-\alpha}=AK^{\alpha}L^{1-\alpha}=Y \quad \blacksquare$$

例 9.1.1

假定中世纪欧洲的生产函数是 $Y=K^{0.5}L^{0.5}$，其中 K 是土地数量，L 是劳动数量. 该经济一开始有 100 单位土地和 100 单位劳动. 用计算器和本节的方程求出以下每个问题的答案：

(1) 该经济生产多少产出？工资和土地租赁价格是多少？劳动收到的产出份额是多少？

(2) 如果有一半的人口因为一场瘟疫而病死了，那么新的产出水平是多少？新的工资和土地租赁价格是多少？劳动现在收到的产出份额是多少？

解答. **(1)** $K=100, L=100$，故该经济的产出水平为

$$Y=K^{0.5}L^{0.5}=100^{0.5}\times 100^{0.5}=100$$

工资和土地的租赁价格为

$$MPL=0.5K^{0.5}L^{-0.5}=0.5\times 100^{0.5}\times 100^{-0.5}=0.5$$
$$MPK=0.5K^{-0.5}L^{0.5}=0.5\times 100^{-0.5}\times 100^{0.5}=0.5$$

劳动收到的产出份额为

$$\frac{MPL\times L}{Y}=\frac{0.5\times 100}{100}=0.5$$

(2) 如果有一半的人口因为一场瘟疫而病死了，新的产出水平为

$$Y=K^{0.5}L^{0.5}=100^{0.5}\times 50^{0.5}\approx 70.71$$

新的工资和土地租赁价格为

$$MPL=0.5K^{0.5}L^{-0.5}=0.5\times 100^{0.5}\times 50^{-0.5}\approx 0.71$$
$$MPK=0.5K^{-0.5}L^{0.5}=0.5\times 100^{-0.5}\times 50^{0.5}\approx 0.35$$

劳动现在收到的产出份额为

$$\frac{MPL\times L}{Y}=\frac{0.7071\times 50}{70.71}=0.5 \quad ■$$

三、产品与服务的需求

一个不与其他国家进行贸易往来的国家，即**封闭经济**中，生产的产品与服务有三种用途：生产（C）、投资（I）和政府购买（G）. GDP 的这三个组成部分可以表示为国民收入核算恒等式

$$Y=C+I+G \tag{9.1.19}$$

家庭消费经济的部分产出；企业和家庭把一部分产出用于投资；政府为公共目的购买部分产出.

（一）消费

家庭得到的收入等于经济的产出 Y. 政府向家庭征收税额 T. 把支付了所有税收之后的收入 $Y-T$ 定义为**可支配收入**. 家庭把他们的可支配收入在**消费和储蓄**之间进行划分.

定义 9.1.8.(消费函数) 假设消费水平直接取决于可支配收入水平. 可支配收入越高，消费也越多

$$C=C(Y-T) \tag{9.1.20}$$

该式说明，消费是可支配收入的函数. 消费和可支配收入之间的关系称为消费函数.

定义 9.1.9.(边际消费倾向) 当可支配收入增加 1 美元时消费的变化量

$$MPC=C(Y-T+1)-C(Y-T) \tag{9.1.21}$$

MPC 介于 0 和 1 之间. 因此，如果家庭得到了额外的 1 美元收入，它们会储蓄一部分.

（二）投资

企业和家庭都购买投资品. 企业购买投资品是为了**增加它们的资本存量和替代现有的耗损了的资本**. 家庭**购买新住房**，这也被认为是投资品.

投资品的需求量取决于**利率**，利率衡量了**为投资而融资的资金成本**. 一个投资项目要想有利可图，**它的回报**（从未来产品与服务的增加部分中得到的收益）**必须大于其成本**（为借入的资金支付的利息）.

如果**利率上升**，融资就会更贵，有利可图的投资项目就会减少，投资品的**需求量也就随之减少**.

> **定义 9.1.10.(名义利率)** 通常所报道的利率，是投资者为借入资金支付的利率.

> **定义 9.1.11.(实际利率)** 对**通货膨胀**效应进行校正后的名义利率.

> **定义 9.1.12.(投资函数)** 把投资量 I 与实际利率 r 联系在一起的方程
>
> $$I = I(r) \tag{9.1.22}$$
>
> 投资取决于实际利率，这是因为利率是借款的成本；**投资函数向下倾斜**.

（三）政府购买

联邦政府购买枪支、导弹以及政府雇员的服务. 地方政府购买图书馆的书籍，建立学校，雇用教员. 各级政府都修建道路和其他公共工程. **所有这些交易构成了政府对产品与服务的购买**.

政府支出的另一种类型为对家庭的**转移支付**，例如给穷人的公共援助和给老年人的社会保障支付. 与政府购买不同，进行转移支付**不是为了交换经济的部分产品与服务的产出**，因此**不包括在变量 G 中**.

转移支付对产品与服务的需求有着间接影响. 转移支付与税收是相反的：税收减少可支配收入，**转移支付增加可支配收入**. 因此，通过增税融资而增加的转移支付使可支配收入不变. 现在可以把 T 的定义修改等于**税收减去转移支付**. 可支配收入 $Y—T$ 既包括税收的负效应，也包括**转移支付的正效应**.

对政府购买和税收水平的选择被称**财政政策**. 如果 $G = T$，那么政府有**平衡的预算**；如果 $G > T$，那么政府就有**预算赤字**，要通过发行政府债券（通过在金融市场上借款）来为这种赤字融资；如果 $G < T$，政府就有预算英语，政府可以使用盈余偿还部分未清偿债务.

这里，把政府购买和税收作为外生变量. 为了表示这些变量是固定的，不由国民收入模型决定，写为

$$G = \overline{G} \quad 和 \quad T = \overline{T} \tag{9.1.23}$$

这里，内生变量是**消费、投资和利率**.

四、产品与服务的均衡

有两种方法可用来考虑利率在经济中的作用. 可以考虑利率如何影响**产品或服务的供给和需求**；或者也可以考虑利率如何影响**可贷资金的供给和需求**. 这两种方法是同一枚硬币的两面.

（一）产品与服务市场的均衡

生产要素和生产函数决定了向经济**供给**的产出量

$$Y = F(\overline{K}, \overline{L}) = \overline{Y} \tag{9.1.24}$$

对经济中产出的**需求**来自消费、投资和政府购买. 消费取决于**可支配收入**；投资取决于**实际利率**；政府购买和税收是由财政政策制定者设定的**外生变量**. 把消费函数和投资函数代入国民收入核算恒等式，得到

$$Y = C + I + G = C(Y - T) + I(r) + G \tag{9.1.25}$$

由于变量 G 和 T 是由政策固定的，产出 Y 是由生产要素和生产函数固定的，所以

$$\overline{Y} = C(\overline{Y} - \overline{T}) + I(r) + \overline{G} \tag{9.1.26}$$

上式表明，产出的供给等于其需求，需求是消费、投资和政府购买之和.

利率 r 是上述方程中唯一尚未决定的变量，这是因为利率还有一个重要的作用需要发挥：它必须进行调整，确保产品的需求等于供给. **在均衡利率下，产品与服务的需求等于供给**. 为了研究利率如何达到使产品与服务的供给和需求实现平衡的水平，考虑如何把**金融市场**结合进来.

（二）金融市场的均衡

把国民收入核算恒等式改写为

$$Y - C - G = I \tag{9.1.27}$$

其中，$Y - C - G$ 这一项是满足了消费者和政府需求后剩余的产出，称为**国民储蓄**（saving, S）. 在这种形式下，国民收入核算恒等式表明**储蓄等于投资**.

为了更充分地理解这个恒等式，把国民储蓄分为两部分：**私人部门的储蓄**和**政府储蓄**

$$S = (Y - T - C) + (T - G) = I \tag{9.1.28}$$

其中，$Y - T - G$ 为可支配收入减去消费，即**私人储蓄**；$T - G$ 为政府收入减去政府支出，即**公共储蓄**. **金融市场中流入的流量（私人与公共储蓄）必定与流出的流量（投资）平衡**.

为了理解利率如何使金融市场达到均衡，把消费函数与投资函数代入国民收入核算恒等式

$$Y - C(Y - T) - G = I(r) \tag{9.1.29}$$

由于变量 G 和 T 是由政策固定的，产出 Y 是由生产要素和生产函数固定的，所以

$$\overline{Y} - C(\overline{Y} - \overline{T}) - \overline{G} = I(r) \Rightarrow \overline{S} = I(r) \tag{9.1.30}$$

上式左边表示国民储蓄取决于收入 Y 及财政政策变量 G, T，对于固定的 Y, G, T 值，国民储蓄 S 也是固定的；该式右边表示投资取决于利率. **利率调整使储蓄与投资平衡**.

储蓄和投资可以用供给和需求来解释："产品"是可贷资金，其"价格"是利率；储蓄是可贷资金的供给，投资是可贷资金的需求. 由于投资取决于利率，**可贷资金的需求量也取决于利率**. 如下图，垂直线代表储蓄，向右下方倾斜的线代表投资，这两条曲线的交点决定了均衡利率.

利率将进行调整，直到企业想要投资的量等于家庭想要储蓄的量为止. 均衡利率位于投资和储蓄两条曲线的相交处. 在均衡利率，**家庭储蓄的意愿与企业投资的意愿平衡，可贷资金的供给量等于需求量**.

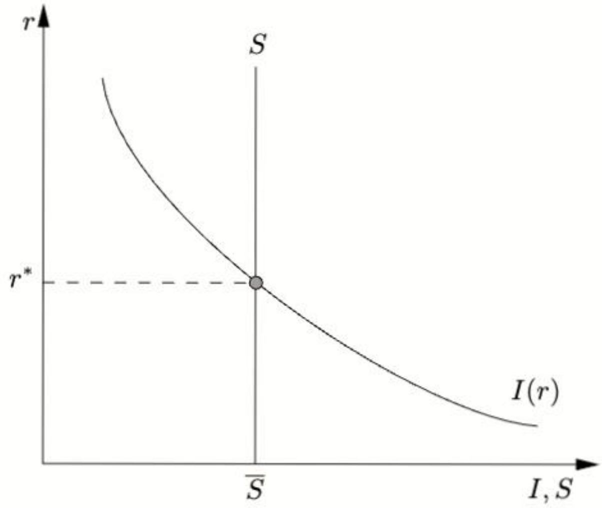


Figure 9.5: 储蓄、投资和利率

例 9.1.2

考虑由下列方程描述的一个经济：

$$
\begin{aligned}
&Y = C + I + G \\
&Y = 8000, G = 2500, T = 2000 \\
&C = 1000 + \frac{2}{3}(Y - T) \\
&I = 1200 - 100r
\end{aligned}
$$

(1) 在这一经济中，计算私人储蓄、公共储蓄和国民储蓄，并找出均衡利率；

(2) 现在假定 G 减少了 500. 计算私人储蓄，公共储蓄和国民储蓄，并找出新的均衡利率.

解答. **(1)** 私人储蓄、公共储蓄和国民储蓄

$$
\begin{aligned}
&S_{\text{私人}} = Y - T - C(Y - T) = 8000 - 2000 - \left[1000 + \frac{2}{3}(8000 - 2000)\right] = 1000 \\
&S_{\text{公共}} = T - G = 2000 - 2500 = -500 \\
&S_{\text{国民}} = S_{\text{私人}} + S_{\text{公共}} = 1000 + (-500) = 500
\end{aligned}
$$

均衡利率使可贷资金市场出清

$$S = I \Rightarrow 500 = 1200 - 100r \Rightarrow r = 7$$

(2) G 减少 500，私人储蓄保持不变，而公共储蓄下降

$$
\begin{aligned}
&S_{\text{私人}} = 1000 \\
&S_{\text{公共}} = T - G = 2000 - (2500 - 500) = 0 \\
&S_{\text{国民}} = S_{\text{私人}} + S_{\text{公共}} = 1000 + 0 = 1000 \\
&S = I \Rightarrow 1000 = 1200 - 100r \Rightarrow r = 2 \quad ■
\end{aligned}
$$

（三）比较静态分析

政府购买增加：在**产品和服务市场**上，政府购买的增加（$G\uparrow$）必定伴随着投资的等量减少（$I\downarrow$）和利率的上升（$r\uparrow$），即政府购买**挤出**了投资；在**可贷资金市场**上，政府购买的增加（$G\uparrow$）并没有伴随着税收的增加（$T-$），所以政府要通过减少公共储蓄（$S_{公共}\downarrow$）来为增加的支出融资，由于私人储蓄不变（$S_{私人}-$），所以这种政府贷款减少了国民储蓄（$S\downarrow$），从而使可贷资金的供给向左移动，均衡利率上升（$r\uparrow$）.

税收减少：税收减少 ΔT（$T\downarrow$），可支配收入增加 ΔT，消费增加 $MPC\times\Delta T$（$C\uparrow$），国民储蓄减少（$S\downarrow$）的量等于消费增加的量，从而使可贷资金供给向左移动，这提高了均衡利率（$r\uparrow$）并挤出了投资.

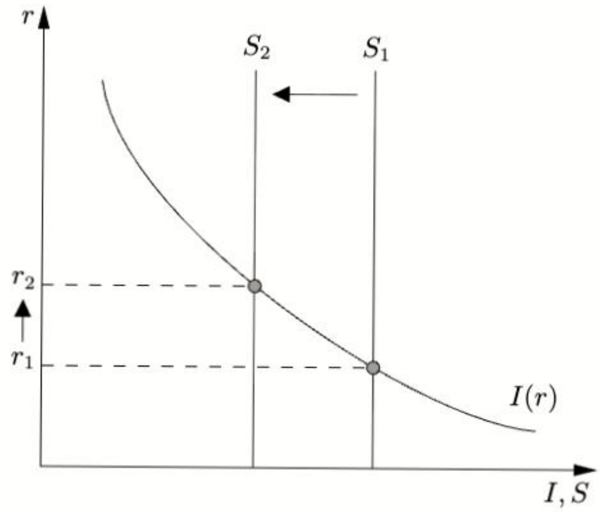


Figure 9.6: 比较静态分析：储蓄的变动

投资需求增加：可能原因是技术创新或政府通过税法鼓励. 投资需求（可贷资金需求）增加，投资曲线向右移动，均衡利率上升（$r\uparrow$）. 由于储蓄量（可贷资金供给）是固定的，均衡的投资量不变.

储蓄取决于利率时，投资需求增加：由于利率是储蓄的回报，所以更高的利率可能会减少消费并增加储蓄，从而储蓄曲线将向右上方倾斜. 此时，投资需求的增加提高了均衡利率和均衡投资量.

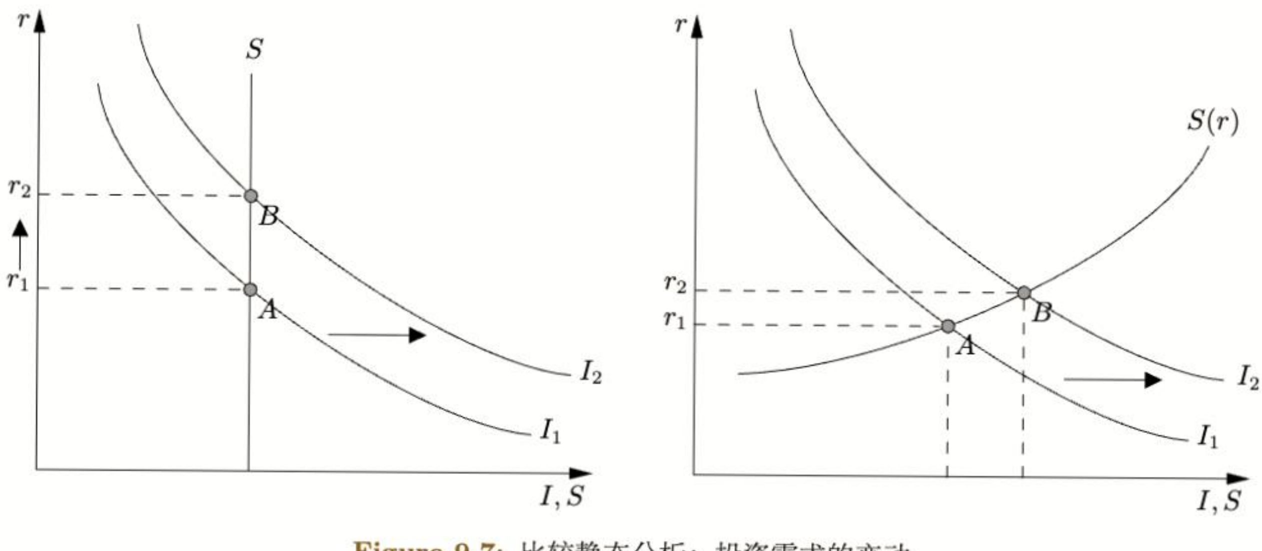


Figure 9.7: 比较静态分析：投资需求的变动

第二节 货币系统

宏观经济政策的两个武器是**货币政策和财政政策**. 财政政策包括政府关于**支出和税收**的决策，货币政策是指关于**一国硬币、通货和银行体系**的决策. 货币政策是由**中央银行**做出的，其一般是民选代表设立的，但允许其独立运作. 这种政策制定机构对世界各地人们的生活和生计会产生重大影响.

本节开始对货币政策进行分析，讨论三个相关的问题：第一，什么是货币？第二，一国的**银行体系**在决定该经济中的货币量上的作用是什么？第三，一国的**中央银行**如何影响银行体系和货币供给？

一、货币

对一个经济学家来说，货币并不是指所有财富，只是财富的一种类型：**货币**是**可以很容易地用于交易的资产存量**. 大体上说，公众手中的货币构成一个经济的货币存量.

（一）货币的职能

> **性质 9.2.1.(价值储藏手段)** 货币提供了一种把购买力从现在转移到未来的方式.

货币不是一种完美的价值储藏手段：如果价格上升，用任何既定数量的货币所能购买到的产品量就减少了. 尽管如此，人们还是持有货币，因为他们可以在未来某个时间用货币交换产品与服务.

> **性质 9.2.2.(计价单位)** 货币提供了人们用于标记价格和记录债务的度量单位.

货币是衡量经济交易的标尺.

> **性质 9.2.3.(交换媒介)** 货币是人们用于购买产品与服务的东西.

一种资产可以转变交换媒介和用于交换其他东西（产品、服务或资本资产）的容易程度被称该资产的**流动性**. 由于货币是交换媒介，它是**经济中流动性最高的资产**.

（二）货币的类型

> **定义 9.2.1.(法定货币)** 没有内在价值的货币. 因为它是由政府的规定或法令确定为货币的.

> **定义 9.2.2.(商品货币)** 把有某种内在价值的商品作为货币. 最普遍的商品货币的例子是黄金，当人们把黄金作为货币时（或者使用可兑换黄金的纸币时），该经济被认为是在实行**金本位制**.

（三）如何控制货币量

> **定义 9.2.3.(货币供给)** 一个经济中可用的货币量.

笔记. 在一个商品货币体系中，即为那种商品的数量.

定义 9.2.4.(货币政策) 政府对货币供给的控制.

笔记. 在一个使用法定货币的经济中，**政府控制货币供给**：法律约束赋予了政府发行货币的垄断权.

在大多数国家，货币政策委托给一个称中央银行的部分独立的机构. 美国的中央银行是**美联储**（Fed）. 关于货币政策的决策是由美联储的公开市场委员会做出的，他们讨论并制定货币政策.

传统上，美联储控制货币供给的主要方法是通过**公开市场操作**（**买卖政府债券**）. 当美联储想**增加货币供给**时，它用美元从公众那里**购买政府债券**，由于**美元从美联储流入公众手中**，这种购买**增加了流通中的货币量**；相反，当美联储想**减少货币供给**时，它从自己的资产组合中**出售一些政府债券**，这种债券的公开市场出售就**从公众手中拿走了部分美元**，因此，**减少了流通中的货币量**.

（四）如何衡量货币量

由于货币是用于交易的资产的存量，所以货币量是那些**资产的数量**.

在**简单经济**中，这一数量很容易衡量. 但在**更为复杂的经济中**，因为**没有一种单一的资产用于所有交易**，人们可以用各种资产（例如钱包里的现金或支票账户里的存款）进行交易.

定义 9.2.5.(通货) 未清偿的纸币与硬币之和，大多数日常交易使用通货作为交换媒介.

定义 9.2.6.(活期存款) 人们在自己支票账户上持有的资金.

一旦承认在衡量货币存量时要包括活期存款的逻辑，许多其他资产就成力可包括在内的候选者. 由于判断哪些资产应该被包括在货币存量中很困难，所以就出现了不止一个衡量指标.

美联储计算美国经济货币存量的三个衡量指标为：

符号	包含的资产
C	通货
$M1$	$C+$ 活期存款 $+$ 旅行支票 $+$ 其他可签发支票的存款
$M2$	$M1+$ 货币市场共同基金余额 $+$ 储蓄存款 $+$ 小额定期存款

二、银行在货币系统中的作用

上一小节以一种高度简化的方式介绍了“货币供给”的概念，把货币量定义**公众手中持有的美元数量**，假设**美联储通过公开市场操作改变流通中的美元数量**来控制货币供给. 尽管这种解释对于理解什么决定了货币供给是一个好的起点，但并不完全，因它忽略了**银行体系在这一过程中的作用**.

事实上，货币供给不仅由**美联储的政策**决定，而且由**家庭（它们持有货币）和银行（货币被存放在银行中）的行为**决定. 货币供给既包括公众手中的**通货**，又包括家庭存放在银行中在交易需要时可以使用的**存款**（比如支票账户余额）. 如果 M 代表货币供给，C 代表通货，D 代表活期存款，则

$$\text{货币供给}M = \text{通货}C + \text{活期存款}D \tag{9.2.1}$$

（一）准备金制度

> **定义 9.2.7.(准备金)** 银行收到的但没有贷放出去的存款.

最初，假定银行**接受存款但不进行贷款**. 银行的唯一目的是为储户提供一个**保存货币的安全场所**.

> **定义 9.2.8.(百分之百准备金银行制度)** **所有存款**都作为准备金持有：银行只是接受存款，把货币作为准备金，直到储户提款或依据余额签发支票为止.

假定家庭把经济的全部 1000 美元存入银行，那么该银行的**资产负债表**如下：其中，银行的资产是它作为准备金持有的 1000 美元；银行的负债是它欠储户的 1000 美元. 因为这家银行不放贷，因此它没有从自己的资产中赚到利润，因而它很可能向储户收取少量费用，以弥补其成本.

资产负债表

资产	负债
准备金 1000 美元	存款 1000 美元

考虑这个经济中的货币供给. 在该银行创立之前，货币供给是 1000 美元通货；在该银行创立之后，货币供给是 1000 美元活期存款. 在银行中存入 1 美元就减少了 1 美元通货而增加了 1 美元存款，因此货币供给保持不变. 如果银行行把百分之百的存款作为准备金，那么**银行体系就不影响货币供给**.

> **定义 9.2.9.(部分准备金银行制度)** 银行只把它们的**部分存款**作为准备金，开始将部分存款放贷. 其得到的好处是：它们可以对贷款收取利息.

银行必须在手头持有一定的准备金，以便**储户要提款的任何时候都有准备金可以用**. 但只要**新存款的数量接近提款数量**，银行就不必把所有存款都作为准备金. 下面是银行发放贷款后的资产负债表：

资产负债表

资产	负债
准备金 1000 美元 贷款 800 美元	存款 1000 美元

这个资产负债表假设存款准备金率（存款中用作准备金的比率）是 20%. 银行把 1000 美元存款中的 200 美元作为准备金，并货出其余的 800 美元. 注意：当该银行放出这笔贷款时，它就**增加了 800 美元的货币供给**. 在发放贷款之前，货币供给是 1000 美元，等于银行中的存款；在发放贷款之后，货币供给是 1800 美元：**储户仍然有 1000 美元活期存款**，但现在**借款人持有 800 美元通货**.

因此，在一个部分准备金银行体系中，**银行创造了货币**. 货币的创造不会停止在第一银行，如果借款人把 800 美元存在另一家银行中，货币创造的过程就会继续下去. **这个过程会一直继续下去**，伴随着每一次存款和随后的贷款，**更多的货币被创造出来了**. 虽然这个货币创造过程可以永远继续下去，但是它并不能创造无限数量的货币. 令 rr 代表存款准备金率，初始的 1000 美元创造的货币量是

$$1000 \times [1 + (1-rr) + (1-rr)^2 + (1-rr)^3 + \cdots] = 1000\sum_{i=1}^{\infty}(1-rr)^{i-1} = \frac{1000}{rr} \tag{9.2.2}$$

银行体系创造货币的能力是银行**与其他金融机构之间的主要差别**. 金融市场的重要功能是把经济中的资源从那些希望**把自己部分收入储蓄起来供未来使用**的家庭转移到希望**借款来购买用于未来生产的投资品**

的家庭和企业手中. 从储蓄者向借款者转移资金的过程被称为**金融中介化**. 然而，在这些金融机构中，只有银行在法律上有权创造作为货币供给一部分的资产. 因此，银行是唯一直接影响货币供给的金融机构.

尽管部分准备金银行制度体系**创造了货币**，但它**并没有创造财富**. 当一家银行贷出一部分准备金时，它给了借款人进行交易的能力，从而增加了货币供给. 但是，借款人**承担了对银行的债务义务**，因此贷款并没有使他们变得更富有. 换言之，银行体系的货币创造过程**增加了经济的流动性**，但**并没有增加经济的财富**.

（二）银行资本、杠杆和资本要求

> **定义 9.2.10.(银行资本)** 开办银行有资本方面的要求. 也就是说，银行的所有者必须有一些金融资源才能开业. 这些资源被称为**银行资本**，或者等价地，称该银行的**所有者权益**.

下面是一个看起来更现实的银行资产负债表：

资产负债表

资产		负债	
准备金	200 美元	存款	750 美元
贷款	500 美元	债务	200 美元
证券	300 美元	资本	50 美元

银行**从三个渠道获得资源**：所有者提供资本、从客户手里吸收存款和通过发行债务向投资者募集资金；**以三种方式来利用这些资源**：一些作为准备金持有；一些被用于发放银行贷款；一些被用来购买金融证券. 考虑到每种资产的风险和回报以及限制银行选择的各种监管，银行把资源分配到这些资产类别中. 根据定义，所有者权益的数值等于**银行资产（准备金、贷款和证券）的数值减去其负债（存款和债务）的数值**.

银行体系的基础是一种称**杠杆**的现象：

> **定义 9.2.11.(杠杆)** 出于投资的目的，使用借来的钱补充现有的资金.

> **定义 9.2.12.(杠杆率)** 银行的总资产与银行资本（所有者权益）之比.

在上面的资产负债表中，杠杆率是 $\dfrac{1000}{50} = 20$. 这意味着**对于银行所有者所投入的每 1 美元资本，银行拥有 20 美元的资产**. 在这 20 美元资产中，有 19 美元是通过借来的钱（接受存款或发行债务）融资的.

由于杠杆的存在，在艰难时期，银行会很快地丧失资本. 在上面的例子中，如果银行的资产价值仅仅下降 5%，那么 1000 美元的资产现在仅值 950 美元. 因为银行欠储户和债务持有者，因此**所有者权益的价值降到 0**. 也就是说，当杠杆率是 20 时，**银行资产价值 5% 的下降将会导致银行资本 100% 的下降**；如果资产的价值下降超过 5%，那么**资产就会下降到少于债务**，从而使银行资本成为负数，这时银行**资不抵债**.

在没有存款保险时，对于银行资本可能耗尽从而**储户可能得不到全额偿付**的恐惧是产生银行挤兑的原因. 银行监管机构要求银行必须持有足够的资本，其目标是保证**银行能够偿付它们的储户和其他债权人**.

三、中央银行如何影响货币供给

考察中央银行如何影响银行体系和货币供给做好了准备，这种影响是货币政策的本质.

（一）货币供给模型

为了理解是什么决定了部分准备金银行制度下的货币供给，需要考虑美联储、银行和家庭决策之间的**相互作用**：**美联储**关于**创造多少美元**的决策；**银行**关于**将存款作为准备金持有还是作贷款放贷**的决策；**家庭**关于**将它们的货币以通货还是活期存款的形式持有**的决策．建立一个包括所有这些因素的模型：

定义 9.2.13.(基础货币，monetary base, B) 公众以通货形式持有的美元 C 和银行以准备金形式持有的美元 R 的总量，即 $B=C+R$. 它由美联储直接控制.

定义 9.2.14.(存款准备金率，reserve-deposit ratio, rr) 银行持有的准备金占存款的比例，即 $rr=R/D$. 它由银行的经营政策和监管银行的法律决定.

定义 9.2.15.(通货存款比，currency-deposit ratio, cr) 人们持有的通货量 C 对其活期存款量 D 的比例，即 $cr=C/D$. 它反映了家庭对其希望持有的货币形式的偏好.

货币供给是通货与活期存款之和，基础货币是通货与准备金之和，即

$$M=C+D \tag{9.2.3}$$

$$B=C+R \tag{9.2.4}$$

用第一个方程除以第二个方程，得到

$$\frac{M}{B}=\frac{C+D}{C+R}=\frac{\frac{C}{D}+1}{\frac{C}{D}+\frac{R}{D}}=\frac{cr+1}{cr+rr} \tag{9.2.5}$$

$$\Rightarrow M=\frac{cr+1}{cr+rr}\times B \xlongequal{def} m\times B \tag{9.2.6}$$

其中，比例因子 $\dfrac{cr+1}{cr+rr}$ 用 m 来表示，称为**货币乘数**，即 $M=m\times B$，其含义为：每 1 美元基础货币产生 m 美元货币．由于基础货币对货币供给有**乘数效应**，所以基础货币有时被称为**高能货币**.

笔记. 考察三个外生变量（基础货币、存款准备金率和通货存款比）的变动如何引起货币供给变动：

1. $M=m\times B$，即货币供给与基础货币是成比例的；
2. $\dfrac{\partial m}{\partial rr}=-\dfrac{cr+1}{(cr+rr)^2}<0$，即存款准备金率的下降提高了货币乘数，增加了货币供给；
3. $\dfrac{\partial m}{\partial cr}=\dfrac{rr-1}{(cr+rr)^2}<0$，即通货存款比的下降提高了货币乘数，增加了货币供给.

例 9.2.1

某个经济的基础货币 1000 张面值 1 美元的钞票．计算下列情形的货币供给：

(1) 所有货币都作为通货持有；

(2) 所有货币都作为活期存款持有，银行持有 100% 的存款作为准备金；

(3) 所有货币都作为活期存款持有，银行持有 20% 的存款作为准备金；

(4) 人们持有相同数量的通货和活期存款，银行持有 20% 的存款作为准备金.

解答. **(1)** 由题，$B=1000$. 所有货币都作为通货持有

$$R=0, C=B-R=1000-0=1000 \Rightarrow M=C+D=C+\frac{R}{rr}=1000+\frac{0}{rr}=1000$$

(2) 所有货币都作为活期存款持有，存款准备金率 $rr=100\%$

$$C=0, R=B-C=1000-0=1000 \Rightarrow M=C+D=C+\frac{R}{rr}=0+\frac{1000}{100\%}=1000$$

(3) 所有货币都作为活期存款持有，存款准备金率 $rr=20\%$

$$C=0, R=B-C=1000-0=1000 \Rightarrow M=C+D=C+\frac{R}{rr}=0+\frac{1000}{20\%}=5000$$

(4) 通货存款比 $cr=1$，存款准备金率 $rr=20\%$

$$M=m\times B=\frac{cr+1}{cr+rr}\times B=\frac{1+1}{1+20\%}\times 1000\approx 1666.67 \quad ■$$

（二）货币政策工具

尽管**美联储直接控制货币供给**这一简化是适当的，但实际上美联储是**通过多种工具间接地控制货币供给**的. 这些工具可以被分成两大类：一类影响**基础货币**，另一类**影响存款准备金率从而影响货币乘数**.

1. 改变基础货币

(1) 公开市场操作：**美联储对政府债券的买卖**. 当美联储从公众手中**购买**债券时，它为债券支付的美元就**增加了基础货币**，从而**增加了货币供给**；当美联储向公众**出售**债券时，它收到的美元就**减少了基础货币**，从而**减少了货币供给**. 公开市场操作是美联储传统上**最经常使用的**政策工具.

(2) 贴现率：**美联储也通过将储备金借给银行来改变基础货币**. 当银行认它们手头没有充足的准备金时，它们就从美联储借款，以满足银行监管机构、应对储户提款、发放新贷款或满足其他业务经营要求. 银行可以通过多种方式从美联储借款. 传统上，银行在美联储的所谓贴现窗口借款. **贴现率**是**美联储在这些贷款上收取的利率**. **贴现率越低，所借的准备金越便宜，银行在美联储贴现窗口所借的资金就越多**. 因此，**贴现率的下降增加了基础货币和货币供给**.

2. 影响存款准备金率从而影响货币乘数

(1) 法定准备金率：**美联储施加给银行的最低存款准备金率**. **法定准备金率的上升往往会提高存款准备金率，从而降低货币乘数和货币供给**. 可是，银行可能持有**超额准备金**，即高于最低要求的准备金. 法定准备金率的变动在历史上是美联储的政策工具中**使用频率最低的**[1].

(2) 准备金利息：当一家银行以在美联储存款的形式持有准备金时，**美联储就开始为这些存款向该银行支付利息**. 这一变化给美联储提供了又一种影响经济的工具. **准备金利率越高，银行将选择持有的准备金就越多**. 因此，**准备金利率的上升将倾向于提高存款准备金率、降低货币乘数和货币供给**. 对准备金支付的利率可以说是近些年里**最重要的**货币政策工具.

[1] 2020 年 3 月，美联储完全取消了法定准备金率要求.

第三节 通货膨胀

本节考察关于通货膨胀的**起因、影响和社会成本**的古典理论.

首先，通货膨胀是**平均价格水平的上升**，而价格是**货币交换产品或服务的费用**. 为了理解通货膨胀，必须理解货币. 本节说明：货币量决定了价格水平，货币量增长率决定了通货膨胀率.

其次，通货膨胀对经济有许多影响，主要关注：政府通过发行货币能得到的收益，即**通货膨胀税**；通货膨胀如何影响**名义利率**？以及，名义利率如何影响人们希望持有的货币量，从而影响**价格水平**？

此外，在分析了通货膨胀的起因和影响之后，考虑**通货膨胀的社会成本**，包括预期的和未预期的两种. 最后，讨论**恶性通货膨胀**这种特殊情形，因为其清晰地阐明了通货膨胀的起因、影响和成本，经济学家通过研究恶性通货膨胀如何开始和结束获得了许多关于货币和价格的知识.

一、货币数量论

（一）数量方程

人们为了购买产品与服务而持有货币. 他们为进行这样的交易所需要的货币越多，持有的货币就越多. 因此，经济中的货币量与交易中交换的美元量相关. 交易与货币之间的关系可以表示为如下**数量方程**：

$$\text{货币} \times \text{货币流通量} = \text{价格} \times \text{交易} \tag{9.3.1}$$

$$M \times V = P \times T \tag{9.3.2}$$

其中：数量方程的左边表示用于交易的货币的情况，M 是货币量；V 是**货币的交易流通速度**，即**货币在经济中的流通速度**，换言之，**在一个给定的时期一张美元钞票转手的次数**.

数量方程的右边表示关于交易的情况，T 是**某一时期的交易总数**，换言之，**在某一时期中用产品或服务交换货币的次数**；P 是**一次典型交易的价格**. 一次交易的价格与交易次数之积 PT 是一年中交换的美元数.

由于**交易次数难以衡量**，**交易次数 T 被替换为经济中的总产出 Y**，这是因为交易与产出是相关的（二者的美元价值大体上成比例）. 如果 Y 代表产出量，P 代表以单位产出的价格

$$\text{货币} \times \text{货币流通量} = \text{价格} \times \text{产出} \tag{9.3.3}$$

$$M \times V = P \times Y \tag{9.3.4}$$

其中，V 是**货币的收入流通速度**，换言之，**在一个给定时期一张美元钞票进入某个人收入的次数**.

把货币量表示成它可以购买的产品与服务的数量 $\dfrac{M}{P}$，称为**实际货币余额**，其衡量货币存量的购买力. **货币需求函数**是一个表明人们希望持有的实际货币余额数量的决定因素的方程

$$\left(\frac{M}{P}\right)^d = kY \tag{9.3.5}$$

其中，k 为常数，表示对于每一美元的收入，人们想要持有的货币量. 该式表明，**实际货币余额需求量与实际收入成正比**，更高的收入导致更高的实际货币余额需求.

进一步，给货币需求函数加上一个条件：实际货币余额需求必须等于供给

$$\left(\frac{M}{P}\right)^d = \frac{M}{P} = kY \Rightarrow \frac{M}{k} = PY \xlongequal{V=\frac{1}{k}} MV = PY \tag{9.3.6}$$

货币需求参数 k 和货币流通速度 V 是同一枚硬币的两面：当人们只想持有少量货币时（k 小），货币转手就频繁（V 大）；当人们想持有大量货币时（k 大），货币转手就不频繁（V 小）.

(二) 货币数量论

在数量方程中，货币流通速度 V 被定义为名义 GDP（PY）与货币量 M 的比率. 如果再增加一个假设：**货币流通速度不变**，那么数量方程就成为关于货币的影响的一个有用的理论，称为**货币数量论**

$$M \times \overline{V} = P \times Y \tag{9.3.7}$$

上式说明，**如果货币流通速度是固定的**，那么**货币量决定了经济中产出的美元价值**.

现在有了一个理论来解释**什么决定了经济的价格水平**：生产要素和生产函数决定产出 Y；中央银行设定的货币供给 M 决定产出的名义价值 PY；价格水平 P 是产出的名义价值 PY 与产出 Y 的比率. 换言之，**经济的生产能力决定实际 GDP，货币量决定名义 GDP**.

由于货币流通速度 V 是不变的，所以货币供给 M 的任何变动都必定引起产出的名义价值 PY 的同比例变动. 由于生产要素和生产函数已经决定了产出 Y，所以产出的名义价值 PY 只有在价格水平 P 变动时才会调整. 因此，货币数量论意味着，**价格水平与货币供给成比例**.

用百分比变动的形式表示的数量方程为

$$\frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta Y}{Y} \tag{9.3.8}$$

$$\Rightarrow \%\Delta M + \%\Delta V = \%\Delta P + \%\Delta Y \tag{9.3.9}$$

其中：$\%\Delta P$ 是通货膨胀率，是要解释的变量；$\%\Delta M$ 由中央银行控制；$\%\Delta V$ 假设不变为 $\%\Delta V = 0$；$\%\Delta Y$ 取决于**生产要素的增长和技术进步**，就现在的目的而言，把 $\%\Delta Y$ 视为给定.

因此，除了一个取决于产出的外生增长的常数外，**货币供给的增长决定了通货膨胀率**. 从而，货币数量论说明：**控制货币供给的中央银行能够最终控制通货膨胀率**. 如果中央银行保持货币供给稳定，价格水平也将稳定；如果中央银行迅速增加货币供给，价格水平将迅速上升.

(三) 货币铸造税

所有政府都支出货币. 这种支出中的一些用于购买产品与服务，一些提供转移支付. 政府可以用三种方法为其支出融资：通过**税收**筹集资金；通过**出售政府债券**向公众借贷；**发行货币**.

> **定义 9.3.1.(货币铸造税)** 通过发行货币筹集的收入.

今天创造货币的权利属于中央政府，它是一项收入来源. 经济学家常常把发行货币的过程描述为印钞，尽管由于今天的大多数货币是活期存款的电子记录这种形式而不是通货形式，印钞机并非总是必需的.

当政府发行货币支出融资时，它增加了货币供给. 货币供给的增加又引起通货膨胀. 发行货币筹集收入就像征收一种**通货膨胀税**，其原因是：随着价格上升，货币的实际价值下降. 因此，当政府发行新货币供自己使用时，它使公众手中原有的货币不那么有价值了. 本质上，**通货膨胀是对持有的货币征收的税**.

二、通货膨胀与利率

银行支付的利率是**名义利率**，购买力的增加是**实际利率**. 如果 i 代表名义利率，r 代表实际利率，而 π 代表通货膨胀率，那么这三个变量之间的关系可以写为

$$r = i - \pi \tag{9.3.10}$$

（一）费雪效应

重新整理实际利率方程(9.3.10)，可以把名义利率表示为实际利率与通货膨胀率之和

$$i = r + \pi \tag{9.3.11}$$

以这种形式写出的方程称为**费雪方程**，其表明**名义利率可以由于实际利率或通货膨胀率的变动而变动**.

笔记. 本章第一节说明了实际利率的调整使储蓄与投资平衡；货币数量论说明了货币增长率决定通货膨胀率. 费雪方程则表明，把实际利率和通货膨胀率加在一起决定了名义利率.

货币数量论和费雪方程共同说明货币增长如何影响名义利率. **根据货币数量论**，货币增长率提高 1 个百分点引起通货膨胀率上升 1 个百分点；**根据费雪方程**，通货膨胀率上升 1 个百分点又引起名义利率上升 1 个百分点. 通货膨胀率和名义利率之间这种一对一的关系称为**费雪效应**.

当债务人和债权人就名义利率达成一致时，他们并不知道在贷款期限内通货膨胀率将是多少. 令 π 代表现实的未来通货膨胀率，$E\pi$ 代表预期的未来通货膨胀率，区分两种实际利率：**进行贷款时债务人和债权人预期的**实际利率称为**事前实际利率**$i - E\pi$；以及**事实上实现的**实际利率，称为**事后实际利率**$i - \pi$.

因为在设定名义利率时现实的通货膨胀率是未知的，所以名义利率不能对现实的通货膨胀率进行调整，**名义利率只能对预期的通货膨胀率进行调整**. 费雪效应可以更准确地写为

$$i = r + E\pi \tag{9.3.12}$$

其中，r 是由产品与服务市场的均衡决定的；i 随着 $E\pi$ 的变动一对一地变动.

（二）名义利率与货币需求

比较不同资产的实际回报. 货币以外的资产，例如政府债券或储蓄账户，可以赚到实际回报 r；货币赚到预期的实际回报 $-E\pi$，因为**货币的实际价值下降的速度等于通货膨胀率**. 当持有货币时，就放弃了这两种回报之间的差额. 因此，**持有货币的机会成本是 $r - (-E\pi) = i$，即名义利率**.

因此，实际货币余额的需求**既取决于收入水平又取决于名义利率**，更一般的货币需求函数为

$$\left(\frac{M}{P}\right)^d = L(i, Y) \tag{9.3.13}$$

其中，L 表示**货币需求**；上式表明，对实际货币余额流动性的需求是收入和名义利率的函数. **收入水平 Y 越高，实际货币余额需求越大；名义利率 i 越高，实际货币余额需求越小**.

现在，货币、价格与利率以几种方式相互关联：

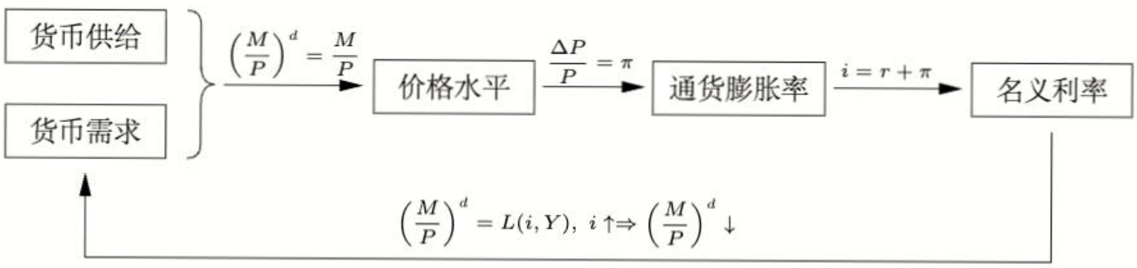


Figure 9.8: 货币、价格和利率之间的联系

货币供给和货币需求决定价格水平；价格水平的变化决定通货膨胀率；通货膨胀率影响名义利率. 因为名义利率是持有货币的成本，所以它可能会影响货币需求. 最后一种联系在基本的货币数量论中被忽略了.

考虑最后一种联系的引入如何影响价格水平理论. 令实际货币余额的供给与需求相等

$$\frac{M}{P}=L(i,Y) \tag{9.3.14}$$

用费雪方程把名义利率写为实际利率与预期通货膨胀率之和

$$\frac{M}{P}=L(r+E\pi,Y) \tag{9.3.15}$$

上式表明，实际货币余额的水平取决于预期通货膨胀率. 这个一般性的货币需求方程意味着，价格水平不仅取决于**今天的货币供给**，而且取决于**预期的未来货币供给**.

笔记. 假定美联储宣布它将在未来增加货币供给（$M_{未来}\uparrow$），但它并不改变今天的货币供给.

这一声明导致人们预期未来会有更高的货币增长（$\frac{\Delta M}{M}\uparrow$）和更高的通货膨胀（$E\pi\uparrow$）. 通过费雪效应，预期通货膨胀的这种上升使得名义利率上升（$i=r+E\pi\uparrow$）. 更高的名义利率提高了持有货币的成本，从而减少了实际货币余额的需求（$\left(\frac{M}{P}\right)^d=L(r+E\pi,Y)\downarrow$）. 由于美联储没有改变今天可得到的货币供给量，所以实际货币余额需求的减少就导致了更高的价格水平（$\frac{M}{P}\downarrow\Rightarrow P\uparrow$）.

由此，更高的未来货币增长的预期引起了今天更高的价格水平.

例 9.3.1

某经济的货币需求函数为 $\left(\frac{M}{P}\right)^d=\frac{0.2Y}{i^{\frac{1}{2}}}$.

(1) 推导货币流通速度的表达式. 货币流通速度取决于什么? 为什么?

(2) 如果名义利率为 4%，产出 Y 为 1000 单位，货币供给 M 为 1200 美元，价格水平 P 为多少?

(3) 假定新任中央银行行长有着对通货膨胀态度温和的声誉，一个关于新中央银行行长的公告使预期通货膨胀提高了 5 个百分点. 根据费雪效应，新的名义利率为多少?

(4) 如果在这个公告后该经济的产出和现期货币供给都没有变化，价格水平会怎么变化? 为什么?

解答. **(1)** 由数量方程 $MV=PY$，货币流动速度

$$V=\frac{PY}{M}=\frac{Y}{M/P}\xlongequal{\frac{M}{P}=\left(\frac{M}{P}\right)^d}Y\cdot\frac{i^{\frac{1}{2}}}{0.2Y}=5i^{\frac{1}{2}}$$

取决于名义利率. 原因是：当名义利率更高时，人们有激励持有更少的货币. 如果人们持有更少的货币，那么他们所持有的美元就会更经常地被使用，货币流通速度增快.

(2) 在均衡状态下，货币需求等于货币供给

$$\frac{M}{P}=\left(\frac{M}{P}\right)^d=\frac{0.2Y}{i^{\frac{1}{2}}}\Rightarrow P=\frac{i^{\frac{1}{2}}M}{0.2Y}=\frac{2\times 1200}{0.2\times 1000}=12$$

(3) 根据费雪效应，通货膨胀率提高 5 个百分点引起名义利率提高 5 个百分点，新的名义利率为 9%.

(4) 新的价格水平

$$P=\frac{i^{\frac{1}{2}}M}{0.2Y}=\frac{3\times 1200}{0.2\times 1000}=18$$

名义利率的提高增加了持有货币的机会成本，因此降低了实际货币余额的需求. 由于名义货币的供给保持不变，价格水平必须上升以使实际货币余额的供给和需求达到平衡. ■

例 9.3.2(2025-央财 801)

假设经济中所有企业的生产函数都一样，为 $Y=5K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$.

(1) 一个企业有 4 单位资本存量，市场上的实际工资水平为 5 个单位，这个企业应当雇佣多少劳动?

(2) 经济中总共有 1600 单位资本存量，900 单位劳动. 政府购买 $G=1500$，税收 $T=1200$. 消费函数 $C=500+0.75(Y-T)$. 投资函数 $I=505-100(1+r)$. 均衡利率 r 是多少?

(3) 如果央行想要通过货币政策将名义利率调整为 8%，基于 (2) 中的实际利率，它应该设定多大的预期通胀为目标? 假定当前的通胀为 2.5%，央行应该增加还是减少货币供给增速?

解答. **(1)** 设价格水平为 P，名义工资为 W，资本的名义租赁价格为 R，企业的利润最大化问题

$$\max \quad \pi=PY-WL-RK=10PL^{\frac{1}{2}}-WL-4R$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}L}=5PL^{-\frac{1}{2}}-W=0\Rightarrow 5L^{-\frac{1}{2}}=\frac{W}{P}$$

由于 $\dfrac{W}{P}=5$，所以 $L^{-\frac{1}{2}}=1\Rightarrow L=1$，即企业应当雇佣劳动 $L=1$.

(2) 由题

$$\begin{aligned}S&=Y-C-G\\&=5\times40\times30-[500+0.75(5\times40\times30-1200)]-1500\\&=6000-4100-1500=400\end{aligned}$$

均衡利率 r 使可贷资金市场出清

$$S=I\Rightarrow 400=505-100(1+r)\Rightarrow r^*=5$$

所以均衡利率为 $r^*=5\%$.

(3) 根据费雪方程，名义利率

$$i=r+E\pi\Rightarrow E\pi=1-r=8\%-5\%=3\%$$

假定当前的通胀为 2.5%，则低于预期通胀，由于

$$\frac{M}{P}=L(i,Y)=L(r+E\pi,\overline{Y})$$

所以央行应该提高货币供给增速，以提高通货膨胀率. ■

(三) 通货膨胀的社会成本

常见谬误：通货膨胀使人们更穷了. 如果不存在通货膨胀，工资会增加一样多，能购买更多的商品.

事实上，劳动的购买力（实际工资）取决于劳动的**边际生产率**，并不取决于政府发行多少货币. 如果中央银行通过放慢货币增长率来降低通货膨胀，那么，工人并不会看到他们的实际工资更快地增加；相反，当通货膨胀放慢时，每年企业产品价格的提高会少一些，企业给工人的工资也会增长得少一些.

1. 预期的通货膨胀的成本

(1) **鞋底成本**：通货膨胀税对人们持有的货币量的扭曲效应. 更高的通货膨胀率导致更高的名义利率，从而导致更低的实际货币余额. 如果人们**持有更低的货币余额而支出不变**的话，就必然更频繁地（穿鞋去）去银行取款. **这种减少货币持有量带来的不方便**被形象地称通货膨胀的鞋底成本.

(2) **菜单成本**：高通货膨胀率引起企业**更经常地改变它们的标价**. **改变价格有时是成本高昂的**，例如要求印制和配送新的产品目录（菜单）. 这些成本称菜单成本.

(3) **相对价格**：面临菜单成本的企业不会频繁改变价格. 因此，通货膨胀率越高，相对价格的变动越大. 当**通货膨胀引起相对价格变动**时，它会导致资源配置在微观上的无效率.

(4) **税收扭曲**：税法的许多条款没有考虑通货膨胀的影响，通货膨胀常常会以法律制定者没有想到的方式改变个人的税收义务. 税法是按名义资本所得而不是按实际资本所得来衡量收入.

(5) **生活在一个价格水平变动的世界中的不方便**：货币是**衡量经济交易的标尺**，当存在通货膨胀时，该**标尺的长度也在变动**. 美元价值的变动要求在比较不同时期的美元数字时对通货膨胀进行校正.

2. 未预期到的通货膨胀的成本[2]

(1) **长期贷款**：大多数长期贷款协议规定了一个名义利率，这个名义利率是**根据签订协议时预期的通货膨胀率确定的**. 如果现实的通货膨胀率与所预期的不同，债务人向债权人支付的**事后实际回报**就不同于双方所预期的. 如果现实的**通货膨胀高于预期**，那么**债务人受益而债权人受损**.

(2) **养老金**：未预期到的通货膨胀还损害了靠固定养老金生活的人. 工人和其雇主常常就工人退休时（甚至更早时候）**固定的名义养老金**达成协议. 由于**养老金是延期支付的收入，所以本质上是工人向企业提供贷款**：当通货膨胀高于预期时，工人受到损害；反之，企业受到损害.

(3) **高通货膨胀是多变的通货膨胀**：平均通货膨胀高的国家往往各年的通货膨胀率变动也很大. 如果一个国家决定实行高通货膨胀的货币政策，它可能不得不同时接受**高度可变的通货膨胀**.

3. 通货膨胀的一个益处：**一定程度的通货膨胀可能使劳动市场更好地运行**. 不同种类的劳动的供给和需求总是在变动. 有时供给的增加或需求的减少导致**某个群体工人的均衡实际工资的下降**. 如果名义工资不能削减，那么削减实际工资的唯一办法是让通货膨胀代劳. **如果没有通货膨胀，实际工资将会停留在高于均衡的水平上，造成更高的失业**.

(四) 恶性通货膨胀

> **定义 9.3.2.(恶性通货膨胀)** **每月超过 50%** 的通货膨胀，这种情况下**每天的通货膨胀率超过 1%**.

恶性通货膨胀的成本

当通货膨胀达到极端水平时，**其成本由于极其严重而更加明显**. 具体来说：

1. 在恶性通货膨胀下，由减少货币持有量引起的**鞋底成本很严重**. 当现金很快就丧失价值时，**企业经营者把大量时间与精力用于现金管理**. 由于把这些时间和精力从用于生产和投资决策这类更有社会价值的活动中转移出来了，**恶性通货膨胀使经济的运行效率降低**.

2. 在恶性通货膨胀下，**菜单成本也变得更大了**. 企业不得不如此频繁地变动价格，以至正常的业务活动，例如印制和发送价格固定的产品目录都变得不可能了.

[2]未预期到的通货膨胀有一种比稳定的、预期到的通货膨胀的任何一种成本都更有害的影响，**它在人们之间任意再分配财富**. 通货膨胀率变动越大，**债务人和债权人所面临的不确定性就越大**. 由于大多数人是风险厌恶者，变动很大的通货膨胀引起的不可预测性伤害了几乎每一个人.

3. 在恶性通货膨胀期间，**相对价格也不能正常地反映真实的稀缺性**. 当价格频繁地大幅度变动时，顾客很难四处逛商店以找到最合适的价格. 大幅变动和迅速上升的价格能够在许多方面改变人们的行为.
4. **恶性通货膨胀也扭曲了税收系统**，但方式完全不同于温和通货膨胀的扭曲方式. 在大多数税收系统中，征税的时间和向政府纳税的时间之间有一段间隔，在低通货膨胀下这种短暂的间隔无足轻重. 但是，在恶性通货膨胀期间，即使是**短暂的间隔也会大大减少实际税收收入**. 等到政府在纳税截止日得到税收收入时，钱的价值已经下降了. **一旦恶性通货膨胀开始，政府的实际税收收入往往会大幅度减少**.
5. **恶性通货膨胀给生活带来明显不方便**. 货币体系没有很好地实现促进交换的功能. 政府力图通过在纸币上加越来越多的零来解决这个问题，但往往也无法赶上飞涨的价格水平.
6. 随着时间的推移，**货币失去了它作为价值储藏手段、计价单位和交换媒介的作用**. 物物交换变得更为普遍. **更加稳定的非官方货币（例如香烟等）开始替代官方货币**.

恶性通货膨胀的原因

恶性通货膨胀是货币供给过度增长的结果. 当中央银行发行货币时，价格水平上升. 当中央银行以足够快的速度发行货币时，结果就是恶性通货膨胀. 为了制止恶性通货膨胀，中央银行必须降低货币增长率.

但是这个回答并不完整，因为它没有回答：**在恶性通货膨胀的经济中，中央银行为什么选择发行这么多货币？** 为了解决这个深层次的问题，把注意力**从货币政策转向财政政策**.

大多数恶性通货膨胀都开始于政府税收收入不足以支付其支出的时候. 虽然政府也许倾向于通过**发行债券**来为这种预算赤字融资，但它可能发现无法借到钱，也许是因为**借贷者把政府看作不良的信贷风险**. **为了弥补赤字，政府转向它能支配的唯一机制：印钞机. 结果是迅速的货币增长和恶性通货膨胀**.

一旦恶性通货膨胀已经发生，财政问题将变得更加严重. 由于收取税款的滞后，**实际税收收入随着通货膨胀的上升而减少**. 这样，**政府依赖货币铸造税的必要性就自我强化了**. 迅速的货币创造引起恶性通货膨胀，恶性通货膨胀又引起更大的预算赤字，更大的预算赤字又引起更快的货币创造.

恶性通货膨胀的结束总是与财政改革并行的. 一旦问题严重到显而易见，政府就会激发出**减少政府支出和增加税收**的政治意愿. 这些财政改革减少了对货币铸造税的需要，从而允许降低货币增长速度.

三、古典二分法

> **定义 9.3.3.(实际变量)** 用**实物单位**衡量的变量，如数量和相对价格，衡量**实物（而非货币）的数量**.

> **定义 9.3.4.(名义变量)** 用**货币单位**衡量的变量，如价格水平、通货膨胀率以及货币工资等.

经济学家把这种实际和名义变量在理论上的分离称为**古典二分法**，这是**古典宏观经济理论的标志**. 古典二分法是一个重要的见解，因它简化了经济理论. 特别地，它允许考察实际变量，同时忽略名义变量.

古典二分法的产生是由于在古典经济理论中，**货币供给的变动不影响实际变量**. 货币在实际变量的决定中的这种无关性称为**货币中性**. 对许多目的、特别研究长期问题而言，货币中性是近似正确的.

第四节 开放经济

大多数现实的经济体都是开放的：它们向国外出口产品与服务，从国外进口产品与服务，在世界金融市场上借款与贷款. 从本节开始对开放经济的宏观经济学进行研究.

首先，为了理解一个开放经济是如何运行的，必须了解衡量**国家间相互作用的宏观经济变量**. 核算恒等式揭示了一个关键见解：**国家间产品与服务的流动总是与为资本积累融资的等量资金流动相匹配**.

其次，建立一个与前面的封闭经济模型相对应的**小型开放经济模型**，这个模型表明了**哪些因素决定一国在世界市场上是借款人还是贷款人**，以及**国内与国外政策如何影响资本和产品的流动**.

之后，把这个模型进行扩展，讨论一国在世界市场上进行交换的价格. 考察**什么因素决定本国产品相对于外国产品的价格**，以及**什么因素决定本国货币与外国货币交易的比率**. 模型表明了贸易保护主义政策（为保护本国产业免受外国竞争而设计的政策）如何影响国际贸易量和汇率.

一、资本和产品的国际流动

在一个开放经济的任何一个给定年份中，一国的**支出无须等于其产品与服务的产出**. 一国可以通过**从国外借款使支出大于生产**，或者也可以**使支出小于生产并把两者之间的差额贷给外国人**.

（一）净出口的作用

在一个封闭经济中，所有产出都在国内出售

$$Y = C + I + G \tag{9.4.1}$$

在一个开放经济中，一些产出在国内出售，一些出口到国外出售. 此外，有些包含在消费、投资和政府购买中的产品与服务是国外生产的，是进口的. 因此，可以把国民收入账户恒等式写成

$$\begin{aligned}
Y &= C^d + I^d + G^d + X && (9.4.2)\\
&= (C - C^f) + (I - I^f) + (G - G^f) + X && (9.4.3)\\
&= C + I + G + X - (C^f + I^f + G^f) && (9.4.4)\\
&\xlongequal{def} C + I + G + (X - IM) \xlongequal{def} C + I + G + NX && (9.4.5)
\end{aligned}$$

其中，X, IM 分别代表出口和进口，$NX = X - IM$ 代表**净出口**. 特别地

$$NX = Y - (C + I + G) \tag{9.4.6}$$

该式说明，在一个开放经济中，国内支出不必等于产品与服务的产出.

（二）国际资本流动和贸易余额

在国民收入恒等式两边同时减去 C 和 G，可得

$$Y - C - G = I + NX \tag{9.4.7}$$

其中，$Y - C - G$ 是国民储蓄，因此

$$S = I + NX \Rightarrow S - I = NX \tag{9.4.8}$$

该式说明，一个经济的净出口必须总是等于其储蓄和投资之间的差额.

重新考察上式(9.4.8). 等式右侧的净出口 NX 也称为**贸易余额**，其反映**一国的产品与服务贸易如何偏离进口等于出口这种基准情形**；等式左侧的国内储蓄与国内投资的差额 $S-I$ 也称为**资本净流出**，即**国内居民借给国外的数额减去外国人借给我们的数额**，其反映**为资本积累融资**[3]**的资金国际流动**.

国民收入核算恒等式表明，**资本净流出总是等于贸易余额**. 如果 $S-I$ 和 NX 是正的，为**贸易盈余**，该国是国际金融市场上的**净债权人**，出口多于进口；如果 $S-I$ 和 NX 是负的，为**贸易赤字**，该国是国际金融市场上的**净债务人**，进口多于出口；如果 $S-I$ 和 NX 恰好等于零，为**贸易平衡**，进口和出口价值相等.

二、小型开放经济模型

（一）小型开放经济

考虑具有完全资本流动性的**小型开放经济**. "小型"是指这个经济是世界市场的一小部分，从而**它对世界利率的影响微不足道**；"完全资本流动性"是指**该国居民可以完全进入世界金融市场**. 特别地，**政府不阻止国际借款或贷款**. 由于完全资本流动性这个假设，**小型开放经济中的利率 r 必定等于世界利率 r^***

$$r = r^* \tag{9.4.9}$$

小型开放经济中的居民永远不需要以任何高于 r^* 的利率借入资金，因为他们总能够以 r^* 从国外得到贷款；类似地，这个经济的居民也永远不需要以低于 r^* 的利率贷出资金，因为他们总能够通过向外国贷款而赚到 r^*. 因此，**世界利率决定了小型开放经济中的利率**.

在一个封闭经济中，国内储蓄与国内投资的均衡决定了利率. **世界经济就是一个封闭经济**. 因此，**世界储蓄与世界投资的均衡决定了世界利率**. 小型开放经济对世界实际利率的影响微不足道，因为作世界的一小部分，它对世界储蓄和世界投资的影响是微不足道的. 因此，**小型开放经济把世界利率视外生给定**.

（二）小型开放经济模型

为了建立小型开放经济模型，采取前面的三个假设：

$$Y = \overline{Y} = F(\overline{K}, \overline{L}) \tag{9.4.10}$$

$$C = C(Y-T) \tag{9.4.11}$$

$$I = I(r) \tag{9.4.12}$$

现在回到国民收入核算恒等式，把它写成

$$NX = (Y-C-G) - I = S - I \tag{9.4.13}$$

代入上面的三个假设和利率等于世界利率的假设

$$NX = [\overline{Y} - C(\overline{Y}-T) - G] - I(r^*) = \overline{S} - I(r^*) \tag{9.4.14}$$

由于储蓄取决于财政政策（更低的政府购买 G 或更高的税收 T 增加了国民储蓄），投资取决于世界实际利率 r^*（更高的利率使一些投资项目无利可图），因此贸易余额也取决于这些变量.

在一个封闭经济中，实际利率调整使储蓄与投资达到均衡；在一个小型开放经济中，利率由世界金融市场决定，**储蓄与投资之间的差额决定了贸易余额**. 下图中存在贸易盈余，在世界利率水平下储蓄大于投资.

[3]如果资本净流出是正的，那么经济的储蓄大于其投资，余额被贷给外国人；如果资本净流出是负的，那么经济经历着资本净流入，投资大于储蓄，经济通过从国外借贷来这种额外投资融资.

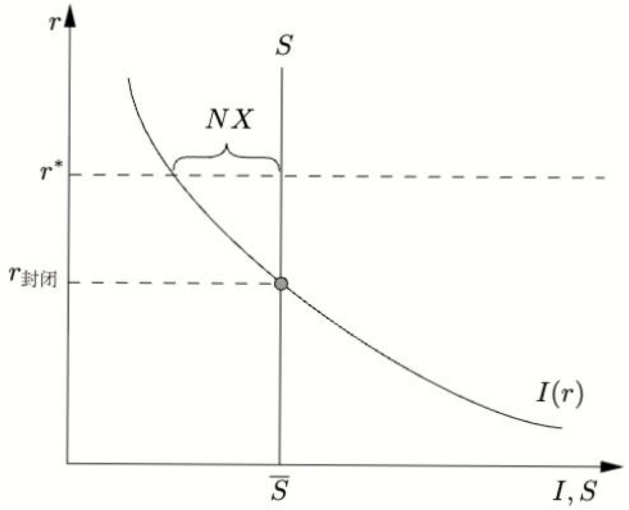


Figure 9.9: 小型开放经济中的储蓄与投资

(三) 比较静态分析

假定经济开始时处于平衡贸易（$r = r^*$）的位置，用模型预测本国和外国政府政策的效应.

国内的财政政策：政府增加政府购买（$G \uparrow \Rightarrow S \downarrow = Y - C - G \downarrow$）或减少税收（$T \downarrow \Rightarrow C(Y-T) \uparrow \Rightarrow S \downarrow = Y - C \uparrow - G$）都会减少国民储蓄. 由于投资 $I = I(r^*)$ 且世界实际利率不变，所以投资保持不变. 此时，储蓄降至投资以下（$S < I$），现在**一些投资必须通过从国外借款来融资**，所以**储蓄的下降意味着贸易余额 $NX = S - I$ 的下降**. 因此，**国内储蓄的减少导致本国贸易赤字**.

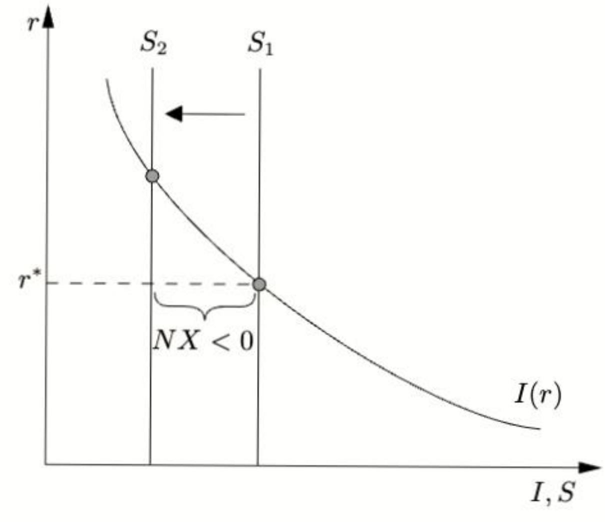


Figure 9.10: 小型开放经济中的国内财政扩张

如果外国是世界经济的一小部分，那么它们的财政政策变动对其他国家的影响微不足道；**如果外国占世界经济的很大组成部分，它们的政府购买增加就减少了世界储蓄**. 世界储蓄的减少引起世界利率上升.

国外的财政政策：世界利率上升提高了借贷的成本，从而减少了小型开放经济中的投资. 由于国内储蓄没有变化，储蓄现在大于投资（$S > I$），**该国的一部分储蓄开始流向国外**. 由于贸易余额 $NX = S - I$，所以投资的减少必然使贸易余额增加. 因此，**国外储蓄的减少导致本国贸易盈余**.

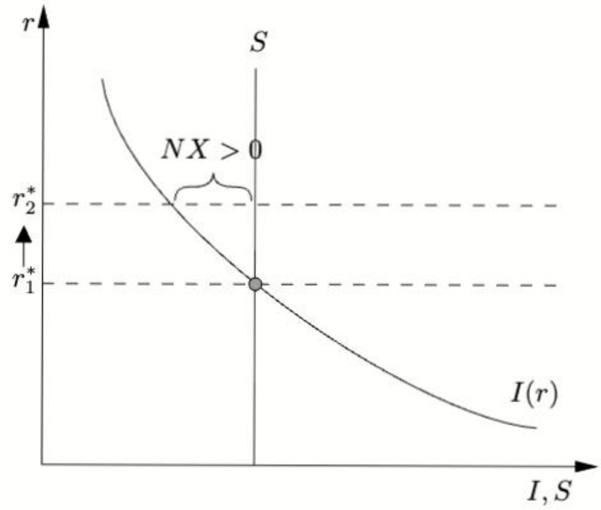


Figure 9.11: 小型开放经济中的国外财政扩张

投资需求的移动：如果政府以一种鼓励投资的方式减少了商业监管，那么小型开放经济的**投资曲线向外移动**，从而**每一利率水平下的投资品需求都更多了**. 在一个给定的世界利率处，投资现在更多了. 由于储蓄不变，**一些投资现在必须通过从国外借贷来融资**. 由于资本流入经济为增加的投资融资，因此资本净流出是负的. 换个说法，投资的增加意味着贸易余额的减少. 因此，**投资曲线向外移动引起贸易赤字**.

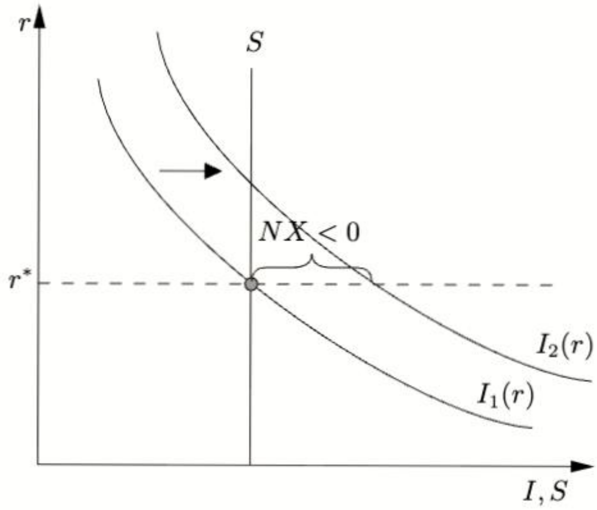


Figure 9.12: 小型开放经济中投资曲线的移动

三、汇率

在考察了资本以及产品与服务的国际流动之后，现在通过考虑适用于这些交易的价格来扩展分析.

(一) 名义与实际汇率

> **定义 9.4.1.(名义汇率)** 两个国家通货的相对价格.

汇率主要有两种标价方法：

定义 9.4.2.(直接标价法) 用一单位的外国货币作为标准，折算为一定数额的本国货币来表示的汇率.

用这种标价法，一单位外国货币折算的本国货币量减少，即汇率下降表示外币贬值或本币升值.

定义 9.4.3.(间接标价法) 用一单位的本国货币作为标准，折算为一定数额的外国货币来表示的汇率.

用这种标价法，一单位本国货币折算的外国货币量增加，即汇率上升表示本币升值或外币贬值.

笔记. *Mankiw 教材 [13] 采取间接标价法，即用 1 美元兑换的外国通货单位表示汇率.*

定义 9.4.4.(实际汇率) 两个国家产品的相对价格，有时被称为**贸易条件**.

假定一辆美国汽车价值 30000 美元，一辆类似的日本汽车价值 6000000 日元. 为了比较这两辆汽车的价格，把它们转换为一种共同的通货. 如果 1 美元值 100 日元，那么美国汽车价值 $100 \times 30000 = 3000000$ 日元. 比较美国汽车的价格（3000000 日元）和日本汽车的价格（6000000 日元），得出结论：美国汽车的价格为日本汽车的一半. 换言之，按照现期价格，可以用 2 辆美国汽车换 1 辆日本汽车.

$$\text{实际汇率} = \frac{100\text{日元}}{1\text{美元}} \times \frac{30000\text{美元/美国汽车}}{6000000\text{日元/日本汽车}} = 0.5\text{日本汽车/美国汽车} \tag{9.4.15}$$

交换外国产品与本国产品的比率取决于用**本国货币表示的产品价格**和**通货交换的比率**. 令 e 代表名义汇率，P 代表美国的价格水平，P^* 代表外国的价格水平. 那么实际汇率 ϵ 就是

$$\epsilon = e \times \frac{P}{P^*} \tag{9.4.16}$$

实际汇率是一种相对价格. 假定美国的实际汇率低，产品相对便宜，美国人将购买更少的进口产品；由于同样的原因，外国人将购买许多美国产品. 由于美国人和外国人的这些行为，美国的净出口将会提高.

把实际汇率和净出口之间的这种关系写为

$$NX = NX(\epsilon) \tag{9.4.17}$$

该式说明，净出口是实际汇率的函数. 贸易余额与实际汇率是负相关关系.

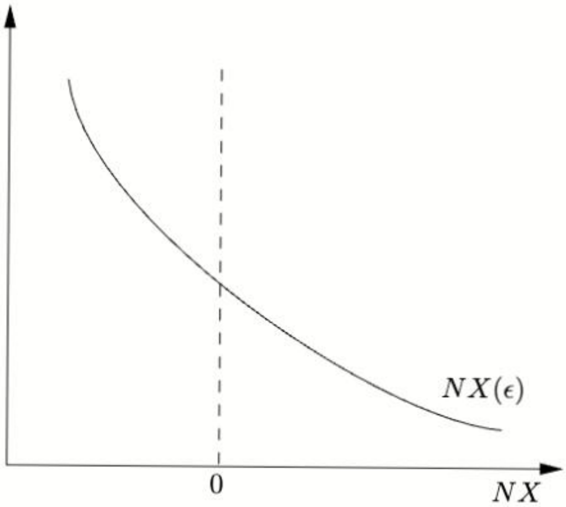


Figure 9.13: 净出口与实际汇率

（二）实际汇率的决定因素

把净出口与实际利率之间的关系与贸易余额模型结合：**一种通货的实际价值与净出口负相关**. 当实际汇率降低时，国内产品相对于国外产品变得更便宜，净出口增加. **贸易余额（净出口）必须等于资本净流出，资本净流出等于储蓄减去投资**. 储蓄由消费函数和财政政策确定；投资由投资函数和世界利率确定.

$$NX(\epsilon) = S - I \tag{9.4.18}$$

因为低实际汇率使国内产品相对便宜，所以**表示净出口与实际汇率之间关系的曲线是向右下方倾斜的**. 因为储蓄和投资都不取决于实际汇率，所以**代表储蓄超过投资部分 $S-I$ 的曲线是垂直的**. 这两条曲线的交点决定了均衡实际汇率：**来自资本净流出的美元供给量等于购买产品与服务净出口的美元需求量**.

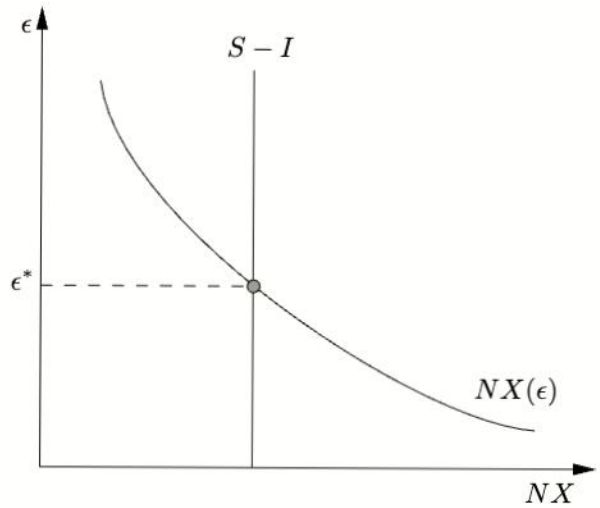


Figure 9.14: 实际利率是如何决定的

（三）比较静态分析

国内的财政政策：政府增加政府购买或减少税收都会减少国民储蓄. 储蓄的减少降低了资本净流出 $S-I$，从而降低了贸易余额 $NX(\epsilon)$，减少了可投资于国外的美元供给，**使均衡的实际汇率上升**.

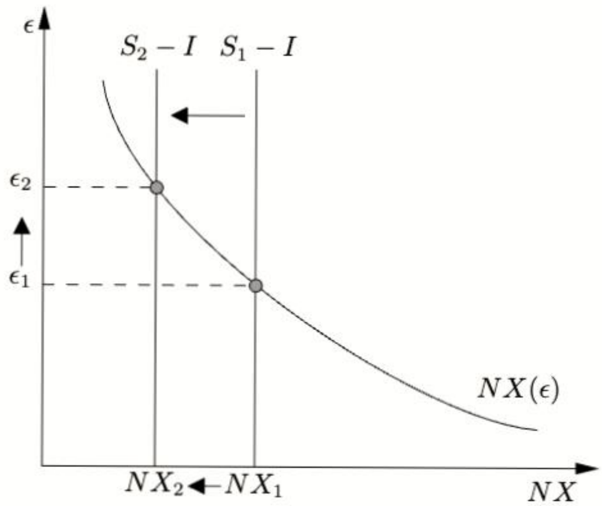


Figure 9.15: 国内扩张性财政政策对实际汇率的影响

国外的财政政策：外国政府增加政府购买或减少税收都会减少世界储蓄．世界储蓄的减少使世界利率上升，从而降低了国内投资 $I(r^*)$，增加了资本净流出 $S-I$，进而增加了贸易余额 $NX(\epsilon)$，增加了可投资于国外的美元供给，**使均衡的实际汇率下降**.

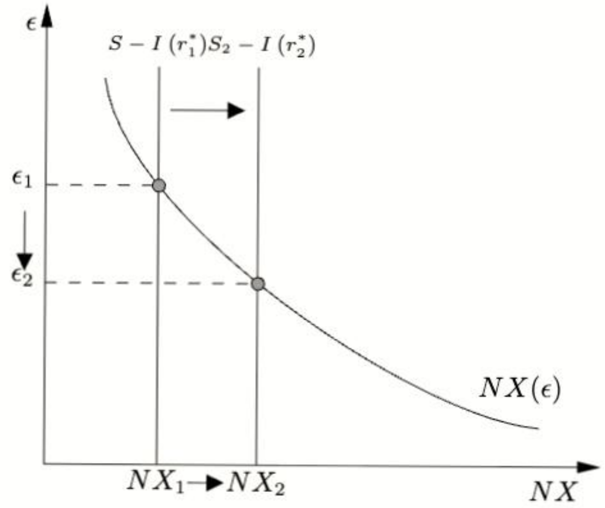


Figure 9.16: 国外扩张性财政政策对实际汇率的影响

投资需求的移动：在给定的世界利率下，**投资需求增加导致更多的投资**．更高的投资意味着资本净流出 $S-I$ 和贸易余额 $NX(\epsilon)$ 值更低，减少了可投资于国外的美元供给，**使均衡的实际汇率上升**.

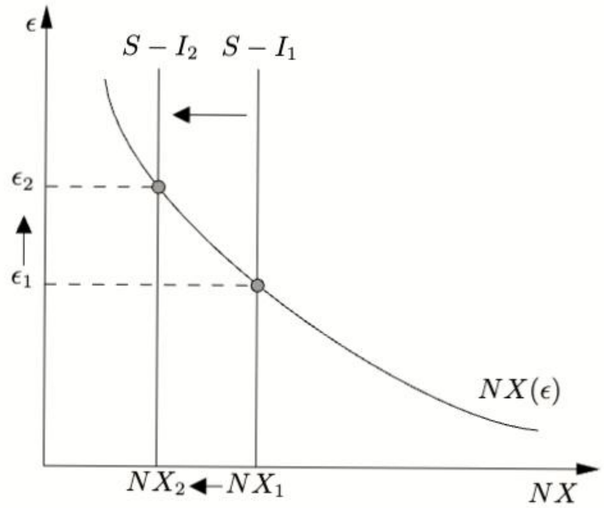


Figure 9.17: 投资需求增加对实际汇率的影响

贸易政策的影响：贸易政策的广义定义是**设计用于直接影响产品与服务进口与出口数量的政策**．通常采取**对外国进口品征税**或**限制可以进口的产品与服务的数量**等形式，**保护国内产业免受国外竞争**.

保护主义贸易政策只是导致实际汇率上升，并不影响贸易余额．国内产品价格相对于国外产品价格的上升通过刺激进口和抑制出口而减少净出口．这样，汇率升值抵消了由于贸易限制而直接增加的净出口.

虽然保护主义贸易政策没有改变贸易余额，但**影响了贸易量**．由于实际汇率升值，一国生产的产品与服务相对于国外产品与服务变得更昂贵了．因此，在新的均衡处**该国的出口更少了**．由于净出口不变，**该国的进口也必然减少了**[4]．因此，**保护主义贸易政策既减少了进口又减少了出口**.

[4]汇率升值在某种程度上确实刺激了进口，但这仅仅部分抵消了由于贸易限制引起的进口减少.

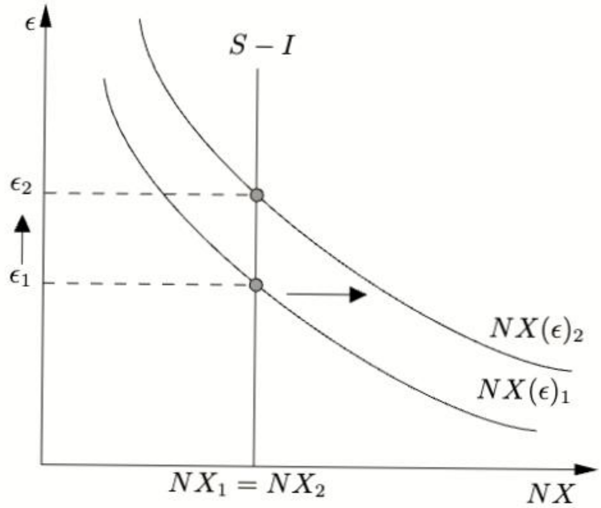


Figure 9.18: 保护主义贸易政策对实际汇率的影响

（四）名义汇率的决定因素

回忆实际汇率与名义汇率之间的关系

$$\epsilon = e \times \frac{P}{P^*} \tag{9.4.19}$$

可以把名义汇率写为

$$e = \epsilon \times \frac{P^*}{P} \tag{9.4.20}$$

该式说明，名义汇率取决于实际汇率和两国的价格水平.

考虑汇率随时间的变动是有启发性的. 汇率方程可以写为

$$\ln e = \ln \epsilon + \ln P^* - \ln P \tag{9.4.21}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} + \frac{\Delta P^*}{P} - \frac{\Delta P}{P} \tag{9.4.22}$$

其中，ϵ 的百分比变动是实际汇率的变动，P 的百分比变动是国内通货膨胀率 π，P^* 的百分比变动是外国的通货膨胀率 π^*. 因此，名义汇率的百分比变动是

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} + (\pi^* - \pi) \tag{9.4.23}$$

该式说明，**两国的通货之间名义汇率的百分比变动等于实际汇率的百分比变动加上两国通货膨胀率之差**[5].

货币供给的高增长导致了高通货膨胀，其后果之一是通货贬值：**高 π 意味着 e 的下降**. 换言之，正如货币量的增长使按货币衡量的产品价格上升一样，它也往往会使按本国通货衡量的外国通货价格上升.

（五）购买力平价特例

> **定理 9.4.1.(一价定律)** 同样的产品在同一时间在不同地点不能以不同的价格出售.

若 1 单位小麦在 A 地的价格低于在 B 地的，套利者会知晓并利用这种获利机会. 从而**增加 A 地的小麦需求和 B 地的小麦供给**，进而使 **A 地小麦价格上升和 B 地小麦价格下降**，**直到两地小麦价格相等**.

[5]如果一个国家相对于美国而言通货膨胀率较高，那么随着时间的推移，1 美元能购买的外国通货量将增加；如果一个国家相对于美国而言通货膨胀率较低，那么随着时间的推移，1 美元能购买的外国通货量将减少.

定理 9.4.2.(购买力平价) 如果国际套利是可能的，那么 1 美元在每个国家都必须有同样的购买力.

笔记. *购买力平价是应用于国际市场的一价定律. 其中，1 美元可以是任何一种其他通货.*

用实际汇率模型来解释购买力平价. 国际套利者的迅速行动意味着**净出口对实际汇率的微小变动都高度敏感**. 例如，国内产品价格相对于国外产品的微小下降将引起套利者在国内购买产品和在国外出售.

在使购买力在各国之间相等的实际汇率处，净出口曲线非常平坦：实际汇率任何微小的变动都会引起净出口的大幅度变动. 这种净出口的极端敏感性保证了均衡的实际汇率总是接近于确保购买力平价的水平.

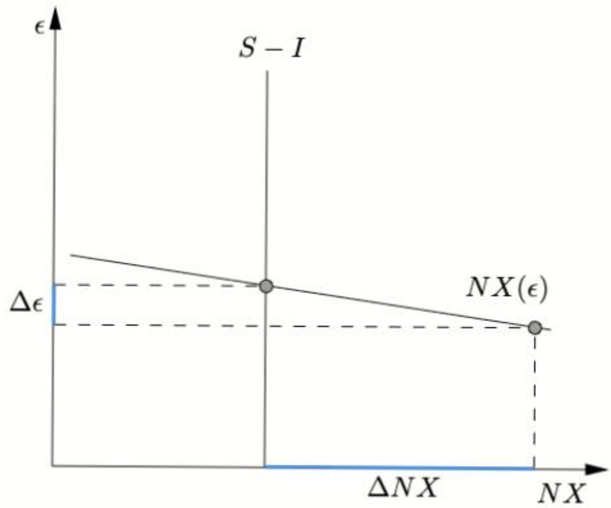


Figure 9.19: 购买力平价

购买力平价有两个重要的启示：第一，由于净出口曲线是平坦的，所以储蓄或投资的变动并**不影响实际或名义汇率**；第二，由于实际汇率是固定的，所以名义汇率的所有变动都**产生于价格水平的变动**.

购买力平价并不是对世界完全准确的描述. 首先，许多产品和服务不易于交易（如理发）；其次，可贸易的产品并不总是完全替代品（消费者偏好不同）. 因此，随着时间的推移，实际汇率实际上确实在变动.

例 9.4.1

考虑一个由以下方程所描述的经济：

$$Y = C + I + G + NX$$

$$Y = 8000, G = 2500, T = 2000$$

$$C = 500 + \frac{2}{3}(Y - T)$$

$$I = 900 - 50r$$

$$NX = 1500 - 250\epsilon$$

$$r = r^* = 8$$

(1) 在这个经济中，求出私人储蓄、公共储蓄、国民储蓄、投资、贸易余额以及均衡汇率；

(2) 假定现在 G 减少到 2000，求出私人储蓄、公共储蓄、国民储蓄、投资、贸易余额以及均衡汇率；

(3) 假定现在 r^* 减少到 3%，求出私人储蓄、公共储蓄、国民储蓄、投资、贸易余额以及均衡汇率.

解答. **(1)** 在这个经济中，私人储蓄、公共储蓄、国民储蓄、投资、贸易余额

$$
\begin{aligned}
&C = 500 + \frac{2}{3}(Y - T) = 500 + \frac{2}{3}(8000 - 2000) = 4500 \\
&S_{私人} = Y - C - T = 8000 - 4500 - 2000 = 1500 \\
&S_{公共} = T - G = 2000 - 2500 = -500 \\
&S = S_{私人} + S_{公共} = 1500 + (-500) = 1000 \\
&I = 900 - 50r = 900 - 50 \times 8 = 500 \\
&NX = S - I = 1000 - 500 = 500
\end{aligned}
$$

通过令净出口等于资本净流出，均衡实际汇率

$$1500 - 250\epsilon = S - I = 500 \Rightarrow \epsilon = 4$$

(2) 当 G 减少到 2000 时，私人储蓄和投资不变，公共储蓄、国民储蓄、贸易余额

$$
\begin{aligned}
&S_{私人} = 1500, I = 500 \\
&S_{公共} = T - G = 2000 - 2000 = 0 \\
&S = S_{私人} + S_{公共} = 1500 + 0 = 1500 \\
&NX = S - I = 1500 - 500 = 1000
\end{aligned}
$$

通过令净出口等于资本净流出，均衡实际汇率

$$1500 - 250\epsilon = S - I = 1000 \Rightarrow \epsilon = 2$$

(3) 当 r^* 减少到 3 时，私人储蓄、公共储蓄和国民储蓄不变，投资、贸易余额

$$
\begin{aligned}
&S_{私人} = 1500, S_{公共} = -500, S = 1000 \\
&I = 900 - 50r = 900 - 150 \times 8 = 750 \\
&NX = S - I = 1000 - 750 = 250
\end{aligned}
$$

通过令净出口等于资本净流出，均衡实际汇率

$$1500 - 250\epsilon = S - I = 250 \Rightarrow \epsilon = 5 \quad \blacksquare$$

四、大型开放经济模型

(一) 大型开放经济

小型开放经济的的利率是由世界金融市场固定的，这种经济**不影响世界利率**和该经济**可以按世界利率无限量地借款或贷款**. 在封闭经济中，国内利率使国内储蓄与国内投资达到均衡，这意味着**影响储蓄或投资的政策也会改变均衡利率**. 美国既没有大到封闭经济、也没有小到小型开放经济的程度.

美国的利率不由世界利率固定. 首先，**美国大到足以影响世界金融市场**. 美国给国外的贷款越多，世界经济中贷款的供给就越大，世界利率就越低；反之，美国从国外借贷越多，世界利率就越高.

其次，**资本不可能完全自由流动**. 由于对国外资产的不完全信息或由于政府对国际信贷的限制，对国内

资产的偏好就产生了. 从而，用于资本积累的资金**不能自由流动**，使所有国家的利率无法都相等.

因此，当分析像美国这样的国家的政策时，需要**把封闭经济的逻辑与小型开放经济的逻辑结合起**来，建立一个介于这两种极端之间的经济的模型，即**大型开放经济模型**. 在这种中间情况下，**存在国际借贷，但利率不是由世界金融市场固定的**. 而是，**该经济从国外借款越多，它必须向外国投资者提供的利率就越高**.

小型和大型开放经济之间的关键区别是资本净流出的行为. 在小型开放经济模型中，在一个固定的世界利率 r^*，资本自由地流入该经济或从该经济流出；大型开放经济模型对资本的国际流动做了一个不同的假设：**更高的国内利率 r 抑制国内投资者贷款给国外，鼓励国外投资者贷款给国内**.

因此，**资本净流出 CF 与国内实际利率 r 负相关**. 可以把这个关系写为

$$CF = CF(r) \tag{9.4.24}$$

其中，CF 的正负取决于该经济在世界市场上是债权人还是债务人.

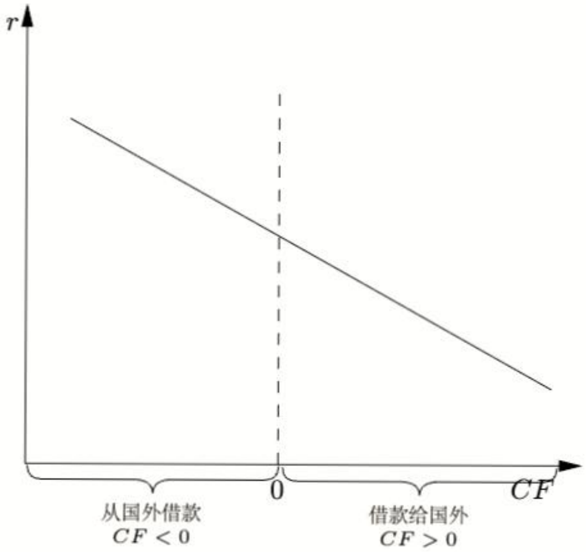


Figure 9.20: 资本净流出如何取决于利率

考虑两个特例，垂直的 CF 函数和水平的 CF 函数：在封闭经济中，对于所有利率资本净流出都为零；在具有完全资本流动性的小型开放经济中，在世界利率 r^* 资本净流出是完全有弹性的.

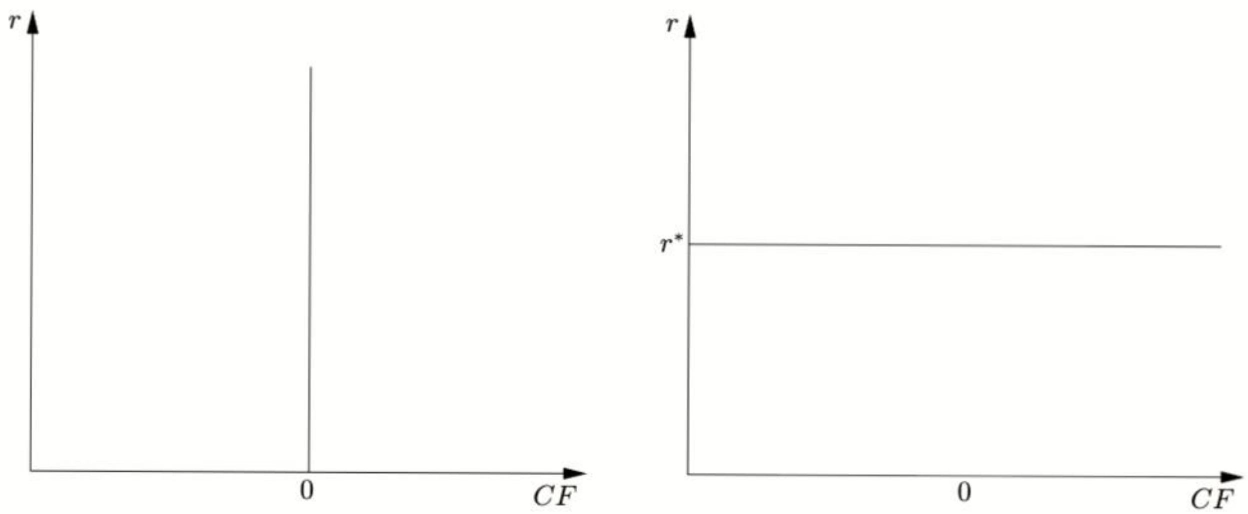


Figure 9.21: 两个特例

（二）大型开放经济模型

为了理解大型开放经济如何运行，考虑两个关键市场：可贷资金市场和外汇市场.

可贷资金市场：一个开放经济的储蓄 S 用于为国内投资 I 融资和为资本净流出 CF 融资两方面

$$S = I + CF \Rightarrow \overline{S} = I(r) + CF(r) \tag{9.4.25}$$

均衡利率处，来自储蓄 S 的可贷资金供给与来自国内投资 I 和国外投资 CF 的可贷资金需求达到平衡.

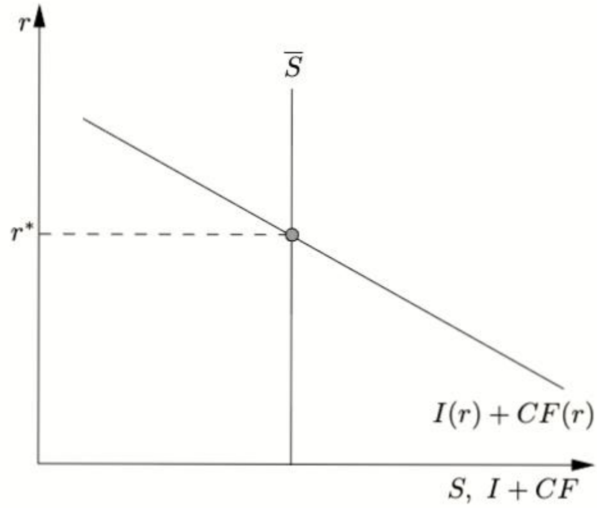


Figure 9.22: 大型开放经济的可贷资金市场

外汇市场：考虑资本净流出与贸易余额之间的关系

$$NX = S - I \tag{9.4.26}$$

由于 NX 是实际利率的函数且 $CF = S - I$，所以

$$NX(\epsilon) = CF \tag{9.4.27}$$

均衡汇率处，来自资本净流出 CF 的美元供给与来自一国的产品和服务净出口 NX 的美元需求达到平衡.

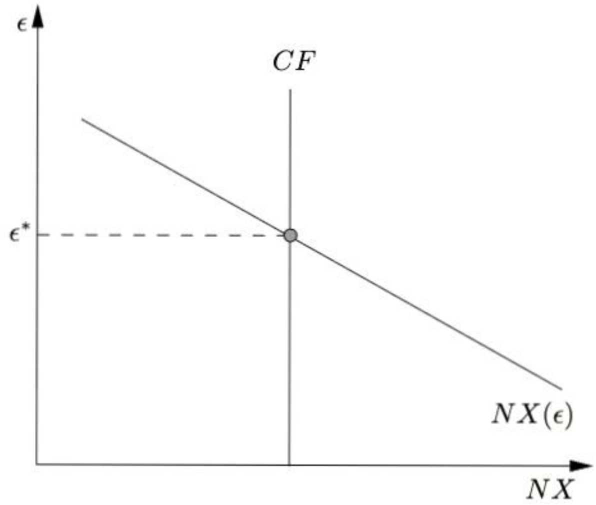


Figure 9.23: 大型开放经济的外汇市场

此外，名义汇率仍然是实际汇率乘以价格水平的比率

$$e = \epsilon \times \frac{P^*}{P} \tag{9.4.28}$$

现在能够考虑经济政策如何影响大型开放经济. 下图显示了分析所需要的三幅图形：左上图表示可贷资金市场决定了**均衡利率**；右上表示利率决定了**资本净流出**，资本净流出又决定了需要换成外国通货的**美元的供给**；右下图表示**实际汇率**进行调整，使美元供给和来自净出口的对美元的需求达到平衡.

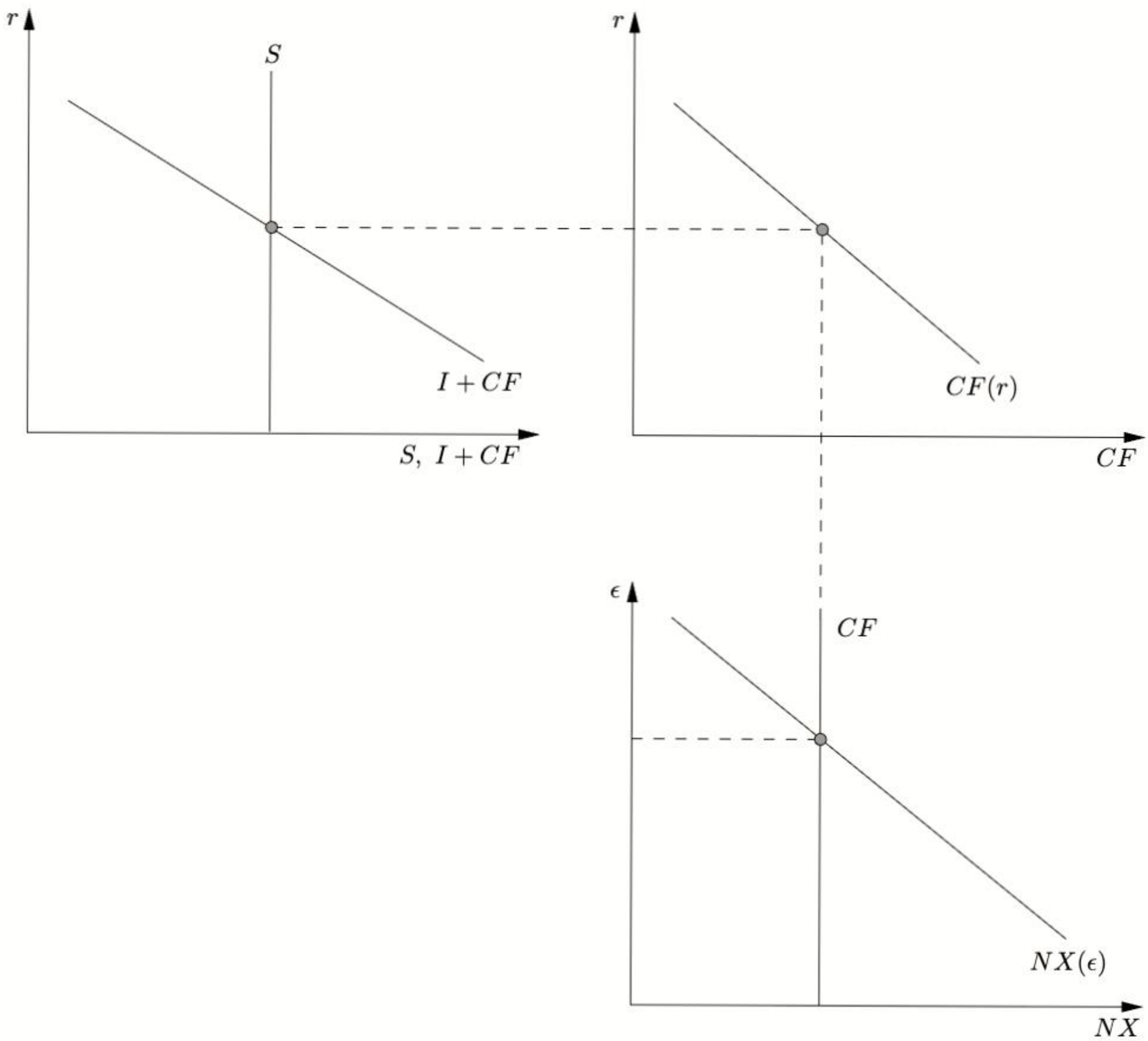


Figure 9.24: 大型开放经济的均衡

(三) 比较静态分析

国内财政政策：考虑扩张性财政政策（政府购买增加或减税）的影响. 该政策减少了国民储蓄 S，从而减少了可贷资金的供给并提高了均衡利率 r. 更高的利率减少了国内投资 I 和资本净流出 CF. 资本净流出的减少降低了需要换成外国通货的美元供给. 汇率升值，净出口减少.

注意，这个模型中财政政策的影响是**封闭经济中财政政策的影响与小型开放经济中影响的结合**. 在封闭经济中，财政扩张**提高了利率并挤出了投资**；在小型经济中，财政扩张**引起贸易赤字和汇率升值**.

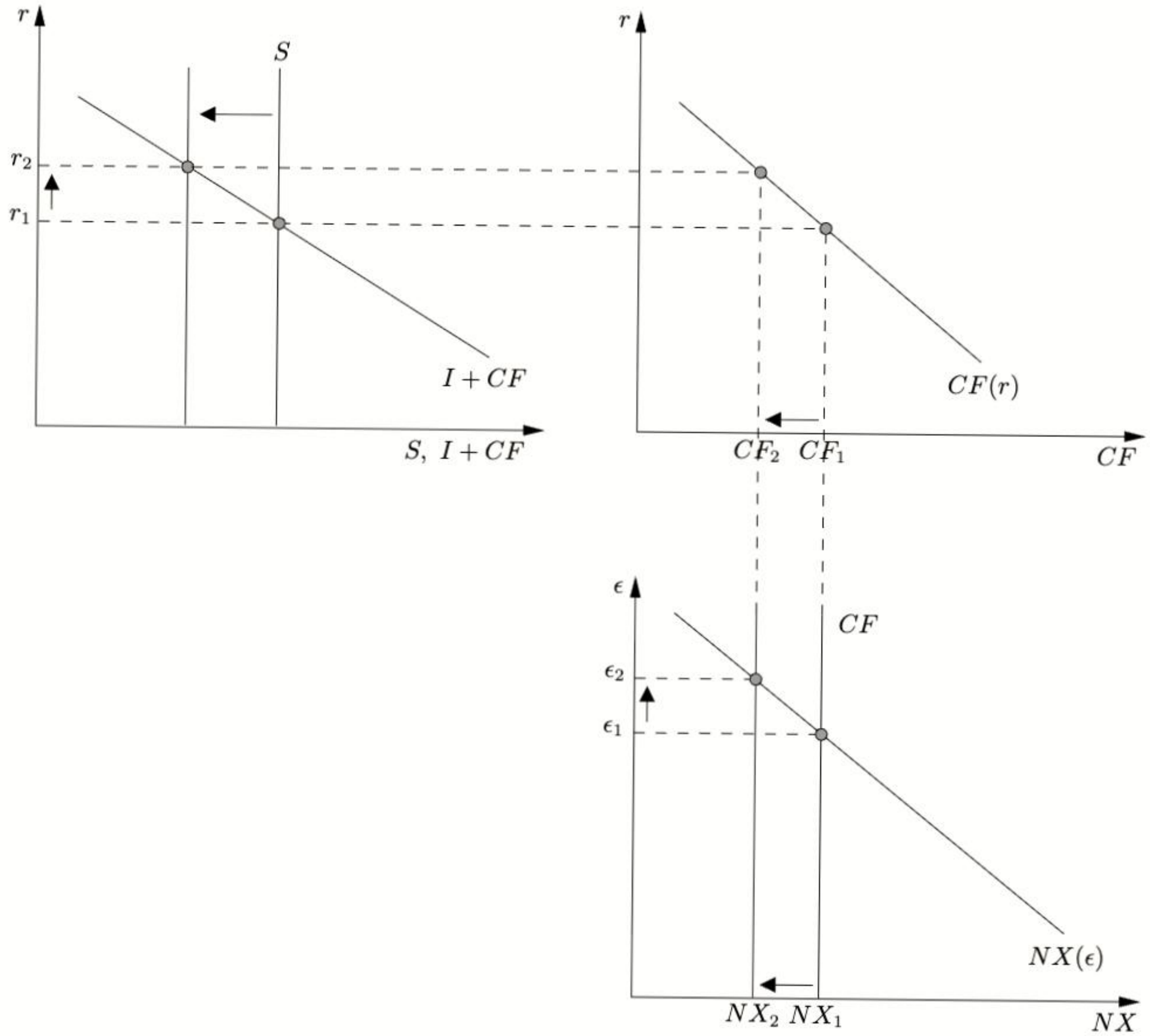


Figure 9.25: 大型开放经济中的国民储蓄减少

一种理解这三种类型的经济如何相关的方法是考虑恒等式

$$S = I + NX \tag{9.4.29}$$

在所有这三种情况下，扩张性财政政策都减少了国民储蓄 S. 在封闭经济中，S 的减少伴随着 I 的等量减少，NX 为常数 0；在小型开放经济中，S 的减少伴随着 NX 的等量减少，I 保持在由世界利率所固定的水平. 大型开放经济是中间情况：I 和 NX 都减少，每一项的减少都小于 S 的减少.

投资需求的移动: 假定投资需求曲线向外移动，可贷资本需求增加，这提高了均衡利率. 更高的利率减少了资本净流出，从而降低了外汇市场上的美元供给. 汇率升值，净出口减少.

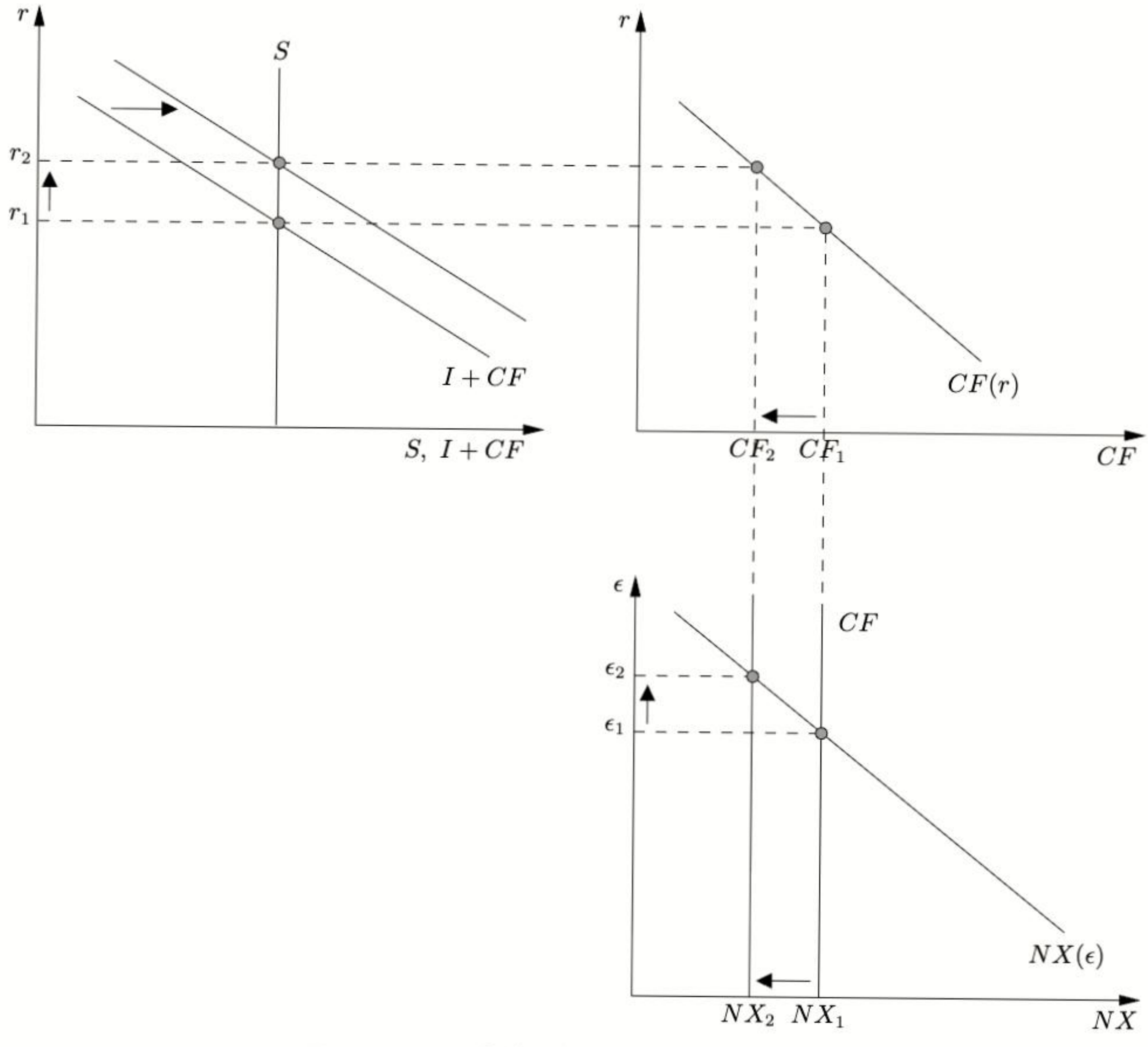


Figure 9.26: 大型开放经济中投资需求的增加

贸易政策：进口需求的减少使净出口曲线向外移动. 由于可贷资金市场没有发生变动，利率保持不变，这又意味着资本净流出也保持不变. 净出口曲线的移动引起汇率升值. 汇率升值使美国产品相对于外国产品更昂贵，这就抑制了出口并刺激了进口. 结果，贸易限制没有影响贸易余额.

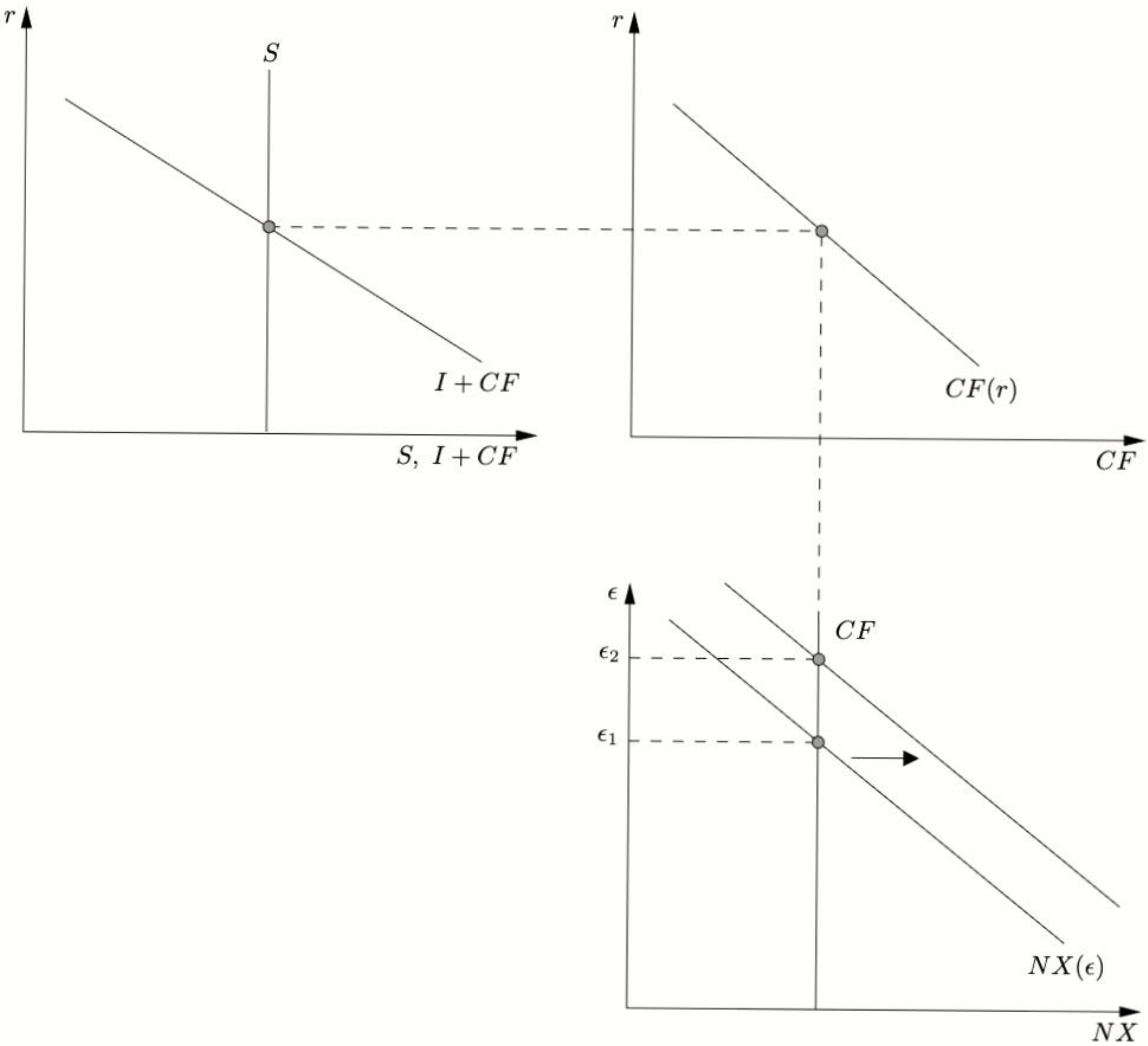


Figure 9.27: 大型开放经济的进口限制

资本净流出的移动：CF 曲线的移动有多种可能的原因.

一个原因是**国外财政政策**. 例如，假定德国采用增加德国储蓄的财政政策. 该政策降低了德国利率，更低的德国利率抑制了美国投资者贷款给德国，鼓励了德国投资者贷款给美国. 对于任何给定的美国利率，美国的资本净流出减少了.

另一个原因是**国外政治的不稳定性**. 假定在另一个国家爆发了战争或革命. 全世界的投资者都想从这个国家撤出他们的资产并在美国这样稳定的国家寻找一个“避风港”. 结果是美国资本净流出减少.

CF 曲线向左移动，可贷资金需求的减少使均衡利率下降. 更低的利率往往会增加资本净流出，但由于这只是部分抵消了 CF 曲线移动带来的 CF 的减少，因此 CF 仍然下降. 资本净流出的减少降低了外汇市场上的美元供给. 汇率上升，净出口下降.

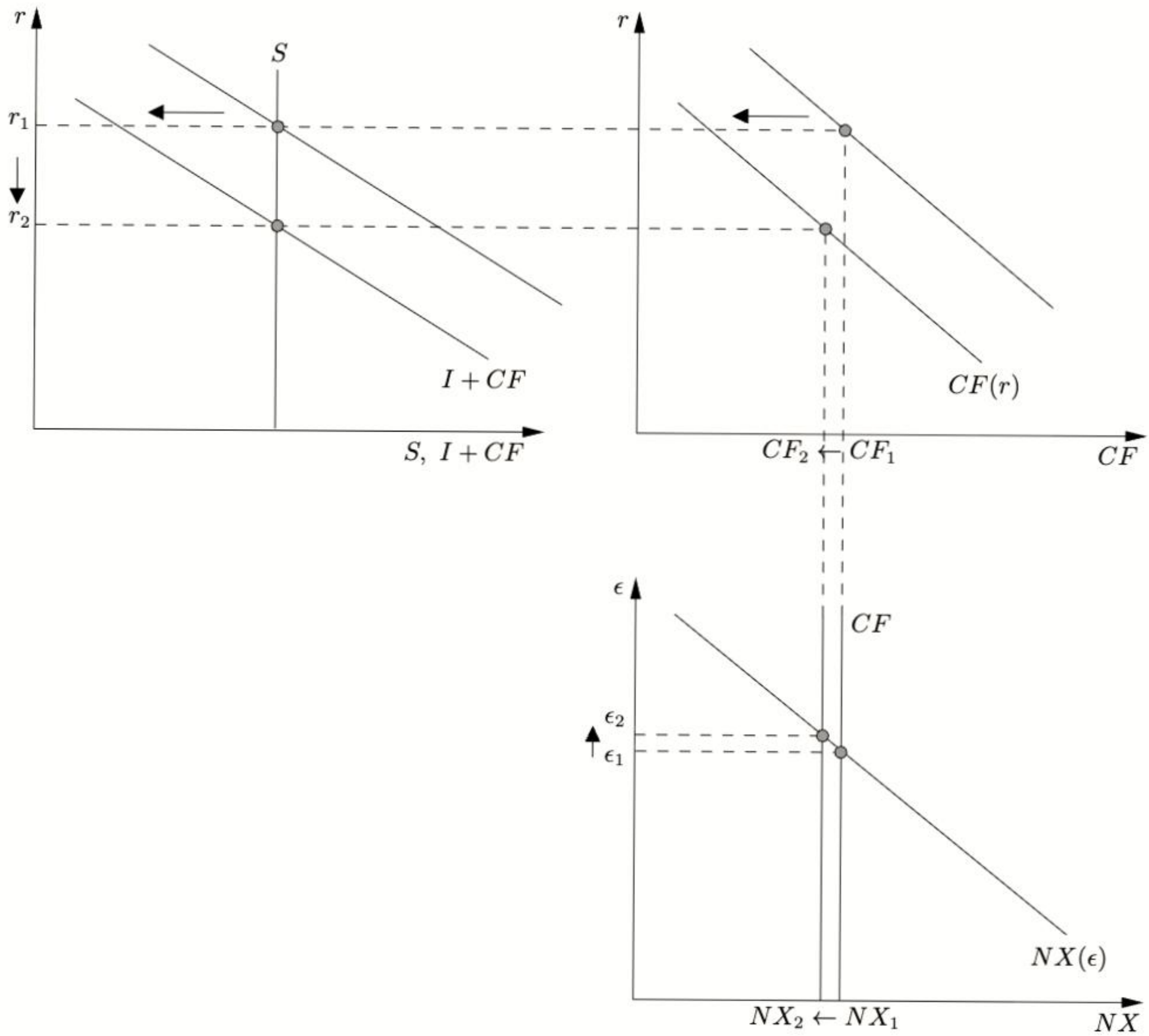


Figure 9.28: 大型开放经济的资本净流出减少

第五节 失业和劳动市场

到目前为止，对劳动市场的讨论中没有考虑失业. 特别地，第一节的国民收入模型建立在**经济总是处于充分就业**的假设基础上. 但是，在现实中，并不是劳动力中的每个人在所有时候都有一份工作：**在所有的自由市场经济，在任何时刻，总有一些人处于失业状态**. 在本节中，通过讨论为什么总会有一些失业以及什么因素决定了失业水平开始研究失业.

一、自然失业率

> **定义 9.5.1.(自然失业率)** 经济围绕其波动的正常失业率. 给定所有阻碍工人立刻找到工作的劳动市场的不完美性，自然失业率是长期中经济趋近的失业率.

建立一个劳动力的动态模型. 首先给出一些符号：令 L 代表劳动力，E 代表就业工人人数，U 代表失业工人人数. 由于每个工人不是就业者就是失业者，所以劳动力是就业者与失业者之和

$$L = E + U \tag{9.5.1}$$

利用这个符号，失业率就是 $\dfrac{U}{L}$.

为了模型化自然失业率，**假设劳动力 L 是固定的**，关注劳动力中的个体在就业 E 与失业 U 之间的转换. 令 s, f 代表**离职率**和**入职率**[6]，二者共同决定了失业率：如果**失业率既没有上升也没有下降**，即劳动市场处于稳定状态，那么**找到工作的人数 fU 必定等于失去工作的人数 sE**. 稳定状态条件为

$$fU = sE \tag{9.5.2}$$

把稳定状态条件中的 E 用 $L-U$ 代替，得到

$$fU = s(L-U) \tag{9.5.3}$$

在等式两边同时除以 L，得到

$$f\frac{U}{L} = s\left(1-\frac{U}{L}\right) \tag{9.5.4}$$

现在能够解出稳定状态失业率 $\dfrac{U}{L}$，得到

$$\frac{U}{L} = \frac{s}{s+f} = \frac{1}{1+f/s} \tag{9.5.5}$$

该式表明，稳定状态失业率 $\dfrac{U}{L}$ 取决于离职率 s 和入职率 f.

自然失业率模型对公共政策有重要的启示. 任何旨在降低自然失业率的政策必须要么降低离职率，要么提高入职率；类似地，任何影响离职率和入职率的政策也会改变自然失业率.

二、失业的基本原因

（一）工资搜寻与摩擦性失业

失业的一个原因是：**使工人与工作岗位相匹配需要花时间**.

[6] 离职率即每个月失去或离开自己的工作的就业者的比例；入职率即每个月找到工作的**失业者**的比例.

前面讨论的总体劳动市场的均衡模型假设**所有工人和所有工作都是相同的**，因此**所有工人都同等地适合所有工作岗位**. 如果这个假设是真的，而且劳动市场处于均衡，那么失去工作并不会引起失业：**被解雇的工人会在市场工资水平立即找到新工作**.

实际上，**工人有不同的偏好与能力，工作有不同的属性**. 由于不同工作要求不同的技能和支付不同的工资，所以**失业工人可能不接受他们收到的第一个工作机会**. 而且，关于找工作者和空缺职位的**信息流动是不完全的**，工人在不同地区间的**流动也不是即刻的**. 从而，找工作需要时间和努力，这降低了入职率.

定义 9.5.2.(摩擦性失业) 由于工人找工作需要花时间而引起的失业.

摩擦性失业的原因

在不断变化的经济中，一些摩擦性失业是难以避免的：

由于许多原因，企业和家庭需要的产品类型随着时间的推移而变化. **随着产品需求的移动，对生产这些产品的劳动的需求也在改变**. 例如，个人电脑的发明减少了对打字机的需求和打字机制造商对劳动的需求.

类似地，**由于不同地区生产不同的产品，可能一国某个地方的劳动需求增加而另一个地方的劳动需求下降**. 石油价格上升引起像得克萨斯这样的产油州对劳动的需求增加，但由此导致的汽油价格上升使开车的吸引力降低，使像密歇根这样生产汽车的州对劳动的需求减少. 经济学家把需求构成在不同行业和地区之间的变动称为**部门转移**. **由于部门转移总在发生，且工人改变部门需要时间，所以摩擦性失业总是存在**.

当工人所在的企业破产了，当工人的工作业绩被认为无法接受，或者当工人的技能不再被需要时，工人也发现自己失去了工作. 无论离职的原因是什么，工人找到新工作都需要花费时间和努力. **只要劳动的供给和企业间的劳动需求在变动，摩擦性失业就是无法避免的**.

公共政策与摩擦性失业

许多公共政策追求**通过减少摩擦性失业来降低自然失业率**. **政府就业机构发布工作空缺信息**，以便工作岗位和工人更有效地匹配. **公共资金出资的再培训项目**的目的也是为了使工人更容易地从萎缩行业转到成长行业. 如果这些项目成功地提高了入职率，它们就降低了自然失业率.

另一些政府项目无意中增加了摩擦性失业. **失业保障就是一个例子**. 根据这一项目，**失业工人在失去工作之后可以在一定时期内得到工资的一部分**. 对于美国失业保障所覆盖的大部分工人来说，政府提供的失业津贴相当于失业以前工资的百分比为大约 50%，持续的时间为大约 26 周.

通过减轻失业的经济困难，**失业保障增加了摩擦性失业的数量，提高了自然失业率**. 那些得到失业保障津贴的失业者寻找新工作的压力小了，更有可能放弃没有吸引力的工作机会. **这两种行为变化都降低了入职率**. 此外，由于工人知道他们的收入受到失业保障的部分保护，所以他们寻找有稳定就业前景的工作的可能性降低了，就工作安全保障去讨价还价的可能性也降低了. **这些行为变化提高了离职率**.

尽管失业保障提高了自然失业率，但是其**减少了工人对自己收入的不确定性**. 而且，促使工人拒绝没有吸引力的工作机会也可能使得工人和工作之间更加匹配，**这提高了生产率**.

（二）实际工资刚性与结构性失业

失业的第二个原因是**工资刚性**. 在劳动市场均衡模型中，实际工资的调整使劳动供给和需求达到均衡. **但工资并不总是有弹性的**. 有时实际工资停滞在高于市场出清的水平.

定义 9.5.3.(工资刚性) 工资未能调整到劳动供给等于劳动需求的水平.

当实际工资高于使供给和需求达到均衡的水平时，劳动的供给量超过需求量. 企业必须以某种方式在工人中配给稀缺的工作岗位. 实际工资刚性降低了入职率，提高了失业水平.

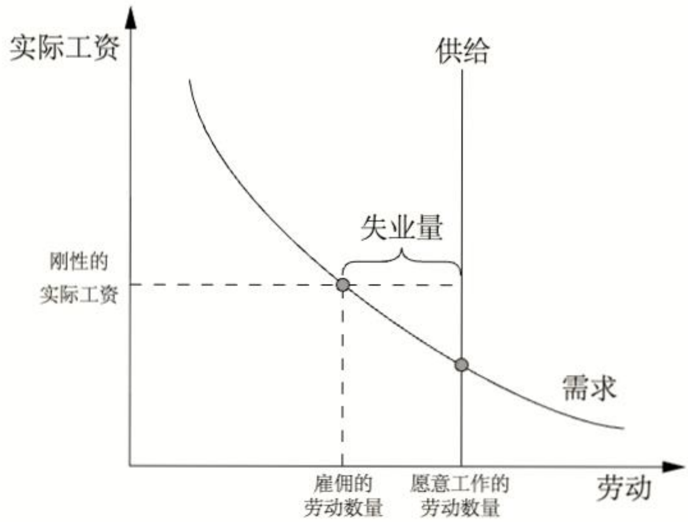


Figure 9.29: 实际工资刚性引起工作配给

定义 9.5.4.(结构性失业) 工资刚性与工作配给引起的失业.

工人失业并非因为他们积极寻找最适合于他们个人技能的工作，而是因为愿意工作的人数与可以得到的工作数之间存在不匹配. **在现行工资下，劳动供给量超过劳动需求量**；许多工人在等待工作岗位的出现.

为了理解工资刚性和结构性失业，必须考察**为什么劳动市场没有出清**. 当实际工资高于均衡水平和工人的供给超过需求时，**人们可能预期企业会降低它们支付的工资**. 结构性失业的产生是因为**尽管存在劳动的超额供给，企业也不能降低工资**. 讨论工资刚性的三个原因：**最低工资法、工会的垄断力量以及效率工资**.

最低工资法

当政府阻止工资下降到均衡水平时，政府就造成了工资刚性. **最低工资法确定了企业支付给雇员的工资的法定最低水平**. 大多数工人赚到的工资远高于法定的最低工资；但对一些**非技能型和缺乏经验的**工人来说，**最低工资将他们的工资提高到均衡水平之上**. 因此，最低工资减少了企业对这些人的劳动需求量.

许多经济学家认为，**税收抵免**是一种增加穷忙族收入的更好的方法. 劳动收入所得税抵免是**穷忙族家庭可以从应纳税收中扣除的数量**. 对于收入很低的家庭来说，税收抵免超过其应纳税收，该家庭就从政府那里得到补助. 与最低工资不同，**劳动收入所得税抵免并没有增加企业的劳动成本，从而不会减少企业需求的劳动量**. 但是，它的不利之处是**减少了政府的税收收入**.

工会的垄断力量

已加入工会的工人的工资不是由供给和需求均衡决定的，而是**由工会领导人与企业管理层之间的谈判决定的**. 最终的协议常常把工资**提高到均衡水平以上**，允许企业决定雇用多少工人. **结果是所雇用的工人数量减少了，入职率下降了，结构性失业增加了**.

工会还能够影响那些工人没有组成工会的企业所支付的工资，因为**工会化的威胁能够使工资保持在均衡水平之上**. 企业可以选择向自己的工人支付让他们满意的高工资，抑制工人组成工会.

工会和工会化威胁引起的失业是不同群体的工人之间存在冲突的一个例子. 雇用的工人（**局内人**）一般都想**使企业的工资保持在高水平**；失业者（**局外人**）**承担了高工资的部分代价，在较低工资水平时可能会被雇用**. 二者的利益冲突是不可避免的，任何谈判过程对工资和就业的效应都取决于每个群体的相对影响.

局内人与局外人之间的冲突在不同国家的解决方式各异. 在一些国家，如美国，工资谈判是在企业或工厂的层次进行的. 在其他国家，如瑞典，工资谈判是在国家层次进行的，政府往往起着关键作用. 尽管工会化程度高，但瑞典在历史上并没有经历过极高的失业. 一种可能的解释是：**工资谈判的集中化和政府在谈判过程中的作用给了局外人更大的影响力，这使工资更接近均衡水平**.

效率工资

效率工资理论认为，**高工资使工人的生产率更高**. 工资对工人效率的影响可以解释企业在面临超额劳动供给时却未能削减工资. **即使削减工资减少了企业的工资总额，它还会降低工人的生产率和企业利润**.

第一种效率工资理论（主要用于更穷国家）认为，**工资影响营养**. 工资更高的工人能吃得起营养更丰富的食物，而更健康的工人生产效率更高. 企业可能决定支付高于均衡水平的工资，以确保有健康的劳动力.

第二种效率工资理论认为，**高工资减少了劳动力的更替**. 对**发达国家**来说，这种理论比第一种更相关. 工人由于许多原因而辞职. **企业给工人支付的工资越高，工人留在企业的激励越大**. 企业通过支付高工资减少了工人辞职的频率，从而**减少了用于雇用和培训新工人所花费的时间和金钱**.

第三种效率工资理论认为，**一家企业的劳动力质量取决于它向雇员支付的工资**. 如果企业降低工资，最好的雇员就会到其他企业工作，**留在企业的是那些其他机会更少的低质量雇员**（逆向选择的例子）. 企业通过支付高于均衡水平的工资可以**减少逆向选择，提高其劳动力质量，从而提高生产率**.

第四种效率工资理论认为，**高工资提高了工人的努力程度**. 这种理论指出，企业不可能完全监督其雇员的努力程度，雇员必须自己决定工作的努力程度. 工人可以努力工作，也可以冒着被抓住和解雇的风险偷懒（道德风险的例子）. **企业可以通过支付高工资减少道德风险问题**. 工资越高，工人被解雇的代价越大. **通过支付高工资，企业促使更多的雇员不偷懒，从而提高了生产率**.

第十章　增长理论：超长期中的经济

在前面的章节中，生产要素和生产技术被确立为**经济总收入的源泉**. 这样，不同时期和不同国家之间的收入差别必然**产生于资本、劳动和技术的差别**. 本章将建立一个被称为**索洛增长模型**的经济增长理论，其说明**储蓄、人口增长和技术进步**如何影响一个经济的产出水平及其随着时间的增长.

第一节　资本积累

一、基本的索洛模型

（一）产品的供给和需求

假设 10.1.1. 产品的供给是基于生产函数的，产出取决于资本存量和劳动力

$$Y = F(K, L) \tag{10.1.1}$$

假设 10.1.2. 生产函数具有**不变规模报酬**，即 $zY = F(zK, zL)$.

规模报酬不变意味着，经济的规模（**工人人数**）不影响人均产出和人均资本量之间的关系. 设 $z = \dfrac{1}{L}$

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) \tag{10.1.2}$$

该式表明，人均产出 $\dfrac{Y}{L}$ 是人均资本量 $\dfrac{K}{L}$ 的函数.

由于经济规模是无关紧要的，所以可用人均值来表示所有数量. 用小写字母表示人均量，因此 $y = \dfrac{Y}{L}$ 是人均产出，$k = \dfrac{K}{L}$ 是人均资本量. 这样，可以把生产函数写为

$$y = \frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) = F(k, 1) \xlongequal{def} f(k) \tag{10.1.3}$$

这一生产函数的斜率表示资本的边际产量

$$MPK = f(k+1) - f(k) \tag{10.1.4}$$

随着资本量的增加，生产函数变得越来越平坦，这表明生产函数表现出**资本的边际产量递减**.

在索洛模型中，产品的需求来自**消费和投资**. 人均产出 y 被划分为人均消费 c 和人均投资 i

$$y = c + i \tag{10.1.5}$$

该式即为经济的国民收入核算恒等式的人均形式. **它忽略了政府购买和净出口.**

索洛模型假设每年人们储蓄 s 比例的收入，消费 $1-s$ 比例的收入

$$c=(1-s)y \tag{10.1.6}$$

其中，s 为储蓄率（$0\le s\le 1$），视为给定的. 从而，国民收入核算恒等式

$$y=c+i=(1-s)y+i\Rightarrow i=sy \tag{10.1.7}$$

该式表明，投资等于储蓄. 因此，储蓄率 s 也是用于投资的产出比例.

生产函数和消费函数描述了任何一个时点上的经济. 对于任何一个给定的资本存量 k，生产函数 $y=f(k)$ 决定了**经济生产多少产出**，储蓄率 s 决定了**产出在消费和投资之间的配置**.

（二）资本存量的增长与稳定状态

在任何时刻，**资本存量**都决定着经济的产出，因此**资本存量的变动会引起经济增长**.

两种力量影响资本存量：投资和折旧. **投资**指**用于新工厂和设备的支出**，它引起**资本存量增加**；**折旧**指**原有资本由于老化和使用造成的磨损**，它引起**资本存量减少**. 下面依次考虑这两种力量：

在式(10.1.7)中，通过用生产函数替代 y，可以把人均投资表示为人均资本存量的函数

$$i=sy=sf(k) \tag{10.1.8}$$

该式把现有资本存量 k 与新资本的积累 i 联系在一起；图10.1说明了，对任何一个 k 值，**产出量如何由生产函数 $f(k)$ 决定**以及那些**产出在消费和储蓄之间的配置如何**由储蓄率 s 决定.

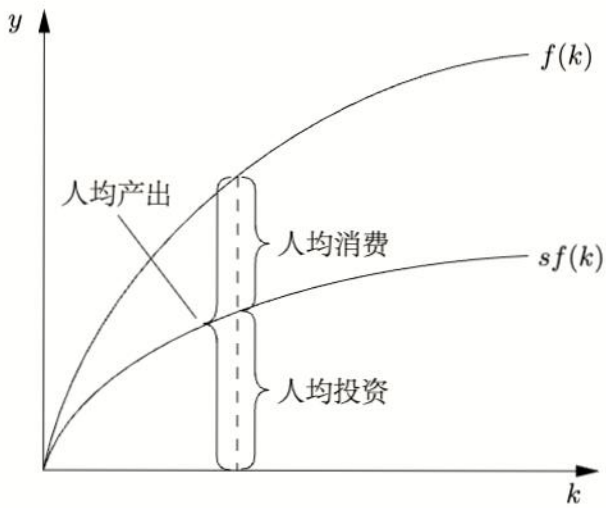


Figure 10.1: 产出、消费和投资

为了把折旧纳入模型，假设某个比例（**折旧率**）δ 的资本存量每年会被磨损，则资本存量的变动

$$\Delta k=i-\delta k=sf(k)-\delta k \tag{10.1.9}$$

如图10.2所示，存在单一的资本存量 k^* 使得**投资量等于折旧量**. 如果经济发现自身正处于这一资本存量水平，那么**资本存量就不会改变**，因为作用于它的两种力量投资和折旧正好平衡了.

也就是说，在 k^* 点 $\Delta k=0$，因此资本存量 k 和产出 $f(k)$ 随时间的推移是稳定的（既不增加也不减少）. 因此，把 k^* 称为**稳定状态**（以下简称**稳态**）资本水平.

证明. 对于生产函数 $Y = F(K, L)$，令人均资本 $k = \dfrac{K}{L}$，人均产出 $y = \dfrac{Y}{L}$，则人均资本增长率[1]

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta K}{k} - \frac{\Delta L}{L} = \frac{sY - \delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} = s\frac{Y}{K} - \delta - 0 = s\frac{Y}{K} - \delta$$

从而 $\Delta k = s\dfrac{Y}{L} \cdot k - \delta k = s\dfrac{Y}{K} \cdot \dfrac{K}{L} - \delta k = sy - \delta k$，令 $\Delta k = 0 \Rightarrow sy = \delta k$. ■

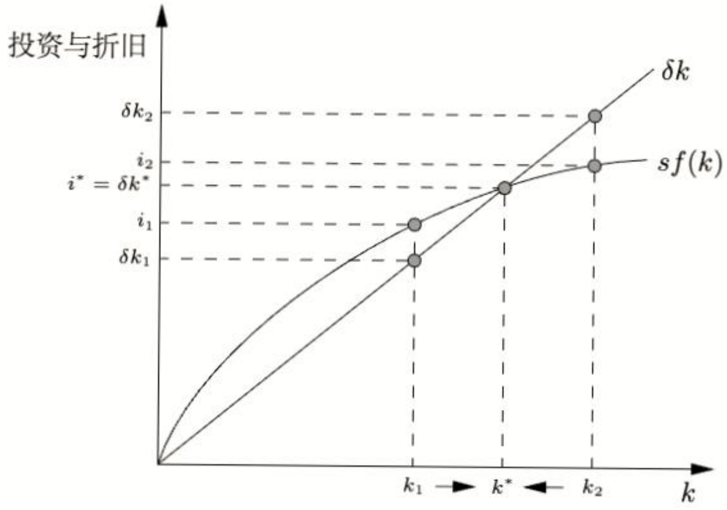


Figure 10.2: 投资、折旧和稳态

一个处于稳态的经济会停留在那里，一个处于非稳态的经济将向稳态运动[2]. 也就是说，**无论经济初始的资本水平如何，它最终会达到稳态资本水平**. 在这一意义上，稳态代表**经济的长期均衡**.

（三）储蓄率如何影响增长

考虑当一个经济的储蓄率提高时所出现的情况.

假设该经济在开始时处于稳态，储蓄率为 s_1，资本存量为 k_1^*. 由于经济处于稳态，所以**投资量正好与折旧量相互抵消**. 当储蓄率从 s_1 提高到 s_2 时，$sf(k)$ 曲线向上移动. **储蓄率提高后，投资立即变得更高了，但资本存量和折旧量仍然未变**. 因此，投资现在超过折旧. 资本存量将逐步增加，直至经济达到新的稳态 k 时为止，**在新的稳态，资本存量和产出水平都高于原来的稳态**.

索洛模型表明，**储蓄率是稳态资本存量的关键决定因素**. 如果储蓄率高，经济的稳态将会有大的资本存量和高的产出水平；如果储蓄率低，经济的稳态将会有小的资本存量和低的产出水平. **储蓄率下降的长期后果是更低的资本存量和更低的国民收入，这个推理就是许多经济学家批评持续性大额预算赤字的原因**.

根据索洛模型，**更高的储蓄导致更快的增长，但只是暂时性的**. 储蓄率的提高加快了增长，但只是在经济达到新的稳态之前. 如果经济保持高储蓄率，它会保持大的资本存量和高的产出水平，但它不会永远保持高经济增长率. 改变人均收入的稳态增长率的政策被说成是**有增长效应**（见下一节）. 相反，储蓄率的增加被说成是**有水平效应**，因为**只有人均收入水平而不是其增长率受到稳态储蓄率的影响**.

[1]在人均资本 $k = \dfrac{K}{L}$ 两边取对数可得 $\ln k = \ln K - \ln L$，从而 $\dfrac{\Delta k}{k} = \dfrac{\Delta K}{k} - \dfrac{\Delta L}{L}$.

[2]当 $k < k^*$ 时，投资超过折旧，则随着时间的推移，资本存量将上升；当 $k > k^*$ 时，折旧超过投资，则随着时间的推移，资本存量将下降. 资本存量将持续上升或下降，一旦其达到了稳态时（投资等于折旧），则资本存量增加或减少的压力都不存在.

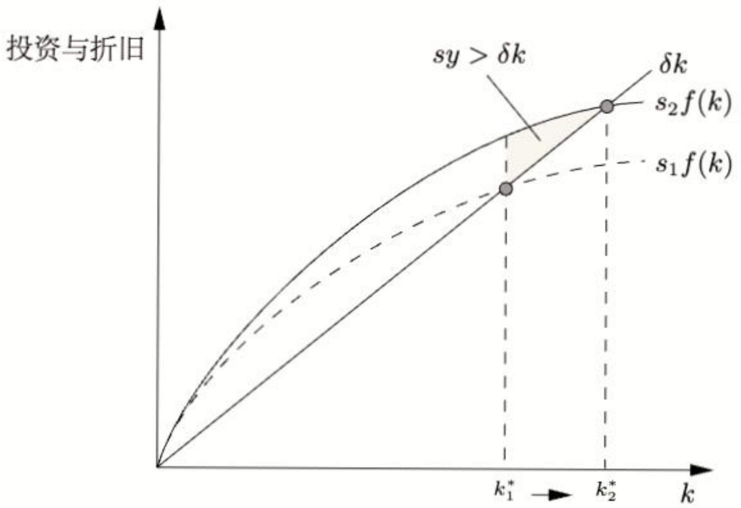


Figure 10.3: 储蓄率的提高

二、资本的黄金律水平

（一）比较稳态

> **假设 10.1.3.** 政策制定者可以把经济的储蓄率设定在任何水平，以决定经济的稳态.

政策制定者的目的是**使组成社会的个体的福利最大化**. 个体本身并不关心经济中的资本量或产出量，而是关心他们可以消费的产品与服务的数量. 因此，一个好的政策制定者要选择**消费水平最高的稳态**.

> **定义 10.1.1.** 使**消费最大化**的**稳态** k 值被称为**资本的黄金律水平**，记为 k^*_{gold}.

为了找到稳态的人均消费，从国民收入核算恒等式开始

$$y = c + i \Rightarrow c = y - i \xRightarrow{\text{稳态}} c^* = f(k^*) - \delta k^* \tag{10.1.10}$$

该式表明，稳态的消费是在**扣除了稳态折旧之后所剩余的稳态产出**. 稳态资本的增加对稳态消费有两种相反的效应：更多的资本意味着**更多的产出**，也意味着**更多的产出必须被用于替换损耗的资本**.

稳态人均消费的一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}c^*}{\mathrm{d}k^*} = f'(k^*) - \delta \overset{def}{=\!=} MPK - \delta = 0 \Rightarrow MPK = \delta \tag{10.1.11}$$

该式表明，在资本的黄金律水平，**资本的边际产量等于折旧率**，生产函数和 δk^* 线的斜率相同.

如果资本存量低于黄金律水平，那么**资本存量的增加所引起的产出的增加大于折旧的增加**，因此**消费会上升**. 此时，生产函数比 δk^* 线陡峭，消费随着 k^* 的上升而增长. 相反，**如果资本存量高于黄金律水平，资本存量的增加减少了消费**. 此时，生产函数比 δk^* 线平坦，消费随着 k^* 的上升而缩小.

经济并不会自动地趋向于黄金律稳态. 如果想要任何一个特定的稳态资本存量，例如黄金律水平，那么就需要一个**特定的储蓄率**来支持它. 图10.4显示了储蓄率被设定为产生黄金律资本水平的情况下的稳态. 如果储蓄率高于该图所使用的水平，稳态资本存量就太高了；如果储蓄率低于这个水平，稳态资本存量就太低了. **在任何一种情况下，稳态消费都低于在黄金律稳态的水平**.

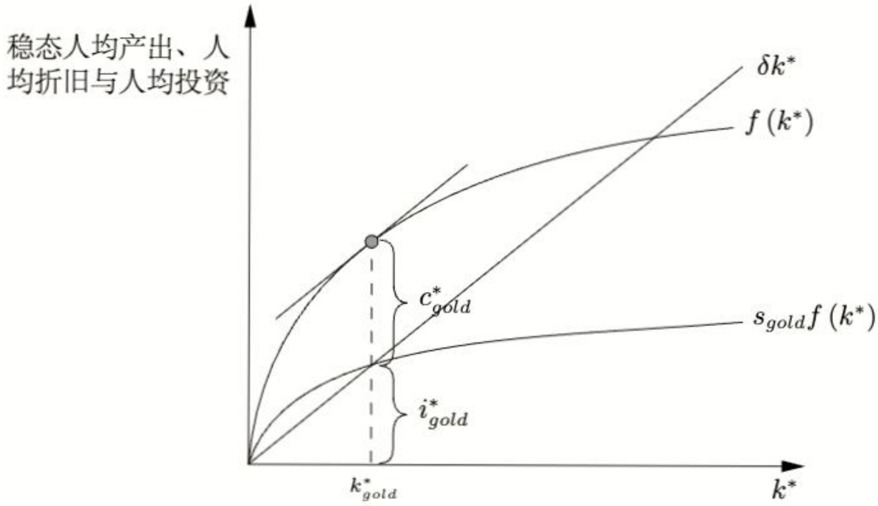


Figure 10.4: 储蓄率和黄金律

(二) 向黄金律稳态的过渡

现在假定经济已经达到了一个不同于黄金律稳态的稳态，考虑：当经济从现在的稳态向黄金律稳态过渡时，消费、投资和资本会发生什么变动? 过渡所产生的影响会阻碍政策制定者尽力去达到黄金律吗?

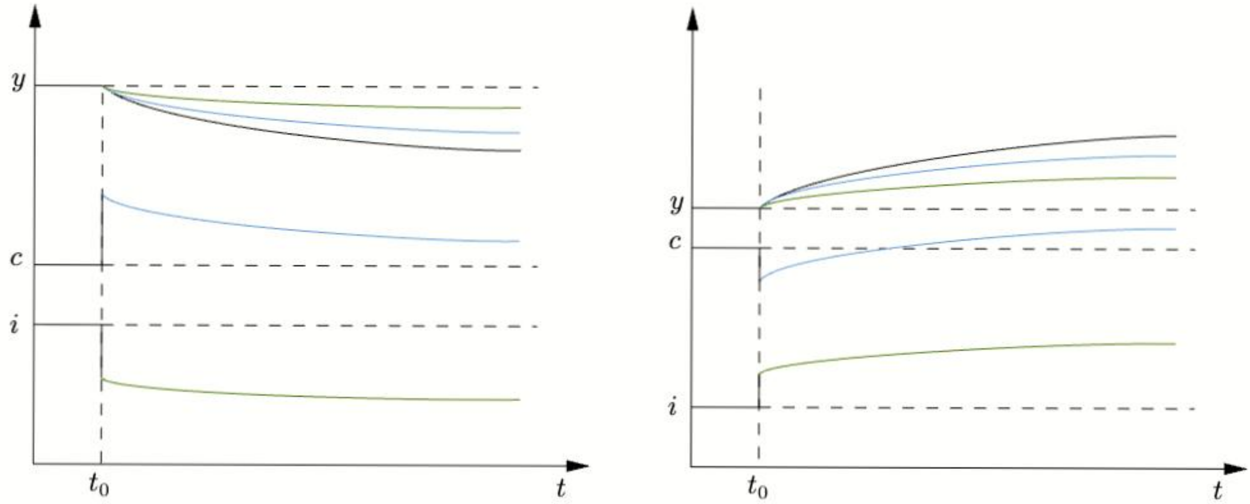


Figure 10.5: 当经济从资本大于/小于黄金律稳态开始时储蓄率下降/提高

从资本过多开始：经济一开始所处的稳态拥有的资本大于黄金律水平，为了**减少资本存量**，政策制定者采取旨在**降低储蓄率**的政策. 假定政策成功，在某个时点 t_0 储蓄率下降到最终将导致黄金律稳态的水平.

储蓄率的下降引起**消费的即刻增加和投资的等量即刻减少**[3]. 随着时间的推移，当资本存量减少时，**产出、消费和投资同时减少**. 由于经济初始有太多的资本，所以在新的稳态，消费水平高于初始稳态.

从资本过少开始：经济一开始所处的稳态拥有的资本小于黄金律水平，为了**增加资本存量**，政策制定者采取旨在**增加储蓄率**的政策. 假定政策成功，在某个时点 t_0 储蓄率上升到最终将导致黄金律稳态的水平.

储蓄率的下降引起**消费的即刻减少和投资的等量即刻增加**. 随着时间的推移，当资本存量增加时，**产出、消费和投资同时增加**. 由于经济从资本小于黄金律稳态开始，所以新的稳态比初始稳态的消费水平高.

[3] $c=(1-s)y, i=sy$, 从而储蓄率 s 的下降引起二者的即刻变化；k^* 不会立刻变化，故 $y=f(k)$ 有下降趋势而不即可下降.

第二节 人口增长和技术进步

索洛模型表明，资本积累本身并不能解释持续的经济增长：**高储蓄率只能导致暂时的高增长，但经济最终达到资本与产出都保持不变的稳态**. 为了解释所观察到的世界大多数国家的持续经济增长，必须扩展索洛模型，**将另外两个经济增长的源泉人口增长和技术进步纳入进来**.

模型通过简化世界来帮助理解世界. 在完成了对一个模型的分析以后，考虑是否过分简化是重要的. 在最后一小节，考察一组新理论，称为**内生增长理论**，其有助于解释被索洛模型视为外生的**技术进步**.

一、人口增长

（一）存在人口增长的稳态

假设 10.2.1. 人口和劳动力按一个不变的速率 n 在增长.

工人数量的增加引起人均资本下降. 人均资本存量的变动是

$$\Delta k = i - (\delta + n)k = sf(k) - (\delta + n)k \tag{10.2.1}$$

该式表明投资、折旧和人口增长是如何影响人均资本存量的.

投资使 k 增加，而折旧和人口增长使 k 减少. 可以认为 $(\delta + n)k$ 项定义了**收支相抵的投资**，即保持人均资本存量不变**所需要的**投资量. 在这里，收支相抵的投资包括**取代折旧的资本所需要的数量** δk 和**为新工人提供资本所需要的投资量** nk. 上式还表明，**人口增长减少人均资本积累的方式与折旧类似**. 折旧通过磨损资本存量减少 k，而**人口增长通过把资本存量更稀疏地分配给更多的工人而减少** k.

对于生产函数 $Y = F(K, L)$，令人均资本 $k = \dfrac{K}{L}$，人均产出 $y = \dfrac{Y}{L}$，则人均资本增长率

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta K}{k} - \frac{\Delta L}{L} = \frac{sY - \delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} = s\frac{Y}{K} - \delta - n = s\frac{Y}{K} - (\delta + n)$$

从而 $\Delta k = s\dfrac{Y}{L} \cdot k - (\delta + n)k = s\dfrac{Y}{K} \cdot \dfrac{K}{L} - (\delta + n)k = sy - (\delta + n)k$，令 $\Delta k = 0 \Rightarrow sy = (\delta + n)k$.

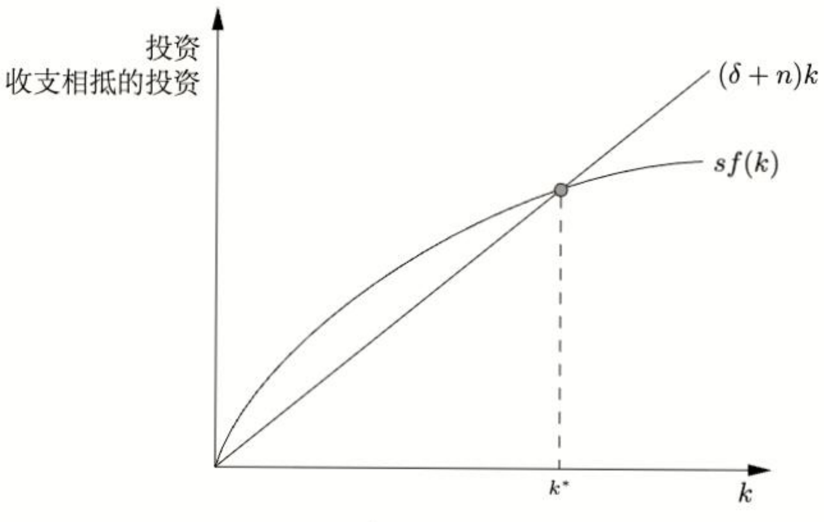


Figure 10.6: 索洛模型中的人口增长

（二）人口增长的影响

人口增长在三个方面改变了基本的索洛模型.

第一，它让模型离解释**持续的经济增长**更接近了. 在有人口增长的稳态中，**人均资本和人均产量是不变的**. 然而，由于工人数量以 n 的速率增长，总资本和总产出必定也以 n 的速率增长. 因此，尽管人口增长不能解释生活水平的持续增长（由于**稳态人均产出常数**），但它有助于解释总产出的持续增长.

第二，人口增长**对什么一些国家富有而另一些国家贫困**给出了另一个原因. 如图10.7，人口增长率由 n_1 提高到 n_2，使稳态人均资本水平从 k_1^* 下降为 k_2^*. 由于 k^* 更低了，又由于 $y^*=f(k^*)$，人均产出水平 y^* 也更低了. 因此，**索洛模型预测人口增长率更高的国家将会有更低的人均 GDP 水平**. 注意，与储蓄率的变动一样，人口增长率的变动对人均收入有水平效应，但**不影响人均收入的稳态增长率**.

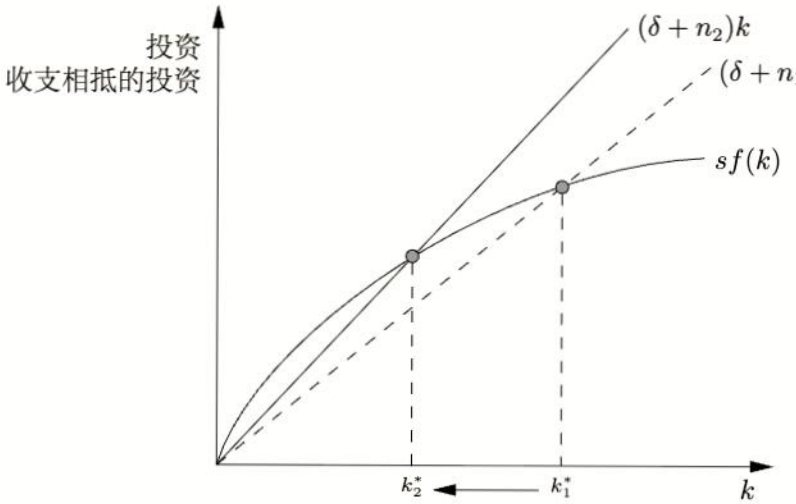


Figure 10.7: 人口增长的影响

第三，人口增长影响决定黄金律（消费最大化）资本水平的标准. 稳态人均消费

$$c^*=f(k^*)-(\delta+n)k^* \tag{10.2.2}$$

稳态人均消费的一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}c^*}{\mathrm{d}k^*}=f'(k^*)-(\delta+n)\xlongequal{def}MPK-(\delta+n)=0\Rightarrow MPK=\delta+n \tag{10.2.3}$$

该式表明，在资本的黄金律水平，**资本的边际产量等于折旧率与人口增长率**.

二、技术进步

（一）劳动效率

现在把生产函数写为

$$Y=F(K,L\times E) \tag{10.2.4}$$

其中，E 称为**劳动效率**，反映了社会拥有的关于生产方法的知识.

$L\times E$ 这一项可以被解释衡量**工人的有效数量**. 它考虑了实际工人数量 L 和每个工人的效率 E. 换句话说，L 衡量了劳动力中工人的数量，而 $L\times E$ 衡量了**工人的数量和技术赋予典型工人的效率**.

笔记. 这一模型化技术进步的方法的本质是：**劳动效率 E 提高的作用与劳动力 L 的增加是类似的.**

假设 10.2.2. 技术进步引起劳动效率 E 以某种不变的速率 g（**劳动改善型技术进步率**）增长.

由于劳动力 L 按 n 增长，劳动效率 E 按 g 增长，所以有效工人的增长率

$$\frac{\Delta(LE)}{LE} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta E}{E} = n + g \tag{10.2.5}$$

（二）有技术进步的稳态

虽然技术进步没有使工人的实际数量增加，但是由于随着时间的推移，每个工人实际上有了更多单位的劳动，因此**技术进步导致工人的有效数量增加**. 从而，早前研究有人口增长的索洛模型时所使用的分析工具可以在稍作改动后用于研究有劳动改善型技术进步的索洛模型.

首先对符号稍作修改. 没有技术进步的时候，用人均数量来分析经济；现在推广该方法，用**有效工人的人均数量**来分析经济. 用 $k = \dfrac{K}{L \times E}$ 代表有效工人的人均资本，用 $y = \dfrac{Y}{L \times E}$ 代表有效工人的人均产出.

对于生产函数 $Y = F(K, L)$，有效工人的人均资本增长率

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta K}{k} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta E}{E} = \frac{sY - \delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta E}{E} = s\frac{Y}{K} - (\delta + n + g)$$

从而 $\Delta k = s\dfrac{Y}{L} \cdot k - (\delta+n+g)k = s\dfrac{Y}{K} \cdot \dfrac{K}{L} - (\delta+n+g)k = sy - (\delta+n+g)k$，令 $\Delta k = 0 \Rightarrow sy = (\delta+n+g)k$.

像前面一样，资本存量的变动 Δk 等于投资 $sf(k)$ 减去收支相抵的投资 $(\delta + n + g)k$. 但是，现在由于 $k = \dfrac{K}{L \times E}$，收支相抵的投资包括三项：为了使 k 不变，δk 是替代折旧的资本所需要的，nk 是为新工人提供资本所需要的，gk 是为技术进步所创造的新的有效工人提供资本所需要的.

纳入技术进步并没有在实质上改变对稳态的分析. 仍然有一个用 k^* 表示的 k 的水平，在这一水平，有效工人的人均资本和有效工人的人均产出保持不变. 与以前一样，**这一稳态代表长期均衡**.

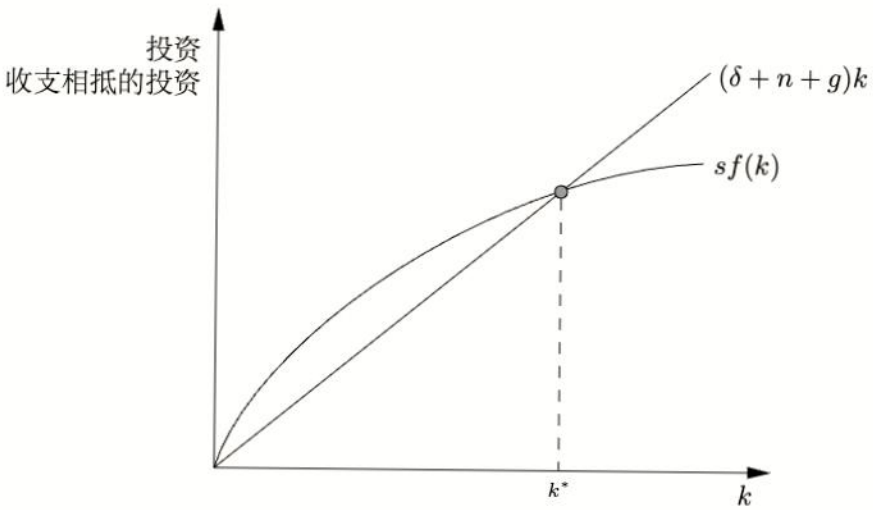


Figure 10.8: 技术进步与索洛增长模型

（三）技术进步的影响

下表显示了在有技术进步的稳态下关键变量的行为是什么样的：

Figure 10.9: 在有技术进步的索洛模型中的稳态增长率

变量	符号	稳态增长率
有效工人的人均资本	$k=\frac{K}{LE}$	$\frac{\Delta k}{k}=0$
有效工人的人均产出	$y=\frac{Y}{LE}=f(k)$	$\frac{\Delta y}{y}=0$
人均资本	$\frac{K}{L}=k\times E$	$\frac{\Delta(K/L)}{K/L}=\frac{\Delta k}{k}+\frac{\Delta E}{E}=0+g=g$
人均产出	$\frac{Y}{L}=y\times E$	$\frac{\Delta(Y/L)}{Y/L}=\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta E}{E}=0+g=g$
总资本	$K=k\times(L\times E)$	$\frac{\Delta K}{K}=\frac{\Delta k}{k}+\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta E}{E}=0+n+g=n+g$
总产出	$Y=y\times(L\times E)$	$\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta E}{E}=0+n+g=n+g$

技术进步的引入也修改了黄金律的标准. 资本的黄金律水平现在被定义为**使有效工人人均消费最大化的稳态**. 沿用前面所用的同样的推理，可以证明有效工人的人均稳态消费是

$$c^*=f(k^*)-(\delta+n+g)k^* \tag{10.2.6}$$

稳态人均消费的一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}c^*}{\mathrm{d}k^*}=f'(k^*)-(\delta+n+g)=MPK-(\delta+n+g)=0\Rightarrow MPK=\delta+n+g \tag{10.2.7}$$

该式表明，在资本的黄金律水平，**资本的净边际产量等于总产出增长率**. 由于现实经济既有人口增长又有技术进步，所以必须用这个标准来评价经济的资本大于还是小于黄金律稳态水平.

例 10.2.1(2025-央财 801)

含人口增长和技术进步的索洛模型为 $Y=F(K,EL)=K^{\alpha}(EL)^{1-\alpha},0<\alpha<1$，人口增长率为 n，技术进步增长率为 g，资本折旧率为 d.

(1) 求解在稳态条件下，有效工人的人均资本和人均产出；

(2) 证明在稳态条件下，资本—产出比是固定不变的；

(3) 证明资本收入份额为 α，劳动的收入份额为 $1-\alpha$；

(4) 证明在稳态条件下，资本总收入和劳动总收入都会按照人口增长率加技术进步率 $(n+g)$ 的速度增长.

解答. (1) 令有效工人的人均资本和人均产出分别为

$$k=\frac{K}{EL}\quad 和\quad y=\frac{Y}{EL}=\frac{K^{\alpha}(EL)^{1-\alpha}}{EL}=\left(\frac{K}{EL}\right)^{\alpha}=k^{\alpha}$$

有效工人的人均资本增长率

$$\frac{\Delta k}{k}=\frac{\Delta K}{K}-\frac{\Delta E}{E}-\frac{\Delta L}{L}=\frac{sY-dK}{K}-(g+n)$$

进一步整理可得

$$\frac{\Delta k}{k}=\frac{sY}{K}-(d+g+n)\Rightarrow\Delta k=sy-(d+g+n)=sk^{\alpha}-(d+g+n)$$

在稳态条件下，$\Delta k=0\Rightarrow sk^{\alpha}=d+g+n$，解得有效工人的人均资本和人均产出

$$k^*=\left(\frac{d+g+n}{s}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}},\quad y^*=(k^*)^{\alpha}=\left(\frac{d+g+n}{s}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

(2) 资本—产出比

$$\frac{K}{Y}=\frac{K/(EL)}{Y/(EL)}=\frac{k}{y}\xlongequal{\text{稳态}}\frac{k^*}{y^*}=\frac{s}{d+g+n}$$

(3) 资本收入份额与劳动收入份额

$$\frac{MPK\cdot K}{Y}=\frac{\alpha K^{\alpha-1}(EL)^{1-\alpha}\cdot K}{K^{\alpha}(EL)^{1-\alpha}}=\alpha$$
$$\frac{MPL\cdot L}{Y}=\frac{(1-\alpha)K^{\alpha}E^{1-\alpha}L^{-\alpha}\cdot L}{K^{\alpha}(EL)^{1-\alpha}}=1-\alpha$$

(4) 由 (3) 可知，资本总收入和劳动总收入分别为 $\alpha Y,(1-\alpha)Y$. 在稳态条件下总收入增长率

$$\frac{\Delta Y}{Y}\xlongequal{y=Y/(EL)\Rightarrow Y=yEL}\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta E}{E}+\frac{\Delta L}{L}=0+g+n=g+n\quad\blacksquare$$

例 10.2.2(2024-央财 803 节选)

考虑带有技术进步的索罗模型. 生产函数为 $Y=K^{\frac{1}{3}}(AL)^{\frac{2}{3}}$. 外生的技术进步速度（即 A 的增长速度）为 $g=0.03$，储蓄率为 $s=0.2$，折旧率为 $\delta=0.05$，人口增长速度为 $n=0.02$.

(1) 求出最大化消费的“黄金律”(the golden-rule) 储蓄率. 最初的稳态储蓄率 $s=0.2$ 有效率吗?

解答. 令有效工人的人均资本和人均产出分别为

$$k=\frac{K}{AL}\quad\text{和}\quad y=\frac{Y}{AL}=\frac{K^{\frac{1}{3}}(AL)^{\frac{2}{3}}}{AL}=k^{\frac{1}{3}}=f(k)$$

有效工人的人均资本增长率

$$\frac{\Delta k}{k}=\frac{\Delta K}{K}-\frac{\Delta A}{A}-\frac{\Delta L}{L}=\frac{sY-\delta K}{K}-(g+n)$$
$$\Rightarrow\Delta k=sy-(\delta+g+n)\xrightarrow{\Delta k=0}sy=(\delta+g+n)k$$

所以，有效工人的人均稳态消费

$$c^*=(1-s^*)y^*=f(k^*)-(\delta+n+g)k^*$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}c^*}{\mathrm{d}k^*}=f'(k^*)-(\delta+n+g)\xlongequal{f(k^*)=(k^*)^{\frac{1}{3}},\delta=0.05,n=0.02,g=0.03}k^*_{gold}=\left(\frac{10}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$$

代入稳态条件 $sy=(\delta+n+g)k$，解得此时的储蓄率 $s^*_{gold}=\dfrac{1}{3}$. 故 $s=0.2$ 不是有效率的. $\blacksquare$

三、内生增长理论

增长理论的一个目的是解释所观察到的世界上大多数地方生活水平的持续提高. 索洛增长模型表明这种持续增长必定来自技术进步. **但技术进步来自哪里呢?** 在索洛模型中, 只是假设存在技术进步.

为了充分理解经济增长的过程, 需要**超越索洛模型并建立解释技术进步的模型**. 解释技术进步的模型是**内生增长理论**的例子, 因为这些模型抛弃了索洛模型的外生技术变革的假设.

(一) 基本模型

从一个特别简单的生产函数开始

$$Y = AK \tag{10.2.8}$$

其中, Y 为产出; K 为资本存量; A 为衡量每一单位资本所生产的产出数量的常数. **这个生产函数并没有表现出资本回报递减的性质**. 不存在资本回报递减是这个内生增长模型和索洛模型之间的关键差别.

仍假设比例为 s 的收入用于储蓄和投资, 用来描述资本积累的方程

$$\Delta K = sY - \delta K \tag{10.2.9}$$

把这个方程与生产函数 $Y = AK$ 结合在一起, 稍作调整得到

$$\Delta K = sAK - \delta K = (sA - \delta)K \Rightarrow \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta K}{K} = sA - \delta \tag{10.2.10}$$

如果 $sA > \delta$, 那么即使没有外生技术进步的假设, 经济的收入也会永远增长下去[4].

笔记. 如果接受 K 只包括经济中的工厂与设备存量的传统观点, 那么假设回报递减就是自然而然的. 内生增长理论的支持者认为, 如果对 K 做出更广义的解释, 那么资本回报不变的假设就更合意.

把知识看作一种资本是支持这个内生增长模型的最佳理由. 知识是经济中生产的一种重要投入. 与其他形式的资本相比, 假设知识表现出回报递减的性质就不那么自然了. 如果接受知识是一种类型的资本这一观点, 那么这个假设资本回报不变的内生增长模型就更合理地描述了长期经济增长.

(二) 两部门模型

假定某经济有两个部门: 制造业企业和研究型大学. 企业生产**产品与服务**, 这些产品与服务用于消费和实物资本投资; 大学生产一种**被称为"知识"的生产要素**, 随后这种生产要素在两个部门免费使用. 这个经济由企业的生产函数、大学的生产函数以及资本积累方程来描述:

$$Y = F[K, (1-u)LE] \tag{10.2.11}$$

$$\Delta E = g(u)E \tag{10.2.12}$$

$$\Delta K = sY - \delta K \tag{10.2.13}$$

其中, u 为**大学的劳动力比例** ($1-u$ 为制造业的劳动力比例); E 为知识存量 (它又决定了**劳动效率**); g 为表明知识增长如何取决于大学的劳动力比例的函数[5]. 其他符号都是标准符号.

> **假设 10.2.3.** 制造业企业的生产函数具有**不变规模报酬**, 即 $zY = F(zK, z(1-u)LE)$.

[4] 在索洛模型中, 更高的储蓄率导致更快的增长, 但只有水平效应而没有增长效应.

[5] 类比索洛模型中的劳动改善型技术进步率.

这个模型与 $Y = AK$ 模型类似. 最重要的是，**只要把资本广义地定义为包括知识在内，这个经济就表现出资本回报不变（而不是递减）的性质**. 特别地，如果把实物资本 K 和知识 E 都翻倍，那么这个经济中两个部门的产出就都翻倍. 因此，与 $Y = AK$ 模型一样，这个模型也可以在没有生产函数的外生移动的假设下产生持续增长. **在这里，持续增长是内生产生的，因为大学里的知识创造永远不会放慢**.

这个模型也与索洛增长模型类似. 如果大学的劳动力比例 u 保持不变，那么劳动效率 E 就按不变的比率 $g(u)$. **这个劳动效率以不变的速率 g 增长的结果正是有技术进步的索洛模型所做的假设**. 而且，这个模型的其余部分（制造业生产函数和资本积累方程）也与索洛模型的其余部分类似. 因此，**对任何一个给定的 u 值，这个内生增长模型的运行都跟索洛模型一样**.

正如在索洛模型中一样，**用于储蓄和投资的产出比例 s 决定了稳态的实物资本存量**. 此外，**大学中劳动力的比例 u 决定了知识存量的增长**. 尽管只有 u 影响稳态的收入增长率，但 **s 和 u 都影响收入水平**. 因此，这个内生增长模型在说明哪些社会决策决定技术进步率这个方向迈出了一小步.

笔记. 内生增长理论与索洛模型的比较：

1. 假设条件不同. 索洛模型假设**技术是外生的**，资本边际产出递减；内生增长理论则假设**技术是内生的**，资本边际产出不变. 这是内生增长理论与索洛模型的关键区别.
2. 储蓄率变动对经济增长的影响不同. 在索洛模型中，储蓄引起经济的**暂时增长**，资本的边际产出递减使经济达到稳态，不能影响稳态时的增长率；在内生增长理论中，储蓄引起经济的**持续增长**.
3. 结论不同. 索洛模型的结论是**经济增长取决于外生技术进步，储蓄只会导致经济暂时增长**；内生增长理论的结论是**促进经济增长的因素是模型内生的，储蓄和投资会引起经济的持续增长**.

例 10.2.3(2022-上财 801 改编)

两部门经济的生产函数为 $Y = K^\alpha[(1-u)LE]^{1-\alpha}$

研究性大学的生产函数为 $\Delta E = g(u)E$

资本的积累为 $\Delta K = sY - \delta k$

式中，u 为大学的劳动力比例，$1-u$ 为制造业的劳动力比例；E 为知识存量，它又决定了劳动效率；g 为表明知识增长如何取决于大学的劳动力比例的函数.

(1) 写出有效工人的平均资本生产函数；

(2) 在这个经济中，收支相抵的投资是多少？求出稳态时有效工人的平均资本；

(3) 在这个经济中，稳定状态的人均产出 Y/L 的增长率是多少？储蓄率 s 和在大学中的劳动力比例 u 如何影响这一稳定状态增长率？

(4)（补充一问）发生自然灾害导致经济中的资本存量减半，求稳态变化.

解答. (1) 有效工人的人均资本和人均产出分别为

$$k = \frac{K}{EL} \quad 和 \quad y = \frac{Y}{EL} = \frac{K^\alpha[(1-u)LE]^{1-\alpha}}{EL} = (1-u)^{1-\alpha}k^\alpha$$

(2) 有效工人的人均资本增长率

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta E}{E} - \frac{\Delta L}{L} = \frac{sY - \delta K}{K} - (g+n)$$

进一步整理可得

$$\frac{\Delta k}{k}=\frac{sY}{K}-(\delta+g+n)\Rightarrow\Delta k=sy-(\delta+g+n)=s(1-u)k^{\alpha}-(\delta+g+n)$$

在稳态条件下，$\Delta k=0\Rightarrow s(1-u)k^{\alpha}=\delta+g+n$，收支相抵的投资是 $\delta+g+n$，稳态人均资本

$$k^{*}=(1-u)\left(\frac{\delta+g+n}{s}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

(3) 稳定状态的人均产出 $\dfrac{Y}{L}=\dfrac{Y}{EL}\times E=yE$，其增长率

$$\frac{\Delta(Y/L)}{Y/L}=\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta E}{E}=0+g(u)=g(u)$$

与储蓄率 s 无关；与在大学中的劳动力比例 u 正相关.

(4) 由于资本存量减半，故 $K'=\dfrac{1}{2}K\Rightarrow k'=\dfrac{K'}{EL}=\dfrac{1}{2}k, y'=(1-u)^{1-\alpha}(k')^{\alpha}=\dfrac{1}{2^{\alpha}}y$. 由于

$$sy'=\frac{1}{2^{\alpha}}y>\frac{1}{2}y$$
$$(\delta+g+n)k'=\frac{1}{2}(\delta+g+n)k'$$

所以 $sy'>\dfrac{1}{2}y=\dfrac{1}{2}(\delta+g+n)k'\Rightarrow\Delta k'=sy'-(\delta+g+n)k'>0$，即短期内储蓄超过增长所需的有效工人的补偿水平，资本积累加快. 随着时间的推移，最终达到稳定状态. ■

（三）创造性毁灭的过程

经济学家约瑟夫 · 熊彼特中提出，经济进步是通过一个**创造性毁灭**过程来实现的.

进步背后的驱动力是那些**拥有新产品、生产旧产品的新方法或某种其他创新等创意**的企业家. 当企业家的企业进入市场时，它**对其创新拥有某种程度的垄断力量**. 新企业的进入对消费者是有益的，消费者现在的选择范围更宽了，但是对现存的生产者常常是不利的，他们不得不与新进入者竞争. **如果新产品比旧产品好得足够多，现存企业可能被逐出市场**. 随着时间的推移，这一过程不断地自我重复. 企业家的企业变成了现存企业，享受着高利润，直至它的产品被拥有下一代创新的另一个企业家的产品所替代.

第三节 增长实证和政策

一、从增长理论到增长实证

（一）平衡的增长

根据索洛模型，技术进步引起许多变量在稳态的数值一起上升. 这一性质被称为**平衡的增长**.

例 10.3.1

证明下列关于有人口增长与技术进步的索洛模型的稳态的每一条表述.

(1) 资本—产出比率是不变的；

(2) 资本和劳动各自赚取了经济的一个不变份额的收入；

(3) 资本总收入和劳动总收入的增长率都等于人口增长率加技术进步率 $(n+g)$；

(4) 资本的实际租赁价格是不变的，实际工资以技术进步率 g 增长.

证明. **(1)** 在稳态条件下，$sy=(\delta+g+n)k$，所以资本—产出比

$$\frac{K}{Y}=\frac{K/(EL)}{Y/(EL)}=\frac{k}{y}\xlongequal{\text{稳态}}\frac{k^*}{y^*}=\frac{s}{\delta+g+n}$$

(2) 资本的收入份额

$$\frac{MPK\times K}{Y}$$

其中 MPK 是 k 的函数，在稳态是不变的；资本—产出比率在稳态也是不变的. 故资本的收入份额是不变的. 由于劳动的收入份额 $\dfrac{MPL\times L}{Y}=1-\dfrac{MPK\times K}{Y}$，因此也是不变的.

(3) 总收入的增长率

$$\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta(yLE)}{yLE}=\frac{\Delta y}{y}+\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta E}{E}=0+n+g=n+g$$

由于资本和劳动各自赚取了经济的一个不变份额的收入，故增长率均为 $n+g$.

(4) 劳动总收入的增长率

$$\frac{\Delta(MPL\times L)}{MPL\times L}=n+\frac{\Delta MPL}{MPL}=n+g\Rightarrow\frac{\Delta MPL}{MPL}=g \quad ■$$

（二）趋同

关于经济体是否随着时间的推移相互趋同的问题的研究已经有很多了. 特别地，**开始时贫穷的经济体是否比开始时富裕的经济体增长得更快?** 如果是这样，那么贫穷的经济体将趋向于赶上富裕的经济体. 这种“赶上”的性质被称为**趋同**. 如果没有趋同，那么开始时落后的国家可能会保持贫穷.

根据索洛模型，两个经济体是否趋同取决于它们**最初为什么是不同的**.

假定两个经济体开始时有着**不同的资本存量**，但是有着由它们的储蓄率、人口增长率和劳动效率所决定的**相同的稳态**. 在这种情况下，**应该预期两个经济体将趋同**；在达到稳态的过程中，有着更少的资本存量的更穷经济体自然将增长得更快. 如果两个经济体有着**不同的稳态**（也许是由于这些经济体有着不同的储蓄率或人口增长率），就**不应该预期它们会趋同**. 相反，每个经济体将达到各自的稳态.

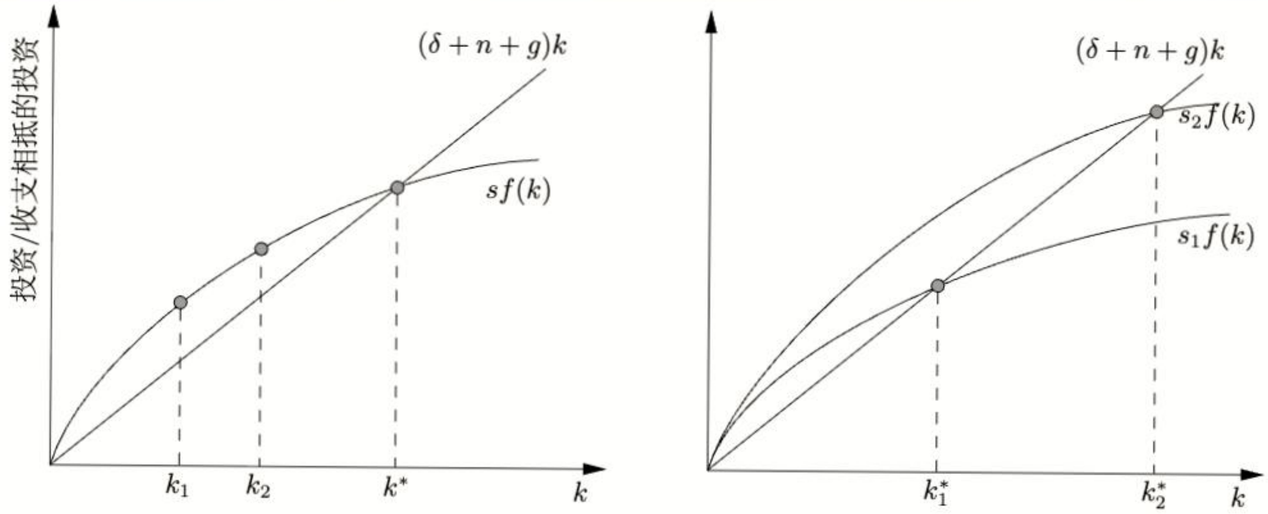


Figure 10.10: 预期/不预期趋同

在国际数据中，只考察人均收入的数据时，没有发现多少趋同的证据，这一发现暗示不同国家有着不同的稳态；如果**使用统计技术控制稳态的一些决定因素**（如储蓄率、人口增长率和人力资本的积累），那么数据再次显示了速率约为每年 2% 的趋同. 换言之，世界上的各经济体显示出**有条件的趋同**，它们看起来向各自的稳态趋同，其稳态又由投资率、人口增长率和人力资本积累率等变量决定.

（三）要素积累与生产效率

作为一个核算问题，人均收入的国际差别可以被归因于生产要素的差别，例如**实物和人力资本数量**的差别，或者各经济体**使用其生产要素的效率**的差别. 这个议题用索洛模型来描述的话，就是这样一个问题：要解释富国与穷国之间的巨大差距，究竟是用**资本积累（包括人力资本）**的差别还是**生产函数**的差别.

不同研究得到的确切答案各不相同，但要素积累和生产效率都是重要的，它们是正相关的：**有着更高的实物和人力资本水平的国家也倾向于更有效率地使用这些要素**. 这一正相关有三种方式来解释：

假说 1：一个有效率的经济可能鼓励资本积累.

在运行良好的经济中的人可能有更多的资源和激励**待在学校积累人力资本**.

假说 2：资本积累可能引致更高的效率.

如果存在对实物和人力资本的**正的外部性**，那么储蓄和投资更多的国家看来会有更好的生产函数. 因此，更高的生产效率可能引起更高的要素积累，或者更高的要素积累也可能引起更高的生产效率.

假说 3：要素积累与生产效率都受共同的第三个变量（**也许是一国制度的质量**）驱动.

坏政策，如导致高通货膨胀、过度的预算赤字、普遍的市场干预和猖獗的腐败之类的那些政策，常常是如影随形的. 有着这些弊病的经济体**不但积累的资本更少，而且也未能尽可能有效地使用它们拥有的资本**.

二、经济增长源泉的核算

（一）生产要素的增加

从假设没有技术变化开始. 当资本增加 ΔK 单位时，产出的增加值近似为

$$\Delta Y = MPK \times \Delta K \tag{10.3.1}$$

当劳动增加 ΔL 单位时，产出的增加值近似为

$$\Delta Y = MPL \times \Delta L \tag{10.3.2}$$

当资本增加 ΔK 单位而劳动增加 ΔL 单位时，产出的增加值近似为

$$\Delta Y = (MPK \times \Delta K) + (MPL \times \Delta L) \tag{10.3.3}$$

将上式通过代数整理变为

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \left(\frac{MPK \times K}{Y}\right) \times \frac{\Delta K}{K} + \left(\frac{MPL \times L}{Y}\right) \times \frac{\Delta L}{L} \tag{10.3.4}$$

在生产函数为规模报酬不变的假设下，资本和劳动在产出中的份额之和为 1，从而

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \alpha\frac{\Delta K}{K} + (1-\alpha)\frac{\Delta L}{L} \tag{10.3.5}$$

其中，α 为资本的份额；$1-\alpha$ 为劳动的份额.

（二）技术进步

把生产函数写为如下形式来包括技术变动的影响

$$Y = AF(K,L) \tag{10.3.6}$$

其中，A 为技术水平的衡量指标，被称为**全要素生产率**. 现在资本和劳动增加与**全要素生产率的提高**都会导致产出增加. 将技术变动包括进来使经济增长核算方程增加了一项：

$$\Delta Y = (MPK \times \Delta K) + (MPL \times \Delta L) + [F(K,L) \times \Delta A] \tag{10.3.7}$$

$$\begin{aligned}\frac{\Delta Y}{Y} &= \left(\frac{MPK \times K}{Y}\right) \times \frac{\Delta K}{K} + \left(\frac{MPL \times L}{Y}\right) \times \frac{\Delta L}{L} + \left(\frac{AF(K,L)}{Y}\right) \times \frac{\Delta A}{A} \\ &= \alpha\frac{\Delta K}{K} + (1-\alpha)\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta A}{A}\end{aligned} \tag{10.3.8}$$

其中，全要素生长率的增长 $\dfrac{\Delta A}{A}$ 是不能用投入变动解释的产出变动，称为**索洛余量**.

三、促进增长的政策

（一）改变储蓄率

根据索洛增长模型，**一国的储蓄和投资量是该国公民生活水平的一个关键决定因素**. 储蓄率决定了稳态的资本和产出水平，一个特定的储蓄率产生了黄金律稳态，该稳态使人均消费最大化，从而使经济福利最大化. **黄金律提供了一个可以用来与一国经济相比较的基准**. 在黄金律稳态

$$MPK = \delta + n + g \Rightarrow MPK - \delta = n + g \tag{10.3.9}$$

其中 $MPK - \delta$ 是**减去折旧后的资本的边际产量**；$n+g$ 是总产出增长率.

如果经济拥有的资本少于黄金律稳态，那么由**边际产量递减**（δ, n, g 均为常数）可知 $MPK - \delta > n + g$，若**提高储蓄率将增加资本积累和加快经济增长，最终达到有更高消费的稳态**；如果经济拥有的资本多于黄金律稳态，那么 $MPK - \delta < n + g$，**降低储蓄率将导致消费增加，在长期也会导致更高的消费**.

美国经济的资本存量低于黄金律水平，换言之，如果美国**把其收入的更大比例用于储蓄和投资**，它会更迅速地增长，并最终达到有着更高消费的稳态. 更高的国民储蓄意味着**更高的公共储蓄、更高的私人储蓄或者两者的某种结合**. 许多关于促进增长的政策争论的焦点正是这些选项中哪一个最有效率的问题.

一方面，政府影响国民储蓄最直接的方式是通过**公共储蓄**（政府所得到的税收收入和它的支出之间的差额）；另一方面，政府还可以通过影响**私人储蓄**（家庭和企业所进行的储蓄）来影响国民储蓄：人们决定储蓄多少取决于他们所面临的激励，而这些激励可以被多种公共政策改变.

关于公共政策的许多分歧的根源在于人们对私人储蓄会在多大程度上对激励做出反应持有不同的观点. 例如，假定政府增加免税的退休金账户的可存入金额，人们对这一激励做出的反应是储蓄更多吗？或者，人们仅仅是把以其他形式进行的储蓄转入这些账户以减少了税收收入，从而减少了公共储蓄，而对私人储蓄没有任何刺激？**政策的合意性取决于对这些问题的答案，这一问题并没有形成共识**.

（二）配置经济的投资

现实中存在许多类型的资本. 想要促进经济增长的政策制定者必定会遇到**经济最需要哪些种类的资本**的问题. 换言之，哪些种类的资本产生了**最高的边际产量**？在很大程度上，政策制定者可以**依靠市场**把储蓄配置给不同类型的投资. 资本的边际产量最高的那些行业自然最愿意**按市场利率为新投资融资**.

许多经济学家主张，政府应该只是为不同类型资本**创造一种"公平竞争的环境"**. 例如，通过确保税收体系公平地对待所有形式的资本. 然后，政府就可以**依靠市场来有效地配置资本**.

另一些经济学家建议，政府应该积极地促进**某些特定形式的资本**. 例如，假定**技术进步是作为某些活动的副产品出现的**. 如果在增加资本的过程中发明了新的改进了的生产流程，并且如果**这些思想成为社会知识体系的一部分**，那么这种情况就可能出现. 这种副产品被称为**技术的外部性**或**知识溢出**.

存在这种外部性时，**资本的社会回报大于私人回报**，资本积累对社会的好处比索洛模型所认为的更大. 此外，**某些类型的资本积累产生的外部性可能大于其他类型的资本**. 例如，如果安装机器人产生的技术外部性大于建一个新钢铁厂，那么也许政府就应该用税法来鼓励对机器人的投资. 这种政策有时被称为**产业政策**，其成功取决于**政府精确衡量不同经济活动的外部性**从而正确激励每种经济活动的能力.

大多数经济学家对产业政策持怀疑态度. 第一，**衡量不同部门的外部性是很困难的**. 如果政策是基于不当的衡量而做出的，那么它的效果有可能是接近于随机的. 第二，**政策过程远非完美**.

（三）建立适当的制度

研究生活水平的国际差异的经济学家把这些差异部分归因于实物资本和人力资本的投入差别，部分归因于使用这些投入的生产率. 各国生产效率水平不同的一个原因是，指导稀缺资源配置的制度不同.

创建适当的制度对保证资源配置于最佳用途是至关重要的.

（四）支持促进增长的文化

许多社会科学家认为**文化可能对经济增长有着重要影响**. 一国文化产生于不同的历史、人类学和社会学力量，不能轻易被政策制定者控制. 但是，**文化随时间演化，政策能够起到支持作用**.

（五）鼓励技术进步

索洛模型表明，**人均收入的持续增长必定来自技术进步**. 索洛模型没有解释技术进步，而是将其视为外生的；内生增长理论对技术如何进步提供了一些见解，但其决定因素仍然没有得到很好的理解. 许多公共政策仍然被设计出来以促进技术进步，其中的大多数**鼓励私人部门把资源用于技术创新**.

第十一章　经济周期理论：短期中的经济

第一节　经济波动导论

经济学家把产出与就业短期波动称为**经济周期**，二者紧密相连．当经济经历**产出下降和失业上升**的时期时，称经济处于**衰退**．衰退就像它是常见的那样，是没有规则的：有时一次接着一次，有时则相隔甚远．

在本节，要完成三项任务．第一，考察描述**短期波动的数据**；第二，讨论经济的**长期行为和短期行为**之间的关键区别；第三，**引入总供给和总需求模型**，大多数经济学家使用该模型来解释短期波动．

一、关于经济周期的事实

（一）GDP 及其组成部分

经济的国内生产总值衡量经济的总收入和总支出．由于 GDP 是衡量经济状况的最概括的指标，它是**分析经济周期的自然出发点**．美国的实际 GDP 平均每年增长大约 3%，但围绕这个平均值波动相当大．

当经济陷入衰退时，实际消费和投资支出的增长都下降了，**投资比消费的波动要大得多**：当经济进入衰退时，家庭对其收入下降的反应是减少消费，但在**企业设备、建筑、新住房和存货**等方面支出的下降更大．

（二）失业与奥肯定律

失业率在每一次衰退中都上升．失业与 GDP 之间的这一负相关关系被称为**奥肯定律**：

$$\text{实际 GDP 的百分比变动} = 3\% - 2 \times \text{失业率的变动} \tag{11.1.1}$$

如果失业率保持不变，实际 GDP 增长约 3%．产品与服务生产的这一正常增长来自劳动力的增长、资本积累和技术进步．此外，**失业率每上升一个百分点，实际 GDP 增长通常下降** 2%．

（三）领先经济指标

许多经济学家，特别是那些在企业和政府中工作的经济学家，有着预测经济的短期波动的任务．经济学家得到预测结果的一种方法是观察**领先指标**，即那些常常在更宽泛的经济活动指标显示波动之前**先显示波动**的变量．由于经济学家对哪些领先指标更可靠所持的意见不一致，所以预测可能各不相同．

每月，美国经济咨商局都公布**领先经济指标指数**，这一指数包括**预测未来 6 ~ 9 个月经济活动的变化**所常用的 10 个数据序列：制造业平均每周工作小时数、平均每周初次申请失业保障的人数、制造业消费品和原材料新订单、制造业非国防资本品（不包括飞机）新订单、ISM 新订单指数、新私人住宅单位的建筑开工许可证、股票价格指数、领先信贷指数、利率差和对商业环境和经济状况的平均消费者预期．

领先经济指标指数**远不是对未来的精确预测**. 但是，它是企业规划和政府规划的一种有用的投入.

二、总供给和总需求模型

（一）宏观经济学的时间范围

大多数宏观经济学家认为，短期与长期之间的关键差别是**价格行为**. 在长期，价格是有**弹性**的，能对供给或需求的变动做出反应；在短期，许多价格是**黏性**的，固定在某个前定水平上. 由于价格在短期与在长期有不同的行为，所以各种经济事件和政策在不同时间范围中有不同的影响.

在古典宏观经济理论中，一个经济的产出取决于它**供给产品与服务的能力**，这种能力又取决于**资本和劳动的供给**以及**可获得的生产技术**. 弹性价格隐含地假设**价格调整确保产出的需求量与供给量相等**.

在短期，许多价格是黏性的，不能迅速和完全地对货币供给变动（以及经济状况的其他外生变动）做出调整. 这意味着，在短期，**产出和就业等实际变量必须做出某种调整**. 换言之，在价格为黏性的时间范围内，**古典二分法不再成立**：名义变量会影响实际变量，**经济会背离古典模型所预测的均衡**.

在这种情况下，产出也取决于经济对产品与服务的**需求**，需求又取决于**货币政策与财政政策**等许多因素. 由于货币政策与财政政策可以影响需求，需求可以影响经济在价格为黏性的时间范围内的产出，所以价格黏性就为这些政策为什么在短期对稳定经济可能有用提供了一种理论依据.

（二）总需求

> **定义 11.1.1.(总需求 AD)** 产出需求量与价格总体水平之间的关系.

根据货币数量论[1]

$$MV = PY \tag{11.1.2}$$

该式表明，货币供给决定产出的名义值，即价格水平与产出量的乘积. 实际货币余额的供给和需求

$$\frac{M}{P} = \left(\frac{M}{P}\right)^d = kY \tag{11.1.3}$$

该式表明，实际货币余额的供给 $\dfrac{M}{P}$ 等于其需求 $\left(\dfrac{M}{P}\right)^d$，该需求与产出 Y 是成比例的. 货币流通速度 V 是货币需求参数 k 的倒数，**不变流通速度**的假设等价于**每单位产出对实际货币余额的需求不变**的假设.

假设流通速度 V 是常数，货币供给 M 由中央银行固定，那么数量方程得出了价格水平 P 和产出 Y 之间的**负相关关系**. 因此，总需求曲线是一条**向右下方倾斜**的曲线. 考虑这种数学关系背后的经济学直觉：

首先，由于假设货币流通速度是固定的，所以货币供给决定了经济中所有交易的美元价值

$$\overline{MV} = PY \tag{11.1.4}$$

如果**价格水平上升**，那么每次交易都需要更多美元，因此**交易次数、从而产品与服务的购买量必定下降**.

其次，如果**产出越高**，人们进行的交易就越多，需要的**实际货币余额** $\dfrac{M}{P}$ **就越多**. 对于一个固定的货币供给 $\overline{M}$，实际货币余额越高意味着**价格水平就越低**. 反过来，如果**价格水平越低**，实际**货币余额就越高**. 实际货币余额水平越高就允许有**更大的交易量**，这就意味着**产出的需求量越高**.

[1] 这里提供一个对总需求曲线的简单但不完全的推导.

总需求曲线 AD 表示价格水平 P 与产品和服务的需求量 Y 之间的关系. 它是在**货币供给 M 为一个给定值**时绘出的. 如果美联储改变了货币供给，这就意味着**总需求曲线移动**了.

如下图：货币供给 M 的减少降低了产出的名义值 PY. 对任何给定的价格水平 P 而言，产出更低了. 因此，**货币供给的减少使总需求曲线向左移动**，从 AD_0 移动到 AD_1；同理，货币供给 M 的增加提高了产出的名义值 PY，**使总需求曲线向右移动**，从 AD_0 移动到 AD_2.

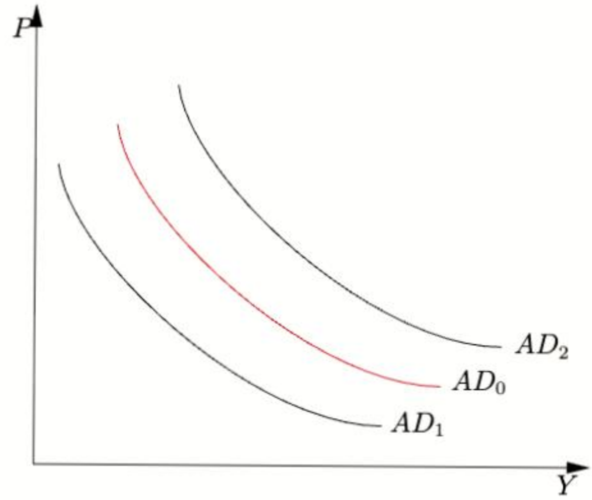


Figure 11.1: 总需求曲线的移动

（三）总供给

> **定义 11.1.2.(总供给 AS)** 产品与服务的供给量和价格水平之间的关系.

在长期，产出是由资本量、劳动量以及可获得的技术决定的，**不取决于价格水平**. 因此，**长期总供给曲线**（LRAS）是垂直的. 货币供给的变化引起总需求的变化，进而引起价格水平的变化，但**不影响产出**.

垂直的总供给曲线满足古典二分法，因为它意味着**货币供给不影响产出**. 长期产出水平 $\overline{Y}$ 被称为产出的**充分就业**或**自然**水平. 它是经济的**资源得到充分利用**，或者更现实地说，**失业为其自然率**时的产出水平.

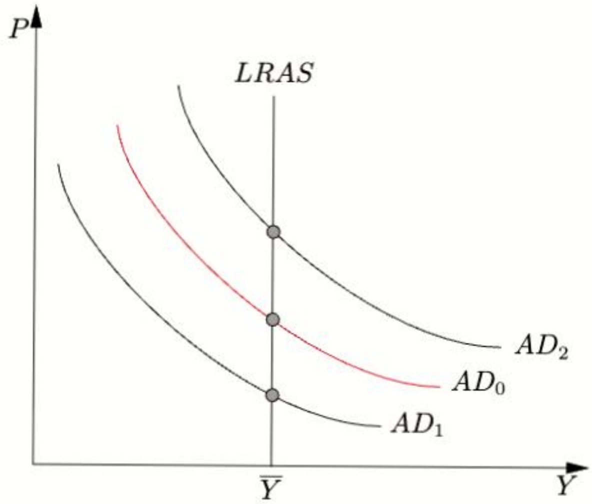


Figure 11.2: 长期总需求曲线的移动

古典模型和垂直的总供给曲线只在长期中适用. **在短期**，一些价格是黏性的，因而不能根据需求的变动做出调整. 由于这种价格黏性，**短期总供给曲线不是垂直的**. 假设一个极端的例子来简化分析：由于菜单成本非常昂贵，所以短期中所有价格都是固定的. 因此，**短期总供给曲线**（SRAS）是水平的.

货币供给的变化引起总需求的变化，进而引起均衡点的变化，从而**影响了产出**.

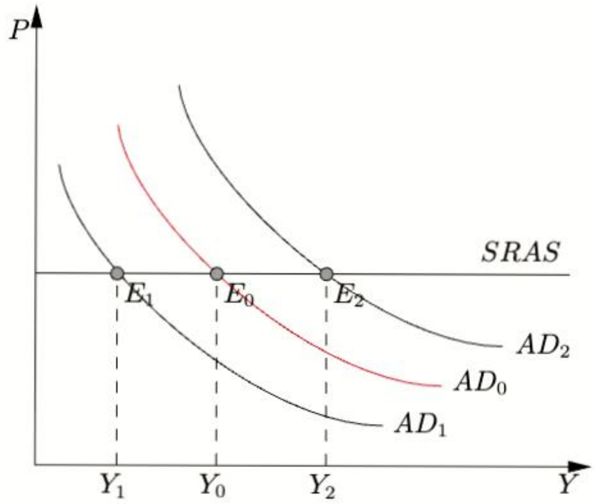


Figure 11.3: 短期中总需求曲线的移动

考虑**经济如何从短期向长期过度**：

在长期，经济处于**长期总供给由线和总需求曲线的交点** E_0. 由于价格调整达到了这个均衡，所以**短期总供给曲线也经过这一点**. 货币供给减少引起总需求曲线向下方移动，使经济从 E_0 点移动到 E_1 点，该点处的产出低于其自然水平. 随着价格下降，**经济逐渐从衰退中复苏**，从 E_1 点移动到 E_2 点.

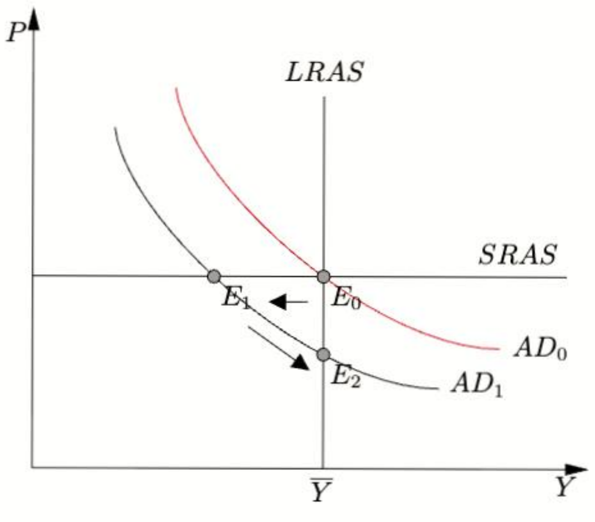


Figure 11.4: 总需求的减少

三、需求冲击与供给冲击

作为一个整体的经济中的波动来自总供给或总需求的变动. 经济学家把使这些曲线移动的外生事件称为对经济的**冲击**. 使总需求曲线移动的冲击称为**需求冲击**，使总供给曲线移动的冲击称为**供给冲击**.

这些冲击通过**把产出与就业推离自然水平**而扰乱了经济. 总需求与总供给模型的一个目的是**说明这些冲击如何引起经济波动**；另一个目的是**评价宏观经济政策可以如何对这些冲击做出反应**.

经济学家用**稳定化政策**这个术语来指代旨在减少短期经济波动严重性的政策行动. 由于产出和就业围绕其长期自然水平而波动，所以稳定化政策**通过使产出与就业尽可能接近其自然水平而减弱了经济周期**.

（一）对总需求的冲击

考虑一个需求冲击的例子：由于信用卡常常比现金提供了一种更方便的购物方式，所以**信用卡的引入及其使用的日益增加减少了人们选择持有的货币量**. 货币需求的这种减少等价于**货币流通速度的提高**.

如果货币供给保持不变，那么货币流通速度的提高引起**名义支出的增加和总需求曲线的向外移动**. 在短期，总需求增加使经济从 E_0 点移动到 E_1 点，该点的产出高于其自然水平. 随着时间的推移，**高的总需求水平拉高了工资与价格**. 随着价格上升，**产出逐渐回到其自然水平**，经济从 E_1 点移动到 E_2 点.

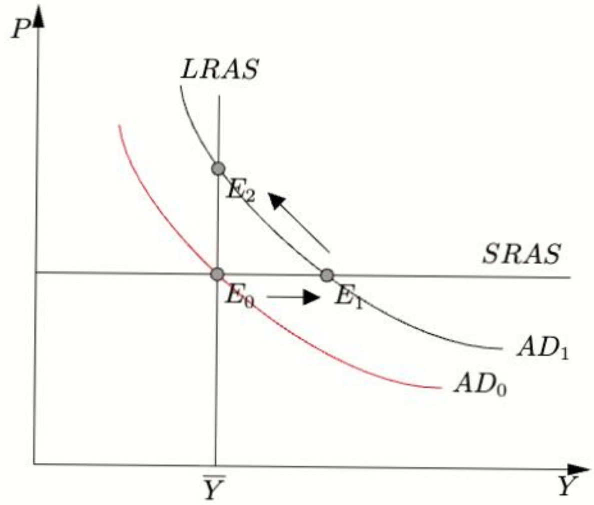


Figure 11.5: 总需求的增加

（二）对总供给的冲击

供给冲击改变生产产品与服务的成本，从而改变企业收取的价格，有时被称为**价格冲击**.

不利的供给冲击推高成本，从而**推高价格**. 如果总需求保持不变，经济从 E_1 点移动到 E_2 点，这就导致了**滞胀**. 最终，随着价格下降，经济回到产出的自然水平 E_0 点. 美联储可以**增加总需求来防止产出的下降**来应对不利的供给冲击，经济从 E_0 点移动到 E_2 点，这种政策的代价是**永久性的更高的价格水平**.

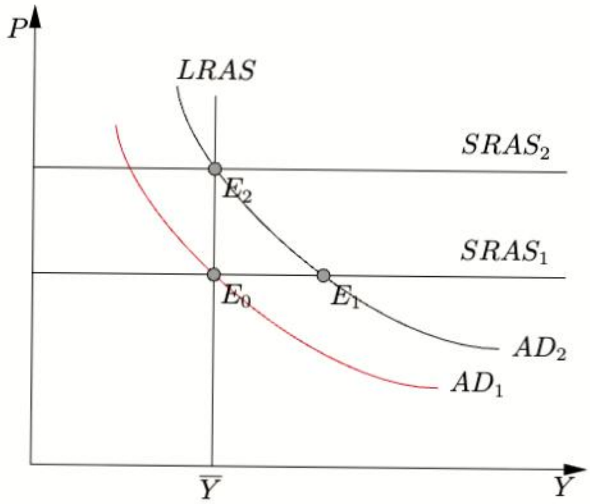


Figure 11.6: 对不利的供给冲击的适应

第二节 建立 IS—LM 模型

凯恩斯认为，总需求不足是经济低迷期间低收入和高失业的罪魁祸首. 他批评古典理论假设国民收入只由总供给（反映了资本、劳动和技术）决定. 现在的经济学家用总需求与总供给模型调和了这些观点. 在长期，价格是有弹性的，**总供给决定收入**；在短期，价格是黏性的，因此**总需求的变动影响收入**.

IS—LM 模型是对凯恩斯理论的主流解释. 这个模型的目的是说明**对于一个给定的价格水平，什么决定了国民收入**. 有两种方法来解释这种做法：可以把 IS—LM 模型看作说明在价格水平由于所有价格具有黏性而固定的短期，**什么引起收入变动**；也可以把这个模型看作说明**什么引起总需求曲线移动**. 对这个模型的这两种解释是等价的：在价格水平固定的短期，**总需求曲线的移动导致了国民收入均衡水平的变动**.

IS—LM 模型的两部分是**IS 曲线**和**LM 曲线**. IS 代表投资和储蓄，IS 曲线描述了**产品与服务市场**的情况；LM 代表流动性和货币，LM 曲线描述了**货币供给和需求**的情况. 由于**利率既影响投资又影响货币需求**，所以正是这个变量把 IS—LM 模型的两个部分联系起来了. 这个模型说明了**产品和货币这两个市场之间的相互作用如何决定总需求曲线的位置和斜率**，从而决定**短期国民收入**.

一、产品市场与 IS 曲线

（一）凯恩斯交叉

> **定义 11.2.1.(实际支出)** 家庭、企业和政府花在产品和服务上的数额，即**整个经济的国内生产总值**.

> **定义 11.2.2.(计划支出)** 家庭、企业和政府**想**花在产品和服务上的数额

二者不同的原因在于企业在销售不及预期时有**计划外的存货投资**. 如果企业销售的产品比计划少，它们的存货就自动上升；如果企业销售的产品比计划多，它们的存货就自动下降. 由于这些计划外的存货变化被记为企业的**投资支出**，**实际支出可能会比计划支出高或者低**.

假设经济是封闭的，从而净出口为零，把计划支出 PE 写为消费 C、计划投资 I 和政府购买 G 之和

$$PE = C + I + G \tag{11.2.1}$$

若消费取决于可支配收入；计划投资是外生给定的；政府购买和税收水平是固定的

$$C = C(Y - T) \tag{11.2.2}$$

$$I = \overline{I}, \quad G = \overline{G}, \quad T = \overline{T} \tag{11.2.3}$$

把上式结合起来，得到

$$PE = C(Y - \overline{T}) + \overline{I} + \overline{G} \tag{11.2.4}$$

该式说明，计划支出是收入 Y、计划投资 $\overline{I}$ 即财政政策变量 $\overline{G}, \overline{T}$ 的函数；斜率为边际消费倾向 MPC.

当实际支出等于计划支出时，经济处于均衡. 由于 Y 还等于在产品与服务上的总实际支出

$$\text{实际支出} = \text{计划支出} \tag{11.2.5}$$

$$Y = PE \tag{11.2.6}$$

如图，**凯恩斯交叉**的均衡是收入（实际支出，“45° 线”）等于计划支出的点.

假定经济的 GDP 水平大于均衡水平（Y_1），在这种情况下，计划支出 PE_1 小于生产 Y_1，**企业销售的量少于其生产的量**. 企业把没有卖出去的产品加入其存货量，**存货的这种计划外增加**引起企业解雇工人和减少生产，这些行为又**减少了 GDP**. 这个过程一直继续，直到**收入 Y 下降到均衡水平**为止.

假定经济的 GDP 水平低于均衡水平（Y_2），在这种情况下，计划支出 PE_2 大于生产 Y_2，**企业销售的量大于其生产的量**. **企业通过减少存货来满足顾客**，但当其看到自己的存货存量在减少时，它们就雇用更多工人和增加生产，这些行为**增加了 GDP**. 这个过程一直继续，直到**收入 Y 上升到均衡水平**为止.

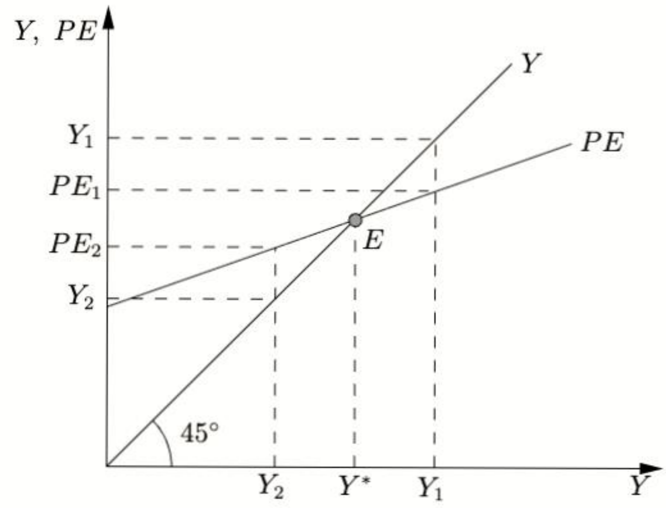


Figure 11.7: 凯恩斯交叉

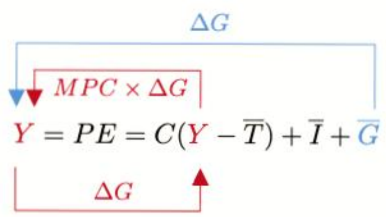
（二）财政政策与乘数

凯恩斯交叉说明了对于给定的计划投资 $I = \overline{I}$ 和财政政策 $G = \overline{G}, T = \overline{T}$，收入 Y 是如何决定的. 另一方面，这个模型也可以说明，**当这些外生变量之一改变时，收入如何变动**.

定义 11.2.3.(政府购买乘数) 政府购买增加 1 美元引起的收入变动量

$$\Delta Y = (1 + MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots)\Delta G \tag{11.2.7}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta G} = 1 + MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots = \frac{1}{1 - MPC} \tag{11.2.8}$$



定义 11.2.4.(税收乘数) 税收增加 1 美元引起的收入变动量

$$\Delta Y = -(MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots)\Delta T \tag{11.2.9}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta T} = -(MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots) = \frac{-MPC}{1 - MPC} \tag{11.2.10}$$

例 11.2.1(2023-央财 801)

假设某经济社会的消费函数为 $C = 100 + 0.8Y$，投资为 50.

(1) 求均衡条件下的收入、消费和储蓄；

(2) 如果当时实际产出为 800，求企业非自愿存货积累为多少?

(3) 若投资增加到 100，求均衡条件下的收入；

(4) 若消费函数变为 $C = 100 + 0.9Y$，投资仍为 50，求均衡条件下的收入和储蓄各为多少?

(5) 若消费函数变为 $C = 100 + 0.9Y$，乘数有何变化?

解答. (1) 产品市场上的均衡条件

$$Y = PE = C + I = (100 + 0.8Y) + 50 \Rightarrow Y = 750$$

所以均衡条件下的收入为 750，消费和储蓄分别为

$$C = 100 + 0.8Y = 700$$

$$S = Y - C = 750 - 700 = 50$$

(2) 企业的非自愿存货积累为

$$Y - PE = 800 - (100 + 0.8 \times 800 + 50) = 10$$

(3) 若投资增加到 100，产品市场上的均衡条件

$$Y = PE = C + I = (100 + 0.8Y) + 100 \Rightarrow Y = 1000$$

(4) 若消费函数变为 $C = 100 + 0.9Y$，产品市场上的均衡条件

$$Y = PE = C + I = (100 + 0.9Y) + 50 \Rightarrow Y = 1500$$

所以均衡条件下的收入为 1500，消费和储蓄分别为

$$C = 100 + 0.9Y = 1450$$

$$S = Y - C = 1500 - 1450 = 50$$

(5) 投资增加 1 引起的收入变动量为

$$\Delta Y = (1 + MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots)\Delta I$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta Y}{\Delta I} = 1 + MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots = \frac{1}{1 - MPC}$$

当消费函数为 $C = 100 + 0.8Y$ 时，投资乘数

$$\frac{\Delta Y}{\Delta I} = \frac{1}{1 - MPC} = \frac{1}{1 - 0.8} = 5$$

当消费函数为 $C = 100 + 0.9Y$ 时，投资乘数

$$\frac{\Delta Y}{\Delta I} = \frac{1}{1 - MPC} = \frac{1}{1 - 0.9} = 10\text{，增大了 } 10 - 5 = 5. \quad ■$$

（三）利率、投资以及 IS 曲线

凯恩斯交叉说明了**家庭、企业和政府的支出计划如何决定国民收入**，但其做了一个简化假设：计划投资 I 固定不变. 事实上，**计划投资取决于利率** r. 这里，把计划投资水平写为

$$I = I(r) \tag{11.2.11}$$

由于利率是为投资项目融资而借贷的成本，利率的上升降低了计划投资. 因此，**投资函数向右下方倾斜**.

为了确定当利率变动时收入如何变动，**把投资函数与凯恩斯交叉图结合起来**. 由于投资与利率呈负相关，利率从 r_1 上升到 r_2 使投资量从 $I(r_1)$ 减少到 $I(r_2)$. 计划投资的减少又使计划支出函数向下移动，使收入由 Y_1 下降到 Y_2. 因此，**利率的上升减少了收入**，IS 曲线概括了这种关系.

实质上，IS 曲线结合了**投资函数所表示的** r **和** I **之间的相互作用**以及**凯恩斯交叉所表示的** I **和** Y **之间的相互作用**. IS 曲线上的每一点都代表**产品市场的均衡**，该曲线显示了均衡收入如何依赖于利率. 由于**利率上升引起计划投资下降进而引起收入的下降**，所以 **IS 曲线向右下方倾斜**.

IS 曲线表示**与产品和服务市场均衡相一致**的**利率与收入**的组合，是根据**给定的财政政策**绘制的. **提高产品与服务需求的财政政策变动使 IS 曲线右移；减少产品与服务需求的财政政策变动使 IS 曲线左移**.

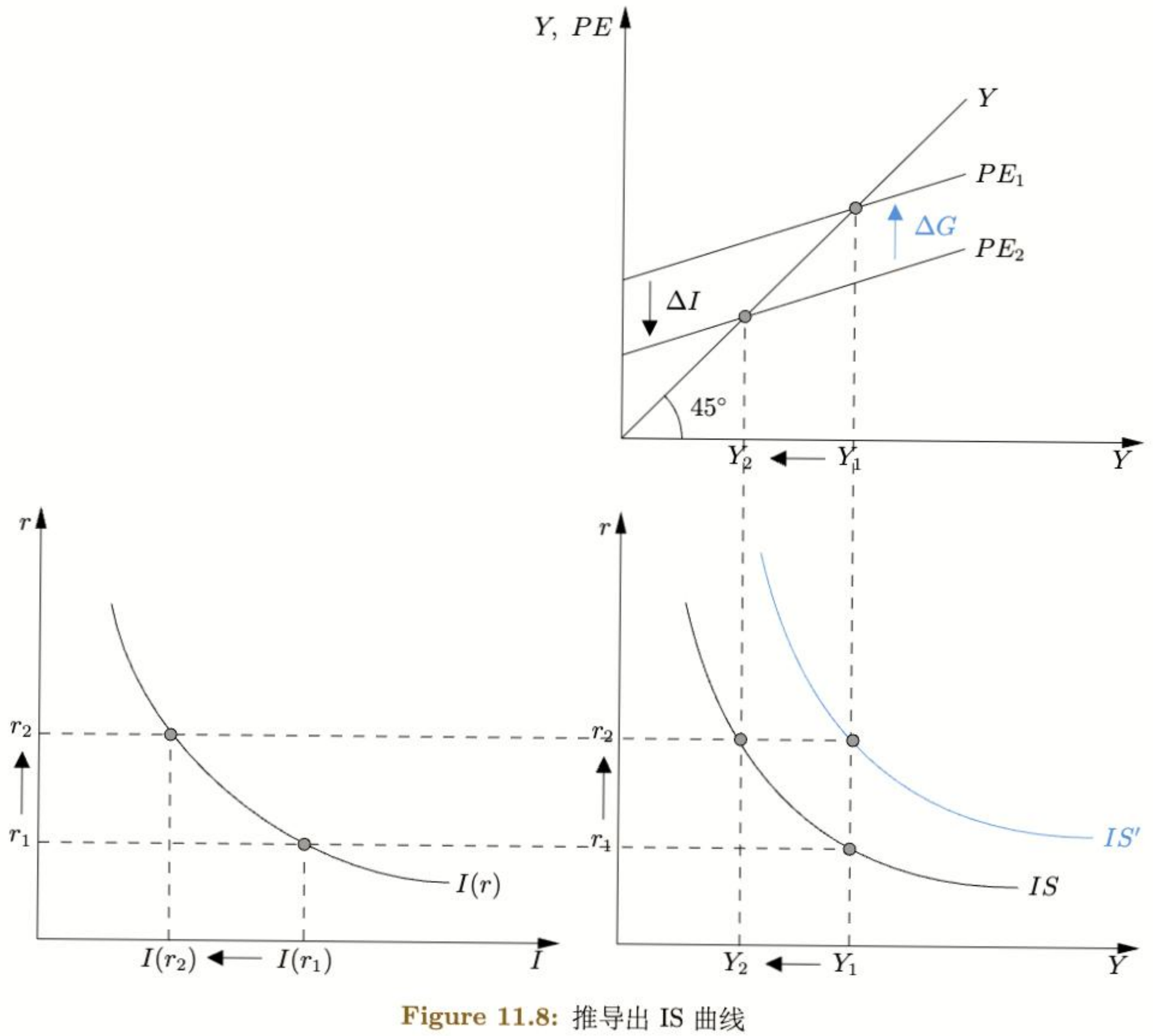


Figure 11.8: 推导出 IS 曲线

二、货币市场与 LM 曲线

（一）流动性偏好理论

凯恩斯关于短期中利率如何决定的观点被称为**流动性偏好理论**，因为它假设利率调整使经济中最具流动性的资产货币的供给和需求平衡. 流动性偏好理论是 LM 曲线的基石.

首先，考虑实际货币余额的**供给**：流动性偏好理论假设**存在一个固定的实际货币余额供给**，即

$$\left(\frac{M}{P}\right)^s = \frac{\overline{M}}{\overline{P}} \tag{11.2.12}$$

其中，货币供给 M 是由中央银行选择的一个外生政策变量；价格水平 P 在短期也是一个外生变量.

其次，考虑实际货币余额的**需求**：流动性偏好理论假设**利率是人们选择持有多少货币的一个决定因素**，其根本原因是**利率是持有货币的机会成本**. 当利率上升时，人们想以货币形式持有的财富更少了.

$$\left(\frac{M}{P}\right)^d = L(r) \tag{11.2.13}$$

实际货币余额的需求曲线向右下方倾斜，这是因为更高的利率减少了实际货币余额需求量.

根据流动性偏好理论，对实际货币余额的供给与需求决定了经济中现行的利率. 也就是说，**利率的调整使货币市场达到均衡**. 换言之，在**均衡利率，实际货币余额需求量等于供给量**.

可以用流动性偏好理论来说明利率如何对货币供给的变动做出反应. 例如，**假定美联储减少了货币供给**，因为 P 是固定的，所以 M 的下降使 $\frac{M}{P}$ 减少，实际货币余额的供给向左移动，**均衡利率 r 上升**.

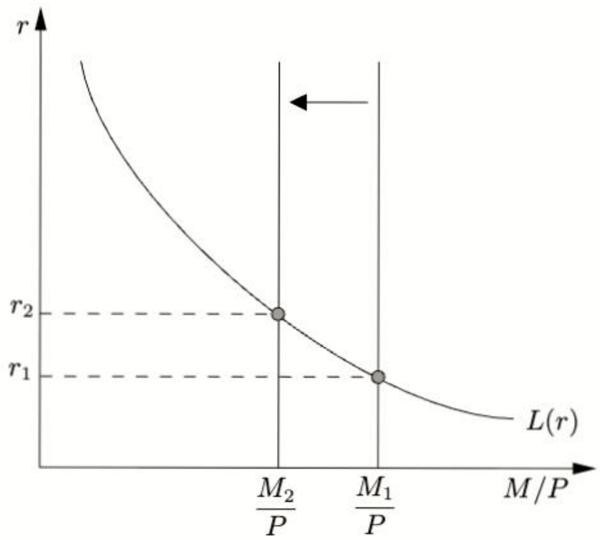


Figure 11.9: 流动性偏好理论中货币供给的减少

（二）收入、货币需求和 LM 曲线

考虑经济中**收入 Y 的变动**如何影响实际货币余额市场. 货币需求函数

$$\left(\frac{M}{P}\right)^d = L(r, Y) \tag{11.2.14}$$

实际货币余额的需求量**与利率负相关，与收入正相关**：更高的收入意味着更高的货币需求.

如图，当收入从 Y_1 增加到 Y_2 时，货币需求曲线向右移动，利率从 r_1 上升为 r_2，以使货币市场实现均衡. 根据流动性偏好理论，**更高的收入导致更高的利率**. LM 曲线概括了收入与利率之间的这种关系.

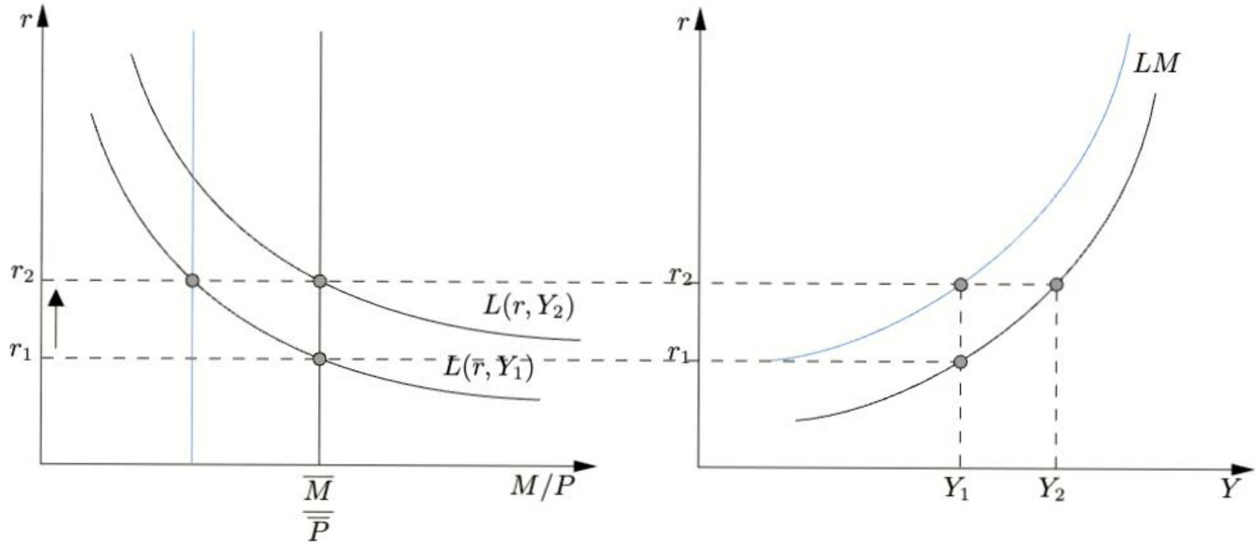


Figure 11.10: 推导出 LM 曲线

LM 曲线表示**与实际货币余额市场的均衡相一致**的**利率和收入**的组合，是根据**给定的实际货币余额的供给**绘制的. **实际货币余额供给的减少使 LM 曲线上移；实际货币余额供给的增加使 LM 曲线下移**.

三、短期均衡

IS—LM 模型的两个方程是

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G \tag{11.2.15}$$

$$\frac{M}{P} = L(r, Y) \tag{11.2.16}$$

这个模型把财政政策 G 和 T、货币政策 M 和价格水平 P 作为外生变量. 给定这些外生变量，IS 曲线给出了**满足产品市场的方程**的 r 与 Y 的组合，而 LM 曲线给出了**满足货币市场的方程**的 r 与 Y 的组合.

经济的均衡是 IS 曲线与 LM 曲线的交点. 该交点给出了既满足产品市场均衡条件又满足货币市场均衡条件的利率 r 与收人 Y. 换言之，在这个交点，**实际支出等于计划支出，对实际货币余额的需求等于供给**.

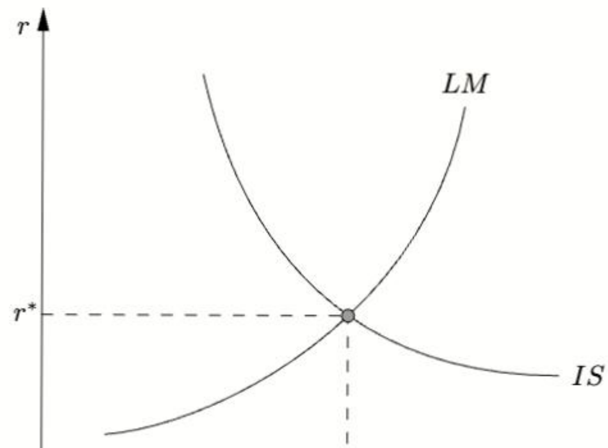


Figure 11.11: IS—LM 模型中的均衡

第三节 应用 IS—LM 模型

转向应用 IS—LM 模型来分析三个问题：

第一，**考察国民收入波动的潜在原因**. 应用 IS—LM 模型，看看在给定的价格水平下外生变量的变动如何影响内生变量；还考察对产品市场和货币市场的各种冲击如何影响短期的收入和利率.

第二，**讨论 IS—LM 模型如何与总供给与总需求模型相适合**. 特别地，考察 IS—LM 模型如何解释**总需求曲线的斜率和位置**. 在这里，放松了价格水平固定的假设，证明 IS—LM 模型意味着价格水平与国民收入之间的负相关关系. 该模型还揭示了什么事件使总需求曲线发生移动以及向什么方向移动.

第三，利用事后思考的好处，**考察 20 世纪 30 年代的大萧条**. 从这一历史事件诞生了短期宏观经济理论，因为它导致凯恩斯和他的许多追随者主张**总需求是理解国民收入波动的关键**.

一、用 IS—LM 模型解释波动

IS 曲线与 LM 曲线的交点决定了国民收入. **当这两条曲线中的一条移动时**，经济的短期均衡变动了，收入发生了波动. 考察**政策变动和对经济的冲击**会如何引起这些曲线移动.

（一）财政政策

$$Y = PE = C(Y - T) + I(r) + G \tag{11.3.1}$$

$$\frac{M}{P} = \left(\frac{M}{P}\right)^d = L(r, Y) \tag{11.3.2}$$

在产品市场上，财政扩张（购买增加 ΔG 或税收减少 ΔT）引起**计划支出增加**，这刺激了产品与服务的生产，从而引起**收入 Y 的增加**，**IS 曲线右移**. **在货币市场上**，收入的增加提高了**每一利率水平上的货币需求量**. 然而，由于货币供给没有改变，所以更高的货币需求使**均衡利率 r 上升**. **回到产品市场上**，当利率上升时，**企业削减其投资计划**，投资的这种减少部分抵消了财政扩张的效应. 因此，在 IS—LM 模型中财政扩张引起的收入增加小于凯恩斯交叉的收入增加，二者的差别反应了**更高的利率所挤出的投资**.

类似地，**财政紧缩**引起 IS 曲线左移，既减少了收入（小于凯恩斯交叉的收入减少）又减少了利率.

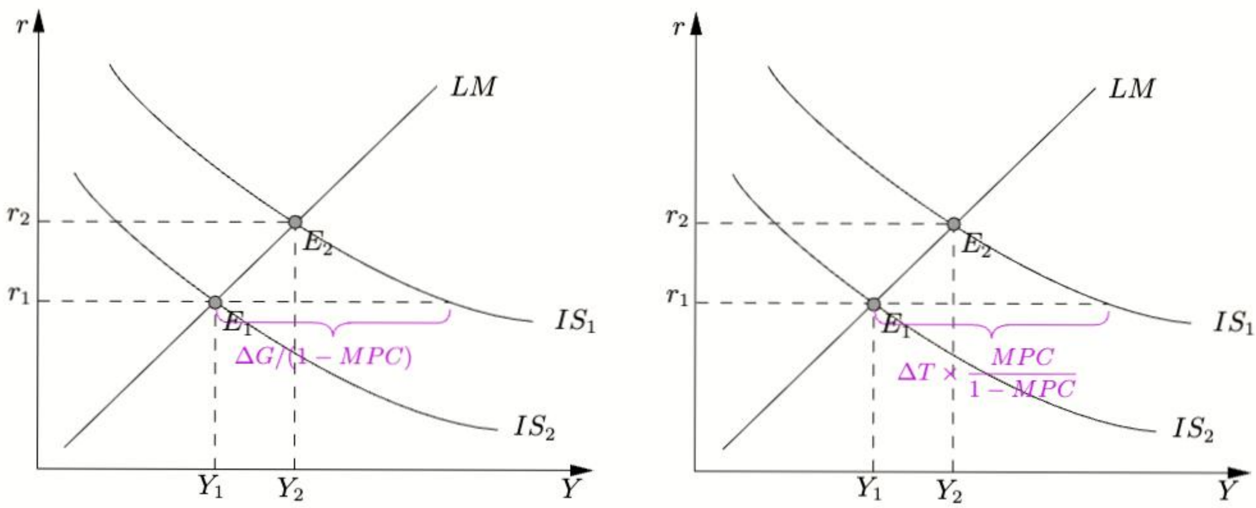


Figure 11.12: 政府购买和税收的变动

（二）货币政策

$$Y = PE = C(Y - T) + I(r) + G \tag{11.3.3}$$

$$\frac{M}{P} = \left(\frac{M}{P}\right)^d = L(r, Y) \tag{11.3.4}$$

在货币市场上，货币扩张导致实际货币余额 $\dfrac{M}{P}$ 增加，这导致了更低的利率 r，因此 **LM 曲线向下移动**. 在产品市场上，更低的利率刺激了计划投资 $I(r)$，从而增加了计划支出、生产和收入 Y.

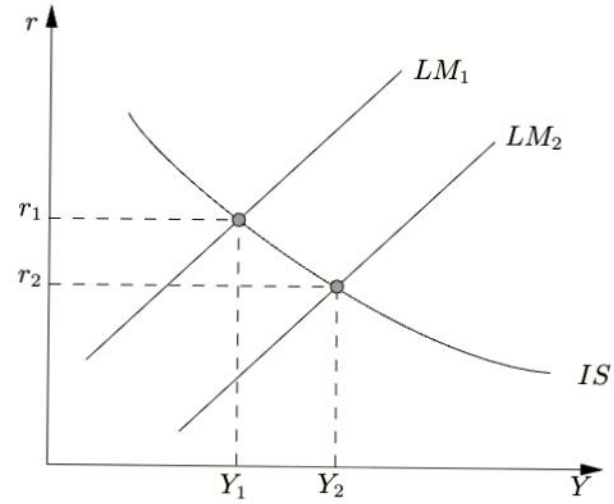


Figure 11.13: 货币供给的变动

（三）相互作用

在分析货币政策或财政政策的任何变动时，控制这些政策工具的政策制定者**知晓其他政策制定者的行动**是重要的. 因此，**一项政策的变动可能会影响另一项政策**，这种相互依赖可能会改变一项政策变动的效果. 例如，假定**国会提高税收**，这项政策对经济的影响取决于**美联储对增税如何做出反应**：

美联储保持货币供给不变：税收的增加使 **IS 曲线向左移动**，**收入减少**（由于更高的税收减少了消费者的支出），**利率下降**（由于更低的收入减少了货币需求）. **收入的减少表明增税引起了衰退**.

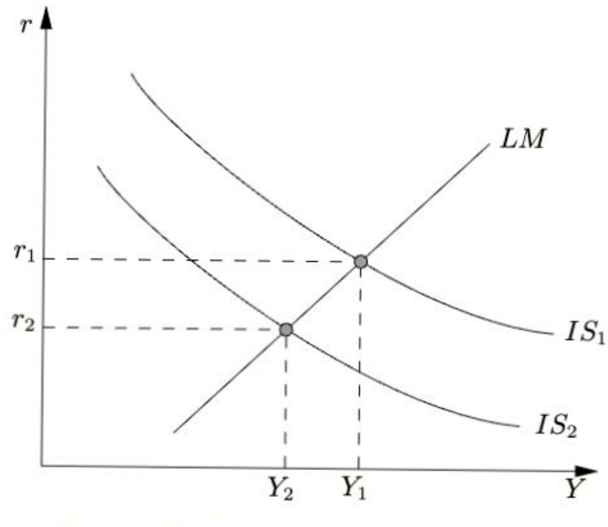


Figure 11.14: 美联储保持货币供给不变

美联储保持利率不变：当增税使 IS 曲线向左移动时，美联储必须减少货币供给，以使利率保持在初始水平. 货币供给的这一减少使 LM 曲线向上移动. 利率没有下降，但**收入的减少要超过如果美联储保持货币供给不变的情形**. 美联储通过保持高利率而**加深了衰退**.

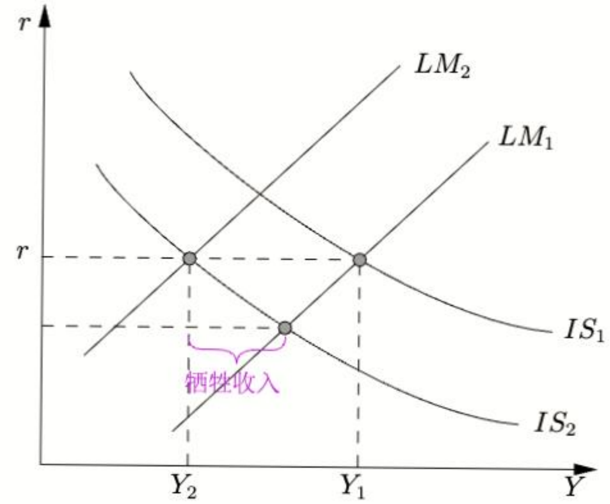


Figure 11.15: 美联储保持利率不变

美联储保持收入不变：美联储必须增加货币供给，使 LM 曲线向下移动足够多，以抵消 IS 曲线的移动所产生的影响. 在这种情况下，增税并没有引起衰退，但它确实使利率大幅度下降. 虽然收入不变，但税收增加和货币扩张的结合改变了经济中的资源配置. **更高的税收抑制了消费，更低的利率刺激了投资**. 因为正如美联储想要的那样，这两种效应正好相互平衡了，所以收入不受影响.

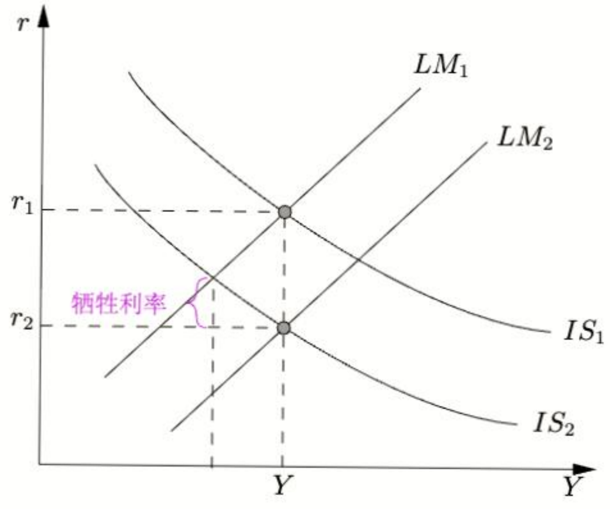


Figure 11.16: 美联储保持收入不变

（四）IS—LM 模型中的冲击

对 IS 曲线的冲击是**产品与服务需求的外生变动**（需求变动可能产生于投资者的**动物精神**：例如企业对经济的未来乐观，投资函数扩张性移动，计划支出增加，IS 曲线向右移动）或**消费品需求的变动**（例如消费者对经济的未来乐观，消费函数向上移动，计划支出增加，IS 曲线向右移动）.

对 LM 曲线的冲击产生于**货币需求的外生变动**. 例如，若对信用卡可获得性的新限制增加了人们的货币需求，那么对于任何给定的收入和货币供给，货币市场均衡的利率增加，LM 曲线向上移动.

二、作为总需求理论的 IS—LM 模型

（一）从 IS—LM 模型到总需求曲线

总需求曲线描述了价格水平与国民收入之间的关系，现在用 IS—LM 曲线而不是货币数量论来推导总需求曲线：首先，说明**为什么总需求曲线向右下方倾斜**；其次，考察**是什么引起总需求曲线的移动**.

考察 IS—LM 模型的均衡如何对价格水平做出反应：对于任何给定的货币供给 M，更高的价格水平 P 降低了实际货币余额的供给 $\dfrac{M}{P}$，这使 LM 曲线向上移动，从而提高了均衡利率并降低了均衡收入. 下图表示概括了价格水平与收入之间这种关系的总需求曲线：**价格水平越高，收入水平越低**.

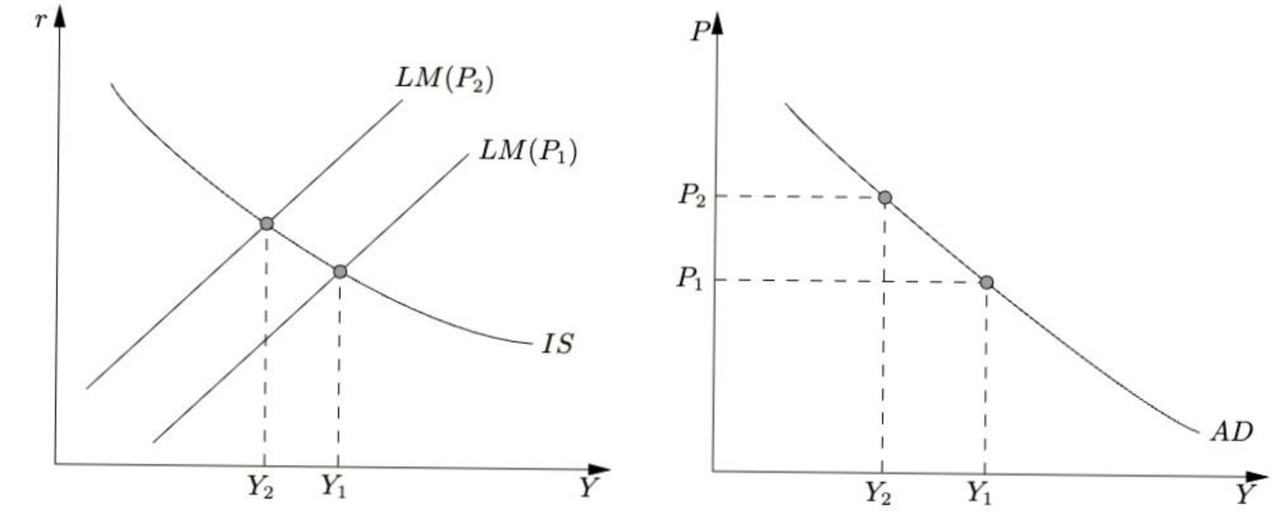


Figure 11.17: 用 IS—LM 模型推导出总需求曲线

货币政策对总需求曲线移动的影响：对于任意给定的价格水平，货币扩张提高了 IS—LM 模型中的收入，使总需求曲线向右移动；类似地，货币紧缩降低了 IS—LM 模型中的收入，使总需求曲线向左移动.

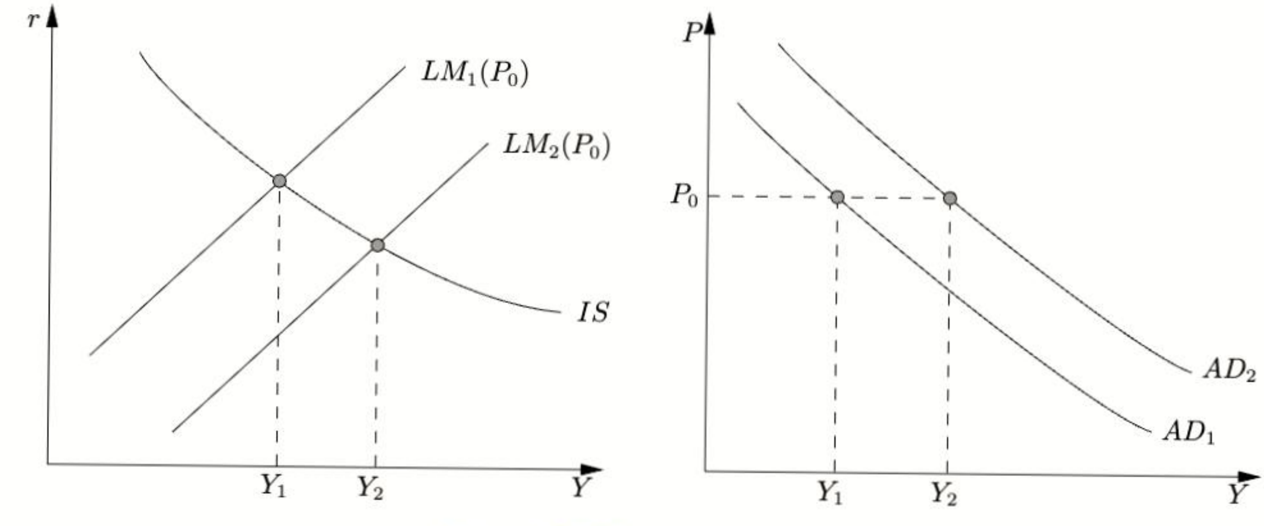


Figure 11.18: 扩张性货币政策

财政政策对总需求曲线移动的影响：对于任意给定的价格水平，财政扩张提高了 IS—LM 模型中的收入，使总需求曲线向右移动；类似地，财政紧缩降低了 IS—LM 模型中的收入，使总需求曲线向左移动.

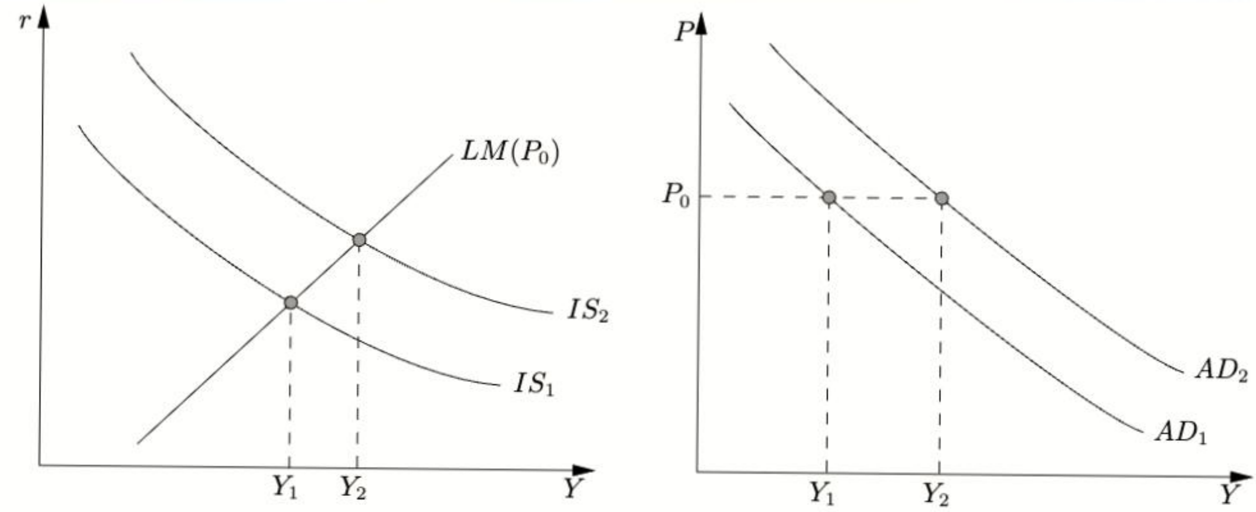


Figure 11.19: 扩张性财政政策

（二）短期和长期的 IS—LM 模型

IS—LM 模型也可以用于描述**价格水平调整从而确保经济在其自然水平**生产的长期经济. 如图，在短期价格水平固定在 P_1，均衡为 E_1 点；长期价格水平的调整使经济在自然产出水平上生产，均衡为 E_2 点.

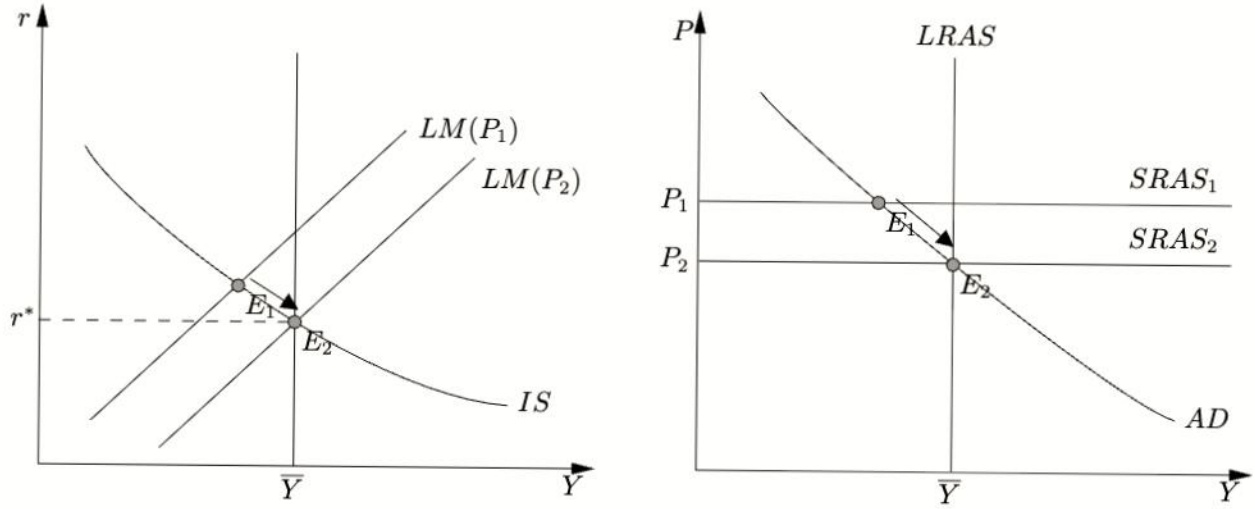


Figure 11.20: 短期与长期均衡

设想经济由三个方程描述，前两个方程是 IS 和 LM 方程：

$$Y = C(Y-T) + I(r) + G \tag{11.3.5}$$

$$\frac{M}{P} = L(r, Y) \tag{11.3.6}$$

分布描述产品市场和货币市场的均衡，内生变量为 r, Y, P. 为了使该系统完整，需要第三个方程：

- 凯恩斯主义的方法是用**固定价格（$P = P_1$）的假设**来完成模型，调整 r, Y 以满足前两个方程；
- 古典主义的方法是用**产出达到自然水平（$Y = \overline{Y}$）的假设**完成模型，调整 r, P 以满足前两个方程.

例 11.3.1(2024-央财 803)

以下等式描述了一个经济，其中 t 为政府收取收入税的税率：

$$C = 0.8(1-t)Y$$

$$t = 0.25$$

$$I = 900 - 50i$$

$$G = 800$$

$$L = 0.25Y - 62.5i$$

$$\frac{M}{P} = 500$$

(1) 推导出描述 IS 曲线的方程；推导出描述 LM 曲线的方程；

(2) 求出均衡收入水平与均衡利率水平；

(3) 如果政府支出增加 100，IS 和 LM 曲线如何移动？求新的均衡收入水平与均衡利率水平. 推导并计算政府支出乘数.

(4) 推导出总需求函数. 如果税率降低，总需求曲线如何移动?

解答. **(1)** 由产品市场和货币市场的均衡条件

$$\begin{cases} Y = PE = 0.8(1-t)Y + (900-50i) + 800 \\ \dfrac{M}{P} = 500 = 0.25Y - 62.5i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 4250 - 125i, & IS \\ Y = 2000 + 250i, & LM \end{cases}$$

(2) 联立 IS 曲线和 LM 曲线，解得均衡收入 $Y = 3500$，均衡利率水平 $i = 6$.

(3) 如果政府支出增加 100，由产品市场和货币市场的均衡条件

$$\begin{cases} Y = PE = 0.8(1-t)Y + (900-50i) + 900 \\ \dfrac{M}{P} = 500 = 0.25Y - 62.5i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 4500 - 125i, & IS \\ Y = 2000 + 250i, & LM \end{cases}$$

IS 曲线向右平移 250，LM 曲线不发生移动. 新的均衡收入和利率水平为 $Y' = \dfrac{11000}{3}, r' = \dfrac{20}{3}$.

政府支出乘数

$$\frac{\Delta Y}{\Delta G} = 1 + MPC + MPC^2 + MPC^3 + \cdots = \frac{1}{1-MPC} = \frac{1}{1-0.8(1-0.25)} = \frac{5}{3}$$

(4) 当价格水平可以变动时，LM 曲线变为

$$\frac{M}{P} = 0.25Y - 62.5i \Rightarrow Y = \frac{4M}{P} + 250i$$

此时，联立 IS 曲线和 LM 曲线，解得总需求曲线

$$\begin{cases} Y = 4250 - 125i & ① \\ Y = \dfrac{4M}{P} + 250i & ② \end{cases} \xrightarrow{\frac{1}{3}\times[2\times①+②]} Y = \frac{8500}{3} + \frac{4M}{3P}$$

如果税率降低，IS 曲线更加平坦，总需求曲线也更加平坦. ■

三、大萧条

（一）支出假说：对 IS 曲线的冲击

20 世纪 30 年代初的**收入减少与利率下降是同时发生的**.

一些经济学家提出，收入减少的原因可能是 **IS 曲线的紧缩性移动**. 这一观点被称为**支出假说**，因为它把大萧条归结为在产品与服务市场上支出的外生下降. 经济学家对这一支出的减少提出了几种解释：

其一，**消费函数的向下移动**引起了 IS 曲线的紧缩性移动. 1929 年的股市崩盘通过**减少消费者的财富和增加消费者对美国经济前景的不确定性**，使消费者**把更多的收入用于储蓄而不是消费**.

其二，**住房投资的大幅度下降**引起了 IS 曲线的紧缩性移动. 一方面，20 世纪 20 年代**住房投资过度高涨**，住房投资需求大幅度减少；另一方面，20 世纪 30 年代移民减少，**人口增长减速**，对新住房的需求减少.

其三，**对银行的监管不足**，同时美联储不愿意在这些银行发生挤兑时积极地行使最后贷款者的角色，使许多**银行破产倒闭**. 一些**企业得不到资本投资所需要的资金**，从而可能导致进**投资支出的进一步紧缩**.

其四，**20 世纪 30 年代的财政政策**也造成了 IS 曲线的紧缩性移动. 当时的政治家更关注**平衡预算**，而不太关心**用财政政策将生产和就业维持在自然水平**. 1932 年的 Revenue Act **增加了若干种税收**，特别是那些影响中低收入消费者的税收. 那一年的民主党施政纲领表达了对预算赤字的关注，建议**"立即并大幅度减少政府支出"**. 虽然当时出现了**历史上最高的失业**，政策制定者却在寻求**增加税收和减少政府支出**的方法.

（二）货币假说：对 LM 曲线的冲击

从 1929 年到 1933 年货币供给减少了 25%. 在这一期间，失业率从 3.2% 上升到 25.2%.

货币假说把大萧条归结为美联储允许货币供给下降如此之多（表现为 **LM 曲线的紧缩性移动**）. 弗里德曼和施瓦茨认为，**货币供给的紧缩造成了大部分经济低迷**，大萧条是其中一个引人注目的例子.

货币假说存在两个问题：

其一，**实际货币余额的行为**：只有在实际货币余额下降时，货币政策才能引起 LM 曲线的紧缩性移动. 然而，因为**货币供给的下降伴随着价格水平更大的下降**，所以 1929—1931 年实际货币余额还略有上升.

其二，**利率的行为**：如果 LM 曲线的紧缩性移动引起了大萧条，那么应该观察到了更高的利率. 然而，1929—1933 年的名义利率在持续下降.

（三）再论货币假说：价格下降的效应

1929—1933 年，价格水平下降了 22%.

许多经济学家把大萧条如此严重归罪于**通货紧缩**. 他们认为，**通货紧缩可能使得 1931 年的一次普通的经济低迷演变成了一段空前的高失业与低收入的时期**. 由于有理由认为货币供给的减少引起价格水平的下降，所以可以把大萧条的严重性归罪于**货币供给的减少**.

为了评价这种观点，讨论在 IS—LM 模型中价格水平的变动如何影响收入：

其一，**通货紧缩的稳定效应**：对任何给定的货币供给 M 而言，更低的价格水平 P 意味着更高的实际货币余额 $\frac{M}{P}$. 实际货币余额的增加引起 **LM 曲线的扩张性移动，这导致了更高的收入**.

同时，**庇古效应**表明：**实际货币余额是家庭财富的一部分**. 随着价格下降和实际货币余额增加，消费者**感到更加富有**和**支出更多**. 消费者支出的增加应该引起 **IS 曲线的扩张性移动，也导致了更高的收入**.

基于以上两个原因，一些经济学家认为**价格水平的下降会把经济推回到充分就业水平**.

其二，**通货紧缩的不稳定效应**：经济学家提出了两种理论来解释价格下降如何抑制收入.

债务—通货紧缩理论：考察**未预期到的**价格水平变动在债务人与债权人之间再分配财富. 如果债务人欠债权人 1000 美元，那么这笔债务的实际量是 $\frac{1000}{P}$ 美元. **价格水平的下降提高了债务的实际价值；债务人必须向债权人偿还的债务实际值就更大了**. 因此，**未预期到的通货紧缩使债权人变富而使债务人变穷**.

这种财富再分配**影响在产品与服务上的支出**. 作为对从债务人向债权人的再分配的反应，债务人的支出更少了，债权人的支出更多了. **债务人的支出倾向通常高于债权人**[2]，在这种情况下，债务人减少的支出比债权人增加的支出多，**净效应是总体支出的减少**，这导致 **IS 曲线的紧缩性移动**和**国民收入的减少**.

考察**预期**通货膨胀率的变动如何影响收入. 投资 I 取决于**实际利率** r，而货币需求取决于**名义利率** i. 如果 $E\pi$ 是预期的通货膨胀率，事前的实际利率是 $i-E\pi$. IS—LM 模型写为：

$$Y=C(Y-T)+I(i-E\pi)+G \tag{11.3.7}$$

$$\frac{M}{P}=L(i,Y) \tag{11.3.8}$$

假设一开始预期价格水平保持不变（$E\pi=0$），后来预期未来价格水平将下降（$E\pi<0$）. 从而，实际利率 $r=i-E\pi$ 上升，这抑制了计划的投资支出，使 IS 曲线从 IS_1 移动到 IS_2（垂直距离为 $E\pi$）. 因此，**预期的通货膨胀使国民收入从 Y_1 减少到 Y_2**，名义利率从 i_1 下降到 i_2，实际利率从 r_1 下降到 r_2.

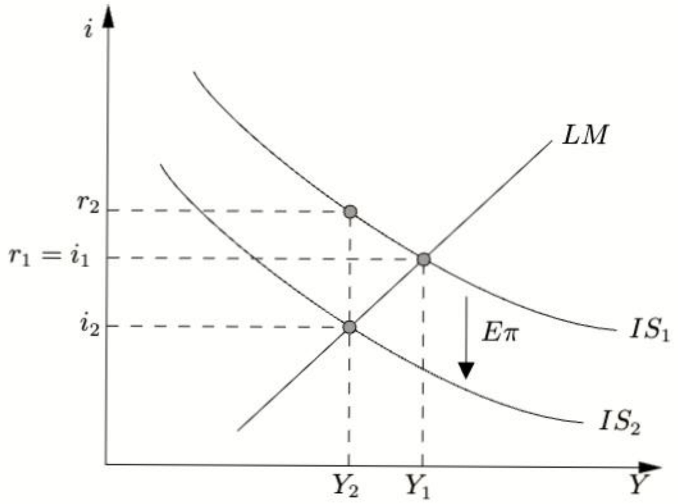


Figure 11.21: IS—LM 模型中预期的通货紧缩

（四）流动性陷阱和非常规货币政策

在 20 世纪 30 年代的美国，利率达到了很低的水平（低于 1%）.

根据 IS—LM 模型，扩张性货币政策通过**降低利率和刺激投资支出**来发生作用. 但是，**如果利率已经下降到几乎为零**[3]**，那么也许货币政策就不再有效了**. 在这种环境下，扩张性货币政策增加了货币供给，使公众的资产组合更具流动性，但是由于利率不能进一步下降，**增加的流动性可能没有任何效应**. 简而言之，**流动性陷阱**指名义利率已经下降到**零下限**从而限制了货币政策进一步刺激经济的能力这样一种局面.

一些经济学家对流动性陷阱的重要性持怀疑态度，他们指出**中央银行拥有扩张经济的其他工具**.

[2] 债务人通常是因为**当前收入不足以满足消费或投资需求**才借款，说明他们的边际消费倾向较高.

[3] 名义利率不可能下降到零以下：一个人与其以负的名义利率放贷，还不如就持有现金.

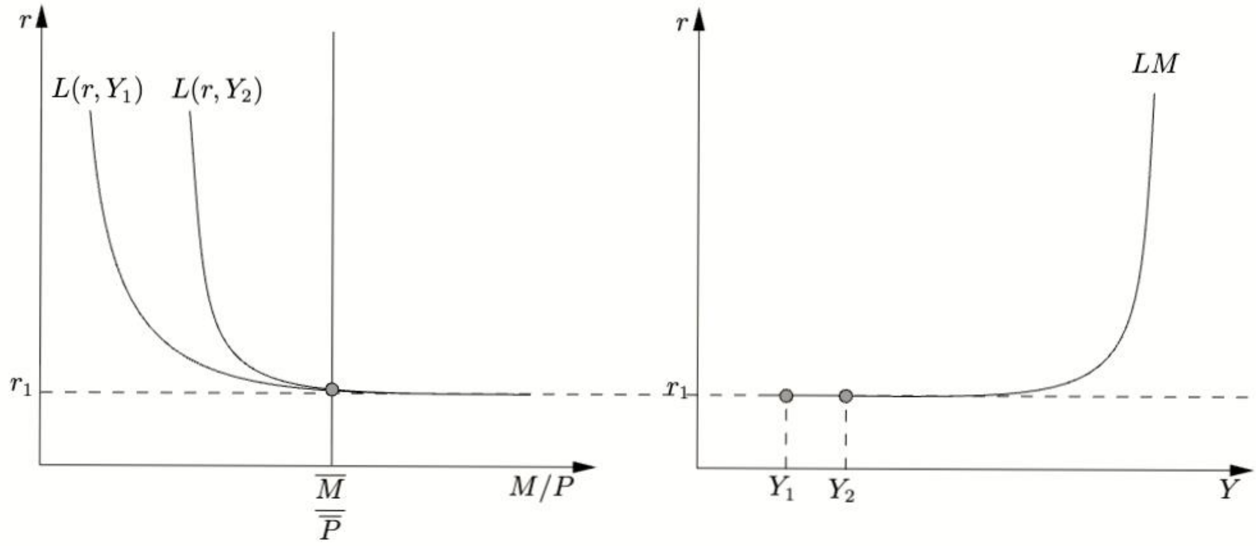


Figure 11.22: 流动性陷阱

中央银行瞄准的利率通常是某个很短期的利率. **联邦基金利率**是很短期的利率（隔夜利率），一旦这个利率达到零下限，中央银行可以用两种方式**降低更长期的利率**:

第一，**承诺在很长一段时期将目标利率维持在低位**. 宣布未来的货币行动这种政策被称为**前瞻指引**.

第二，**在比正常情况下更多种类的金融工具中实施公开市场操作**. 例如，它可以购买长期政府债券、抵押贷款担保证券甚至公司债券，从而降低这些种类贷款的利率. 这项政策被称为**量化宽松**.

前瞻指引和量化宽松称为**非常规货币政策**，原因是中央银行为了影响经济所使用的工具**范围比过去所使用的更广泛**. 在大衰退期间和之后的时期里，美联储采取了既有前瞻指引又有量化宽松的政策.

一些经济学家认为，流动性陷阱的可能性证明了**通货膨胀率目标应该大于零的正当性**.

在零通货膨胀率下，实际利率和名义利率永远不会低于零（**降息空间被零下限锁死**）. 但是，如果名义通货膨胀率 $\pi > 0$，那么中央银行就可以**通过把名义利率降到零**来把实际利率降为 $-\pi$.

换言之，**更高的通货膨胀率目标在正常时期意味着更高的名义利率，给了中央银行在经济经历衰退性冲击时更多降低利率的空间**. 因此，更高的通货膨胀目标使货币政策制定者在必要时有更多刺激经济的空间，降低了经济将达到零下限和陷入流动性陷阱的可能性.

第四节 蒙代尔—弗莱明模型与汇率制度

在实施货币政策与财政政策时，政策制定者的眼光常常需要超越本国国境. 即使国内繁荣是他们的目标，他们也必须考虑国外，原因在于**产品与服务的国际流动和资本的国际流动都会深刻地影响一国经济**.

蒙代尔—弗莱明模型被描述为"研究开放经济下货币政策和财政政策的主导政策范式"，是 IS—LM 模型的近亲. 它们的关键区别是，IS—LM 模型假设一个封闭经济，而**蒙代尔—弗莱明模型假设一个开放经济**.

它假设所研究的经济是一个资本完全流动的小型开放经济. 也就是说，该经济可以在世界金融市场上借入或借出它想要的任意数量，因此**该经济的利率 r 是由世界利率 r^*（外生给定）决定的**.

一、蒙代尔—弗莱明模型

（一）产品市场与 IS^* 曲线

蒙代尔—弗莱明模型用 **IS^* 方程**来代表产品市场：

$$Y = C(Y-T) + I(r^*) + G + NX(e) \tag{11.4.1}$$

其中，星号表明利率保持在世界利率 r^* 的水平；名义汇率 $e = \epsilon \times \dfrac{P^*}{P}$，与实际利率 ϵ 成比例.

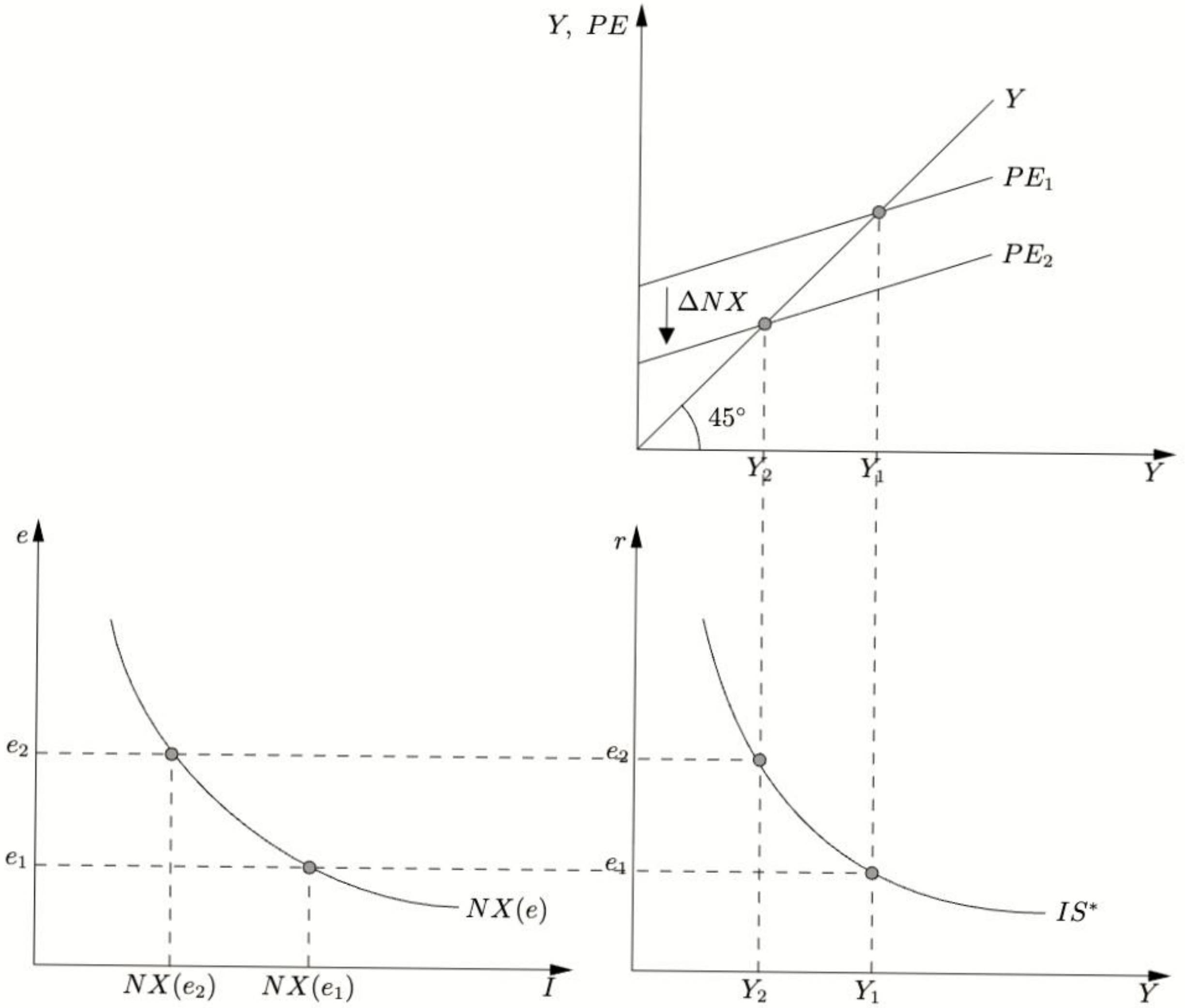


Figure 11.23: 推导出 IS^* 曲线

当利率从 e_1 到 e_2 的上升使净出口从 $NX(e_1)$ 减少为 $NX(e_2)$，这使得计划支出曲线向下移动，从而使收入从 Y_1 减少为 Y_2. 因此，汇率上升减少了收入，IS^* **向右下方倾斜**.

（二）货币市场与 LM^* 曲线

蒙代尔—弗莱明模型用LM^* **方程**来代表产品市场：

$$\frac{M}{P} = L(r, Y) \tag{11.4.2}$$

给定世界利率 r^*，无论汇率 e 如何，LM^* 方程决定了收入.

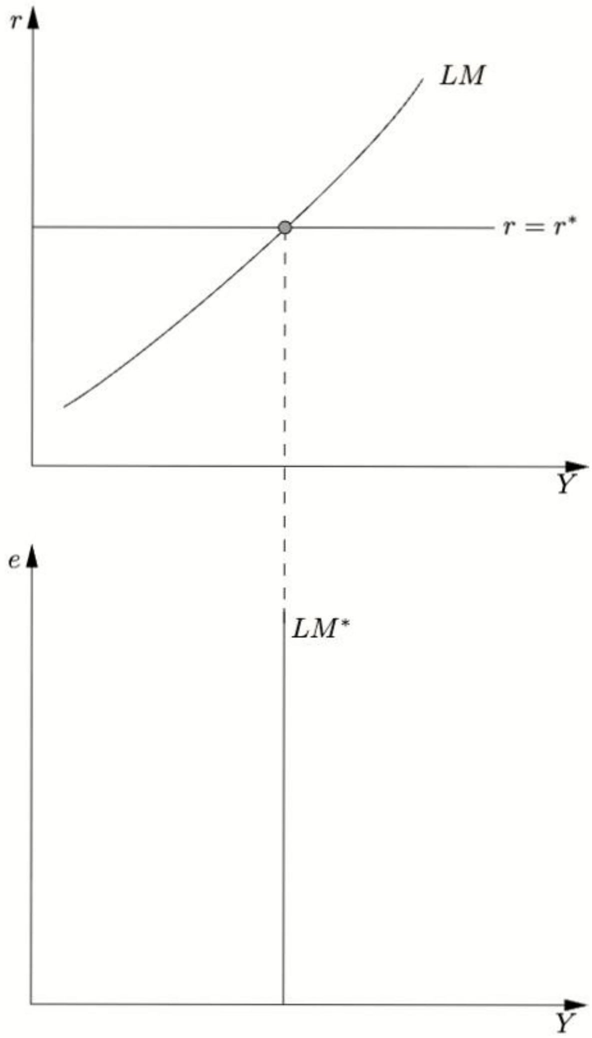


Figure 11.24: 推导 LM^* 曲线

根据蒙代尔—弗莱明模型，资本完全流动的小型开放经济可以用两个方程来描述：

$$Y = C(Y - T) + I(r^*) + G + NX(e) \tag{11.4.3}$$

$$\frac{M}{P} = L(r^*, Y) \tag{11.4.4}$$

两式分别描述了产品市场和货币市场的均衡，其中：外生变量是财政政策 G, T、货币政策 M、价格水平 P 以及世界利率 r^*；**内生变量是收入 Y 和汇率** e. 两式交点表示满足两个市场均衡的收入水平和汇率.

二、小型开放经济

两种汇率制度 $\begin{cases}\text{浮动汇率制}\\ \text{固定汇率制}\end{cases}$ 能够改变均衡的三种政策 $\begin{cases}\text{财政政策}\\ \text{货币政策}\\ \text{贸易保护}\end{cases}$

（一）浮动汇率下的小型开放经济

在**浮动汇率**制度下，汇率由市场力量决定，可以随着经济状况的变动而波动. 在这种情况下，**汇率 e 进行调整以达到产品市场与货币市场的同时均衡**. 当某样东西偶然改变该均衡时，汇率运动到新的均衡值.

财政政策：**扩张性财政政策**使 IS^* 曲线向右移动，**这提高了汇率，但对收入没有影响**.

$$Y = PE = C(Y-T) + I(r^*) + G + NX(e) \tag{11.4.5}$$

$$\frac{M}{P} = L(r^*, Y) \tag{11.4.6}$$

在一个小型开放经济中，只要利率上升到世界利率 r^* 以上，**资本就从国外流入以追求更高的回报**. 随着这一资本流入**将利率推回到** r^*，它还产生了另外一种效应：由于国外投资者为了投资于国内经济需要买进本币，**资本流入增加了外汇市场上对本币的需求**，这**抬高了本币价值**. 本币的升值使国内产品相对于外国产品变得昂贵，从而降低了净出口. 净出口的下降**正好抵消了扩张性财政政策对收入的影响**.

在一个小型开放经济中，利率 r 固定在世界利率 r^*. 因此，在货币市场中，可以满足 LM^* 方程的收入水平 Y 只有一个；**当财政政策变动时，这一收入水平保持不变**. 因此，当政府增加支出或减税时，通货的升值和净出口的下降必须**大到足以完全抵消该政策对收入的扩张效应**.

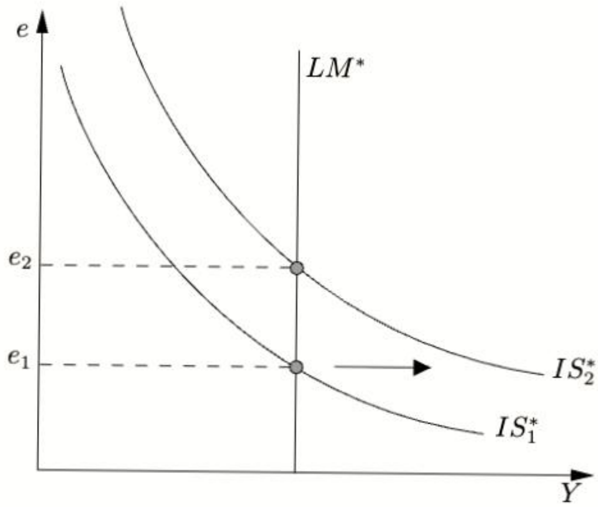


Figure 11.25: 浮动汇率下的财政扩张

货币政策：**扩张性货币政策**使 LM^* 曲线向右移动，**这降低了汇率，提高了收入**.

$$Y = PE = C(Y-T) + I(r^*) + G + NX(e) \tag{11.4.7}$$

$$\frac{M}{P} = L(r^*, Y) \tag{11.4.8}$$

一旦货币供给的增加开始给国内利率以向下的压力，由于投资者会到其他地方寻求更高的回报，所以**资本从该经济流出（因为预期 $r < r^*$）**，这阻止了国内利率下降到世界利率 r^* 以下.

此外，由于投资于海外需要把本币兑换成外币，资本的流出增加了国内通货在外汇市场上的供给，从而**降低了本币的价值**. 这一贬值使国内产品相对于国外产品更为便宜，**刺激了净出口，从而增加了收入**.

因此，在一个小型开放经济中，**货币政策通过改变汇率而不是利率来影响收入**.

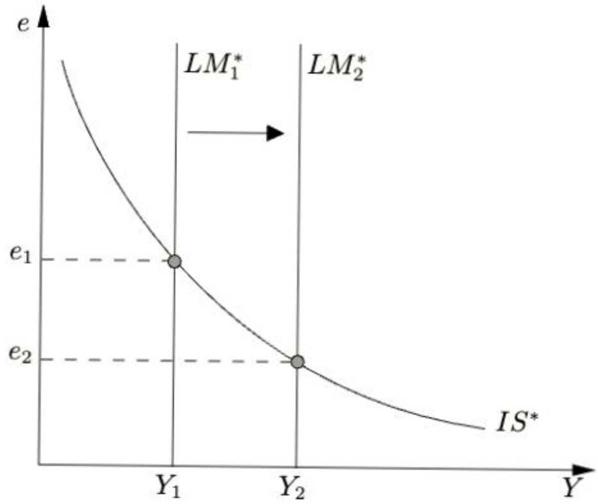


Figure 11.26: 浮动汇率下的货币扩张

贸易政策：**贸易限制**使 NX 曲线向右移动，IS^* 曲线向右移动，这提高了汇率，但收入保持不变.

净出口曲线的右移对收入 Y 产生了**向上的压力**；Y 的增加又提高了货币需求，对利率 r 产生了**向上的压力**. 国外资本对此做出的反应是流入国内经济，这**把利率推回世界利率水平** r^*，**增加了本币的价值**. 这一升值使国内产品相对于国外产品更昂贵，**这减少了净出口** NX**，使收入** Y **回到其初始水平**.

限制性贸易政策常常有改变贸易余额

$$NX(e) = Y - C(Y-T) - I(r^*) - G \tag{11.4.9}$$

的目标. 由于贸易限制**不影响收入、消费、投资或政府购买**，所以它**不影响贸易余额**. 尽管净出口曲线的移动增加了 NX，但汇率上升又等量地减少了 NX，**总体效应仅仅是贸易减少了**.

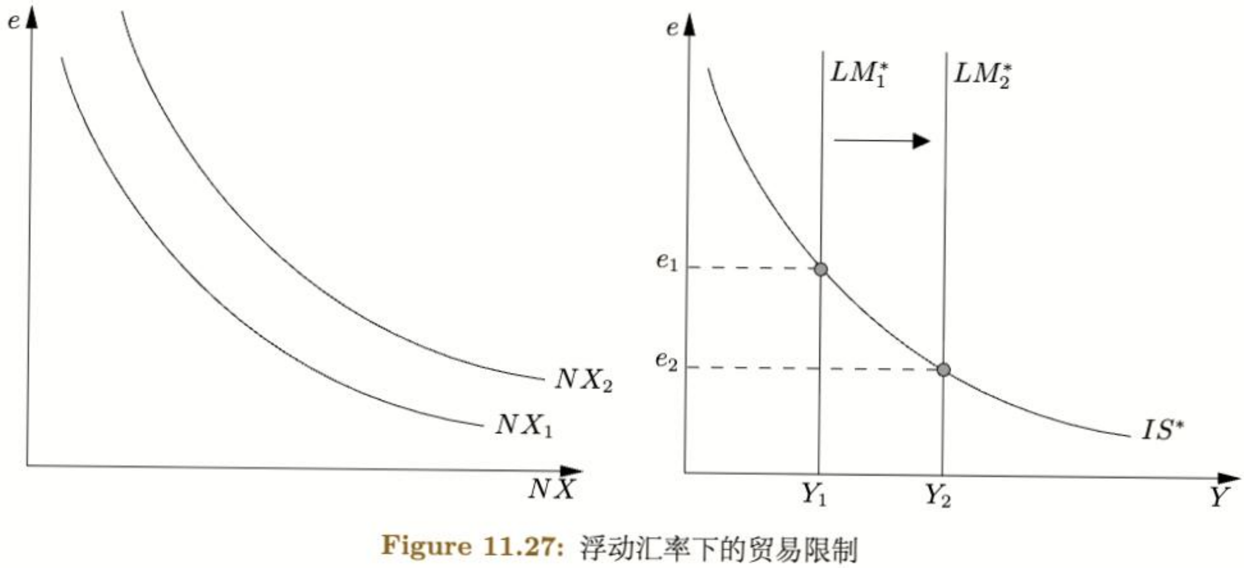


Figure 11.27: 浮动汇率下的贸易限制

例 11.4.1(2019-央财 801)

假设在浮动汇率的小型开放经济中，LM 曲线为 $Y=20000r-200+2\left(\frac{M}{P}\right)$，IS 曲线为 $Y=400+3G-2T+3NX-20000r$，净出口函数为 $NX=200-100e$，其中 e 为汇率. 价格水平固定在 1.0，世界利率 $r^*=2.5\%$. 试回答：

(1) 若 $M=100$，运用 LM 曲线，计算出小型经济中的均衡收入 Y；

(2) 给定上述均衡收入 Y，当 $G=100,T=100$ 时，均衡的 NX 是多少?

(3) 如果达到 (2) 中计算得到的 NX，均衡汇率 e 必须是多少?

(1) 在小型开放经济中，$r=r^*=2.5\%$，将 $P=1,M=100$ 代入 LM 曲线

$$Y=20000\times 2.5\%-200+2\left(\frac{100}{1}\right)=500$$

(2) 将 $Y=500,G=100,T=100$ 代入 IS 曲线

$$Y=400+300-200+3NX-20000\times 2.5\%=500\Rightarrow NX=\frac{500}{3}$$

(3) 将 $NX=\frac{500}{3}$ 代入净出口函数

$$NX=200-100e=\frac{500}{3}\Rightarrow e=\frac{1}{3}$$

（二）固定汇率下的小型开放经济

在**固定汇率**制度下，中央银行宣布一个汇率制，并且为了将汇率保持在宣布的水平而买进和卖出本币.

固定汇率决定了一国的货币政策只致力于唯一的目的：**使汇率保持在所宣布的水平**. 换言之，固定汇率制度的实质是中央银行承诺**允许货币供给调整到保证外汇市场的均衡汇率等于所宣布的汇率所需的任何水平**. 而且，只要中央银行随时准备按固定汇率买卖外汇，货币供给就会自动地调整到必要的水平.

假定美联储决定将汇率固定在**每 1 美元兑 100 日元**，但在现有货币供给下的当前均衡，市场汇率是**每 1 美元兑 150 日元**. 存在一个赚取利润的机会：套利者可以在外汇市场上**用 2 美元购买 300 日元**，然后**以 3 美元卖给美联储**，**获利 1 美元**. 当美联储从套利者手中购买这些日元时，它**为此支付的美元增加了货币供给**. **货币供给的增加使 LM^* 曲线向右移动，降低了均衡利率，直到下降到美联储宣布的水平**.

相反，假定当美联储决定将汇率固定在**每 1 美元兑 100 日元**时，均衡的市场汇率是**每 1 美元兑 50 日元**. 在这种情况下，套利者可以通过**用 1 美元从美联储购买 100 日元**然后**在市场上以 2 美元卖出**而获利. 当美联储卖出这些日元时，它所收到的 1 美元就**减少了货币供给**. **货币供给的下降使 LM^* 曲线向左移动，提高了均衡汇率. 货币供给继续下降，直到均衡汇率上升到所宣布的水平.**

笔记. 在蒙代尔—弗莱明模型所描述的短期中，价格是固定的，固定的名义汇率也意味着固定的实际汇率.

财政政策：**扩张性财政政策**使 IS^* 曲线向右移动，LM^* 曲线向右移动，**这增加了收入**.

$$Y=PE=C(Y-T)+I(r^*)+G+NX(e) \tag{11.4.10}$$

$$\frac{M}{P}=L(r^*,Y) \tag{11.4.11}$$

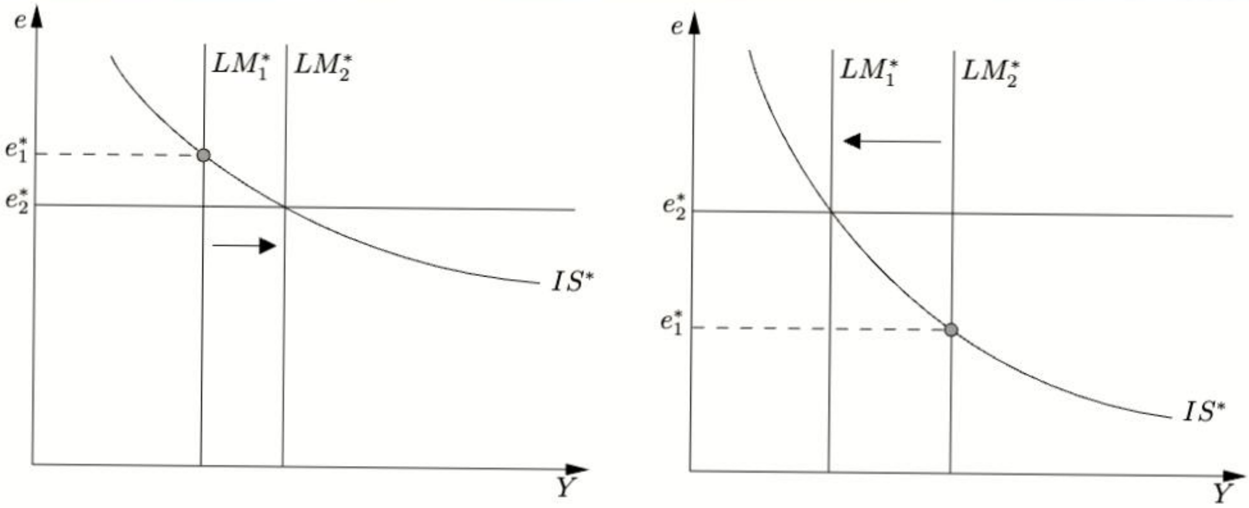


Figure 11.28: 固定汇率是如何支配货币供给的

其中，扩张性财政政策使 IS^* 曲线向右移动，**对市场汇率产生了向上的压力**. 但是，中央银行随时准备按固定汇率交易外币与本币，套利者通过把外汇卖给中央银行来对汇率上升做出反应，导致**自动的货币扩张**，这使 LM^* **曲线向右移动**. 因此，在固定汇率下财政扩张增加了收入.

货币政策：**正常的货币政策**在固定汇率下是**无效的**.

$$Y = PE = C(Y - T) + I(r^*) + G + NX(e) \tag{11.4.12}$$

$$\frac{M}{P} = L(r^*, Y) \tag{11.4.13}$$

扩张性货币政策使 LM^* **曲线向右移动**，这降低了汇率. 但是，由于中央银行承诺按固定汇率交易本币与外币，套利者通过向中央银行出售本币对汇率下降做出反应，导致**货币供给和** LM^* **曲线回到它们的初始位置**. 因此，**通常实施的货币政策在固定汇率下是无效的**，中央银行放弃了它对货币供给的控制.

一个采用固定汇率的国家也可以实施一类货币政策：它可以决定改变所固定的汇率水平. **通货的官方价值**的下降被称为**法定贬值**，通货的官方价值的上升被称为**法定升值**.

在蒙代尔—弗莱明模型中，法定贬值使 LM^* 曲线向右移动；**其作用类似于浮动汇率下货币供给的增加**. 因此，法定贬值增加了净出口和收入. 相反，法定升值使 LM^* 曲线向左移动，减少了净出口和收入.

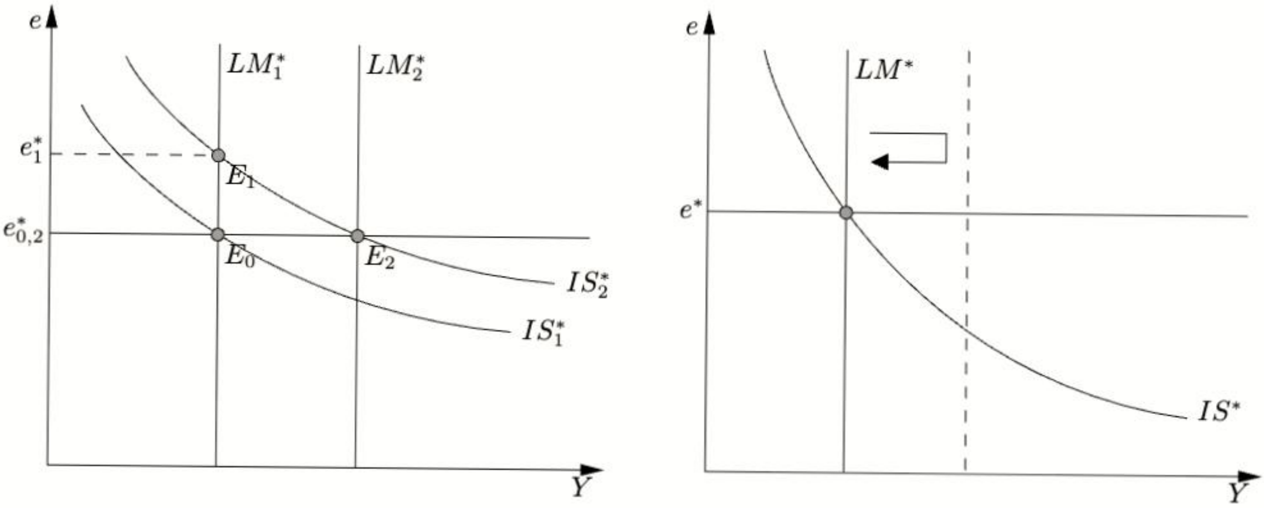


Figure 11.29: 固定汇率下的财政扩张和货币扩张

贸易政策：**贸易限制**使 IS^* 曲线向右移动，LM^* 曲线向右移动，这增加了收入.

贸易限制政策使净出口曲线向右移动，从而使 IS^* 曲线向右移动. IS^* 曲线的移动倾向于提高汇率. 为了将汇率保持在固定水平，货币供给必须上升，这使得 LM^* 曲线向右移动.

只有在固定汇率下，贸易限制才增加了净出口. 原因是**固定汇率下贸易限制引起了货币扩张而不是汇率升值**. 货币扩张又提高了收入. 当收入上升时，储蓄也上升了，这意味着净出口 $NX = S - I$ 的增加.

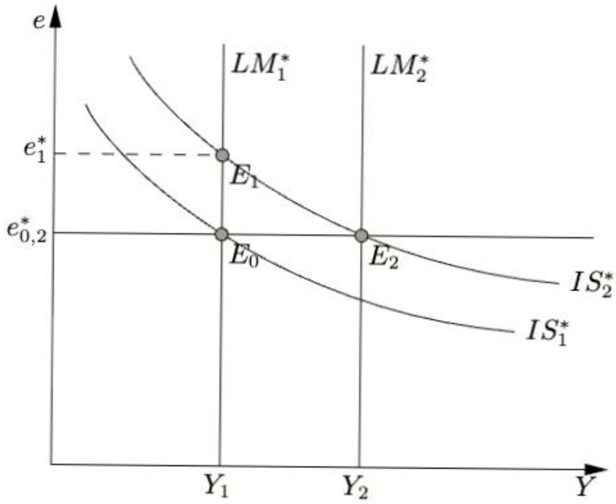


Figure 11.30: 固定汇率下的贸易限制

（三）浮动汇率还是固定汇率

支持浮动汇率的观点：浮动汇率允许一国使用货币政策**更灵活地应对形势的变化**. 固定汇率下，货币政策致力于唯一的目标：把汇率维持在所宣布的水平上. 浮动汇率制度**允许货币政策制定者追求其他目标**，比如**稳定就业或价格**.

支持固定汇率的观点：固定汇率的支持者认为，**汇率的不确定性使国际贸易更为困难**. 在世界于 20 世纪 70 年代初放弃了固定汇率的布雷顿森林体系之后，**实际汇率和名义汇率的波动性变得比任何人预期的都大得多**. 一些经济学家把这种波动性归因于**国际投资者非理性的和破坏稳定的投机**. 企业高级管理人员往往声称，这种波动性之所以有害，是因为它增加了伴随**国际商务交易的不确定性**. 然而，尽管存在这种汇率的波动性，**在浮动汇率下世界贸易量仍然持续增加**.

固定汇率的支持者有时认为，对固定汇率的承诺是**约束一国货币当局和防止货币供给过度增长**的一种方式. 然而，可供中央银行做出承诺的还有许多其他政策规则，诸如**名义 GDP 目标或通货膨胀率目标等政策规则**. 与这些其他政策规则相比，因为**货币供给是自动调整的**，所以固定汇率的优势是**实施起来更为简单**，但这一政策可能**引起收入和就业的更大波动**.

在实践中，浮动与固定汇率之间的选择并不像乍看起来那么鲜明. 在固定汇率制度下，如果**维持汇率与其他目标的冲突过于严重**，各国可以改变其通货的价值. 在浮动汇率制度下，各国在设定货币政策时常常使用正式或非正式的汇率目标. 很少有完全固定或完全浮动的汇率，相反，在这两种制度下，汇率稳定通常是中央银行许多目标中的一个.

定义 11.4.1.(不可能三角形) 一国（或地区）不可能同时拥有**①自由的资本流动、②固定汇率和③独立的货币政策**. 一国（或地区）必须选择这个三角形的一边，放弃对角.

选项 1：①允许资本自由流动和③实行独立的货币政策，则**②浮动汇率**以平衡外汇市场.

选项 2：①允许资本自由流动和②固定汇率，则**③无法实行独立的货币政策**. 货币供给必须调整以把汇率保持在其前定的水平上. 在某种意义上，当一国（或地区）将其通货钉住另一国（或地区）的通货时，**它就是在采用被钉住国（或地区）的货币政策**.

选项 3：②固定汇率和③实行独立的货币政策，则①限制资本自由流动. 当一国（或地区）选择这个选项时，其**利率不再由世界利率水平固定**，而是由国内（或境内）力量决定，**与封闭经济的情况一样**.

三、利率差别

（一）国家风险与汇率预期

在前面假设小型开放经济中的利率由世界利率决定时，运用了**一价定律**：如果国内利率高于世界利率，**国外的人们就会借贷给这个国家**，迫使国内利率下降；如果国内利率低于世界利率，**国内居民就会向外国贷款以赚取更高的回报**，使国内利率上升. 最后，**国内利率等于世界利率**.

这一逻辑不总是适用，有两个原因：

其一，**国家风险**. 在一些不发达国家中，投资者有理由担心**糟糕的财政管理或政治革命会引起对贷款偿还的拖欠**. 这些国家的债务人往往不得不**支付更高的利率，以补偿债权人对这种风险的承担**.

其二，**预期的汇率变动**. 假定**预期比索相对于美元会贬值**，那么与美元贷款相比，比索贷款**被偿还时收到的通货价值会更低**. 为了补偿这种预期的墨西哥通货价值的下降，墨西哥的利率就必须高于美国的利率.

因此，**一个小型开放经济中的利率可能不同于世界其他经济体的利率**.

（二）蒙代尔—弗莱明模型中的利率差别

为了把利率差别纳入模型，假定小型开放经济中的利率是由世界利率加一个**风险贴水θ** 决定的：

$$r = r^* + \theta \tag{11.4.14}$$

风险贴水反映了在一国发放贷款**感知的政治风险和预期的实际汇率变动**，这里视作外生的. 模型改为：

$$Y = C(Y-T) + I(r^* + \theta) + G + NX(e) \tag{11.4.15}$$

$$\frac{M}{P} = L(r^* + \theta + Y) \tag{11.4.16}$$

假定**政治动乱引起一国的风险贴水 θ 上升**：

由于 $r = r^* + \theta$，最直接的影响是国内利率 r 上升. 更高的利率又有两种影响：第一，因为更高的利率减少了投资 $I(r)$，IS^* **曲线向左移动**；第二，因为更高的利率减少了货币需求 $L(r, Y)$[4]，这意味着对于任何给定的货币供给**收入都更高了**，LM^* **曲线向右移动**. 这两种移动引起收入上升和货币贬值.

这里的预测是，用 θ 衡量的一国风险的增加会引起该国收入的增加，**因为 LM^* 曲线向右移动**. 尽管**更高的利率抑制了投资**，但**货币贬值刺激了净出口更大数量的上升**. 因此，**在理论上，收入增加了**.

[4] 此时货币供给不变，货币需求小于货币供给，为了重新达到均衡，需要增加收入 Y.

但是**在实践中，这种收入增加一般不会出现**：

第一，由于中央银行可能想**避免本国通货的大幅度贬值**，所以可能通过**减少货币供给** M 对国家风险贴水 θ 的增加做出反应；

第二，国内货币贬值可能使得**进口产品的价格提高**，这**提高了价格水平** P；

第三，当某一事件提高了该国的风险贴水 θ 时，本国居民可能通过（对于任何给定的收入与利率）增加他们的货币需求对该事件做出反应，因为**货币常常是可得的最安全的资产**[5].

所有这三种变动都使 LM^* 曲线向左移动，这减缓了汇率的下降，但也降低了收入. 因此，国家风险的增加并不是合意的. **在短期**，国家风险的增加会使**货币贬值**，并通过刚刚描述的三个渠道使**收入减少**. 此外，由于更高的利率减少了投资，所以国家风险的增加**在长期减少了资本积累和经济增长**.

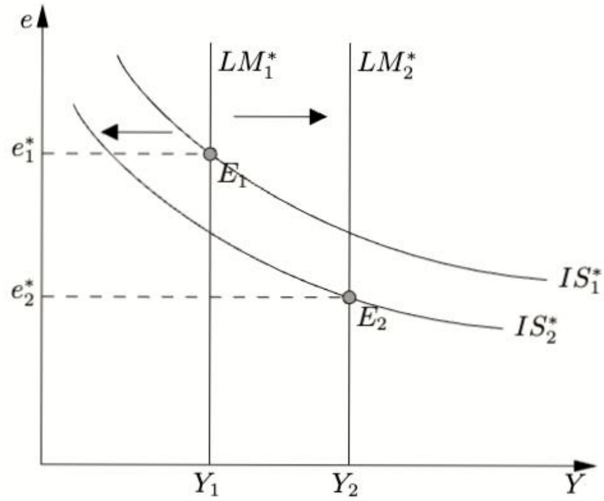


Figure 11.31: 风险贴水的增加

四、价格水平变动的蒙代尔—弗莱明模型

考虑价格水平的变动，经济中的名义汇率和实际汇率不再同步变动：

$$Y = C(Y - T) + I(r^*) + G + NX(\epsilon) \tag{11.4.17}$$

$$\frac{M}{P} = L(r^*, Y) \tag{11.4.18}$$

当国内价格水平下降时，更低的价格水平提高了实际货币余额，LM^* 曲线向右移动. **实际汇率下降，收入上升**. 如下图，总需求曲线概况了价格水平和收入之间的这种**负相关关系**.

如同 IS—LM 模型解释了封闭经济中的总需求曲线一样，蒙代尔-弗莱明模型解释了**小型开放经济中的总需求曲线**. 在这两种情况下，总需求曲线都表示了**当价格水平变动时产品和货币市场均衡的集合**.

除了价格水平的变动外，任何改变均衡收入的因素都会使总需求曲线发生移动. **提高给定价格水平下收入的政策和事件使总需求曲线向右移动；降低给定价格水平下收入的政策和事件使总需求曲线向左移动**.

考察短期模型与长期模型是如何相关的. 如图，E_1 **点描述了短期均衡**，因为它假设了一个固定的价格水平. 在这一均衡，**产品与服务需求太低了**，而不能使经济在其**自然水平**生产.

[5]换言之，θ 可能会直接改变货币需求函数，例如 $L' = \theta L$.

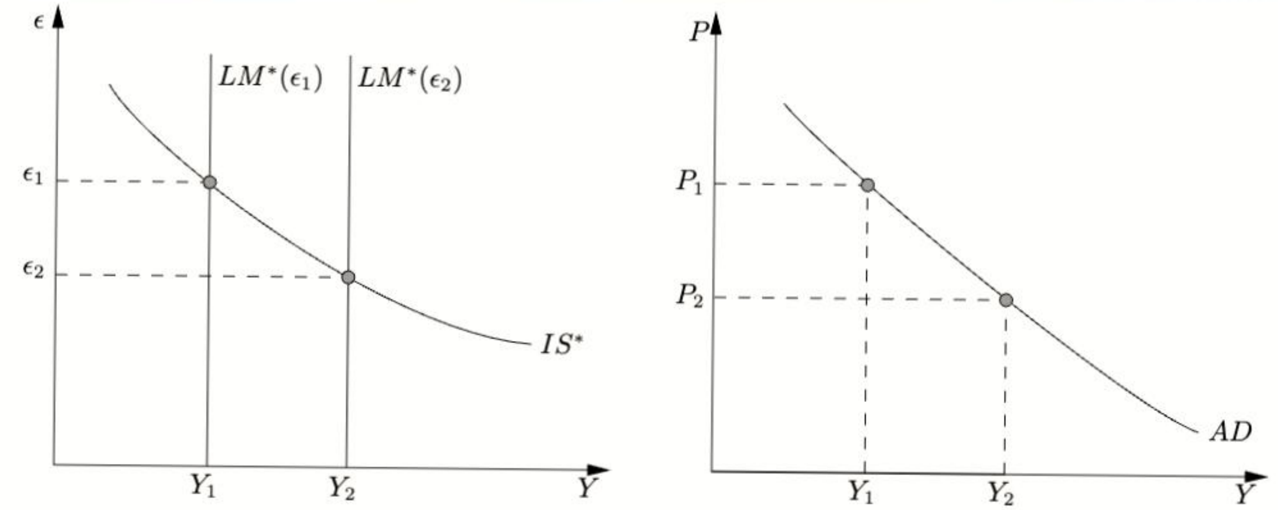


Figure 11.32: 作为一种总需求理论的蒙代尔—弗莱明模型

随着时间的推移，**低需求导致价格水平下降**，这**提高了实际货币余额**，**使** LM^* **曲线向右移动**. **实际汇率贬值，因而净出口增加**. 最终经济达到 E_2 点，即长期均衡点. 短期均衡与长期均衡之间的过渡的速度取决于价格水平调整使经济恢复自然产出水平的速度有多快.

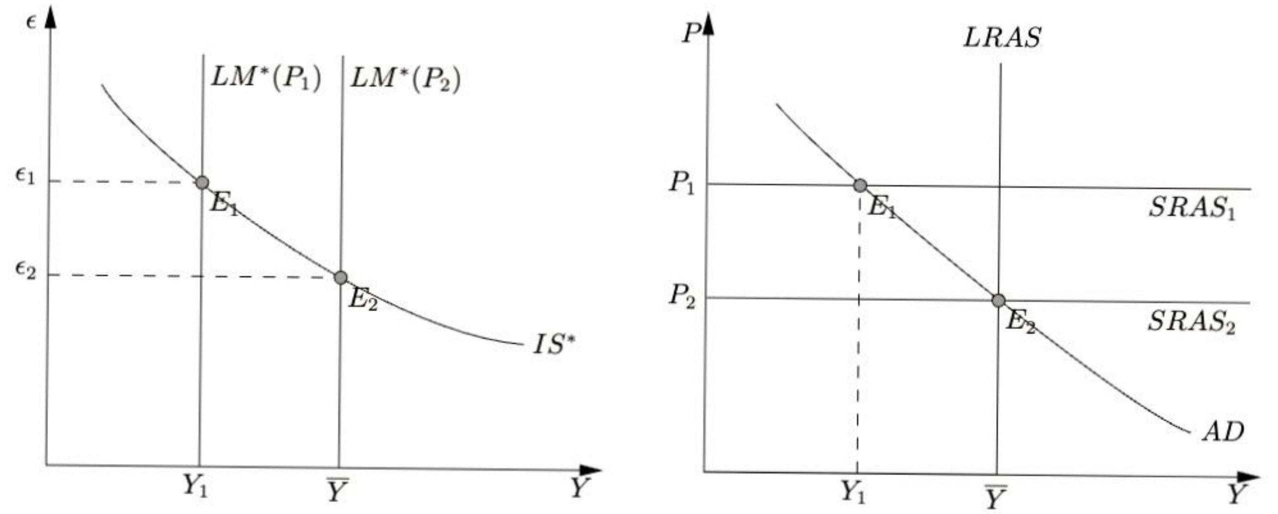


Figure 11.33: 小型开放经济中的短期与长期均衡

五、大型开放经济

（一）大型开放经济的短期模型

在一个大型开放经济中，必须考虑**利率和资本净流出之间的关系**. 资本净流出是国内投资者**贷款给国外**的数额减去外国投资者**贷款给国内**的数额. **资本净流出与利率负相关**，把这种关系加入短期模型

$$Y = C(Y-T) + I(r) + G + NX(e) \tag{11.4.19}$$

$$\frac{M}{P} = L(r, Y) \tag{11.4.20}$$

$$NX(e) = CF(r) \tag{11.4.21}$$

把式(11.4.21)代入式(11.4.19)，该模型变成

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G + CF(r) \tag{11.4.22}$$

$$\frac{M}{P} = L(r, Y) \tag{11.4.23}$$

与以前一样，更高的利率**减少了投资**；现在，更高的利率还**减少了资本净流出**，从而**降低了净出口**.

如图，用三个象限来分析这个模型. **第二象限**显示了 IS—LM 图，纵轴代表利率 r，横轴代表收入 Y，IS 曲线和 LM 曲线共同决定了均衡收入和均衡利率. **第一象限**和**第四象限**表示从 IS—LM 模型得出的均衡如何决定资本净流出、贸易余额和汇率. 在**第一象限**中，利率决定资本净流出，这条曲线向右下方倾斜；在**第四象限**中，汇率将进行调整，以保证产品与服务的净出口等于资本净流出.

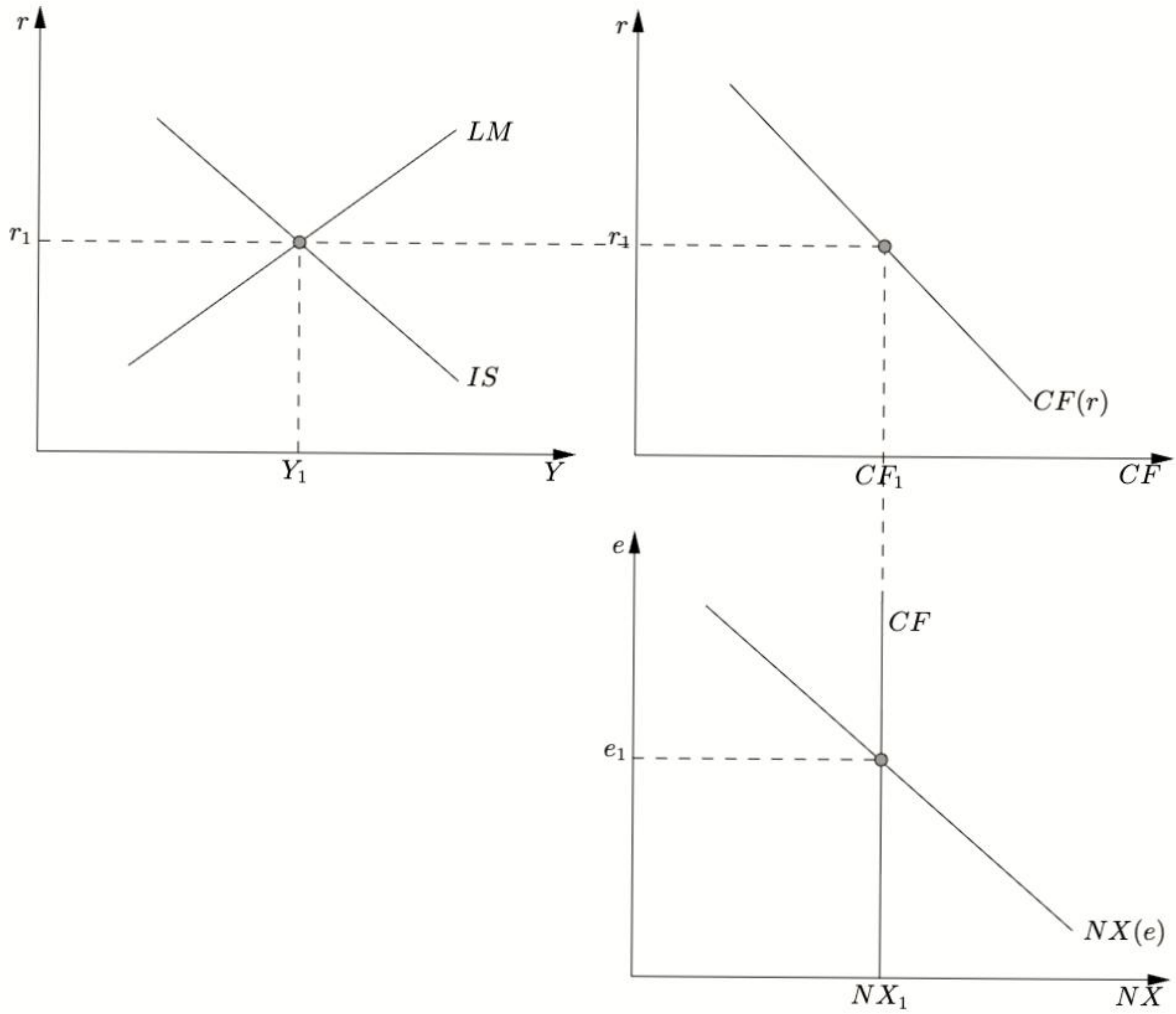


Figure 11.34: 大型开放经济的短期模型

（二）政策变动

财政政策：财政扩张使得 IS 曲线向右移动，收入从 Y_1 增加到 Y_2，利率从 r_1 上升到 r_2. 利率的上升引起资本净流出从 CF_1 下降到 CF_2，这减少了美元的供给，使汇率从 e_1 上升为 e_2.

货币政策：货币扩张使得 LM 曲线向右移动，收入从 Y_1 增加到 Y_2，利率从 r_1 下降到 r_2. 利率的下降引起资本净流出从 CF_1 上升到 CF_2，这增加了美元的供给，使汇率从 e_1 下降为 e_2.

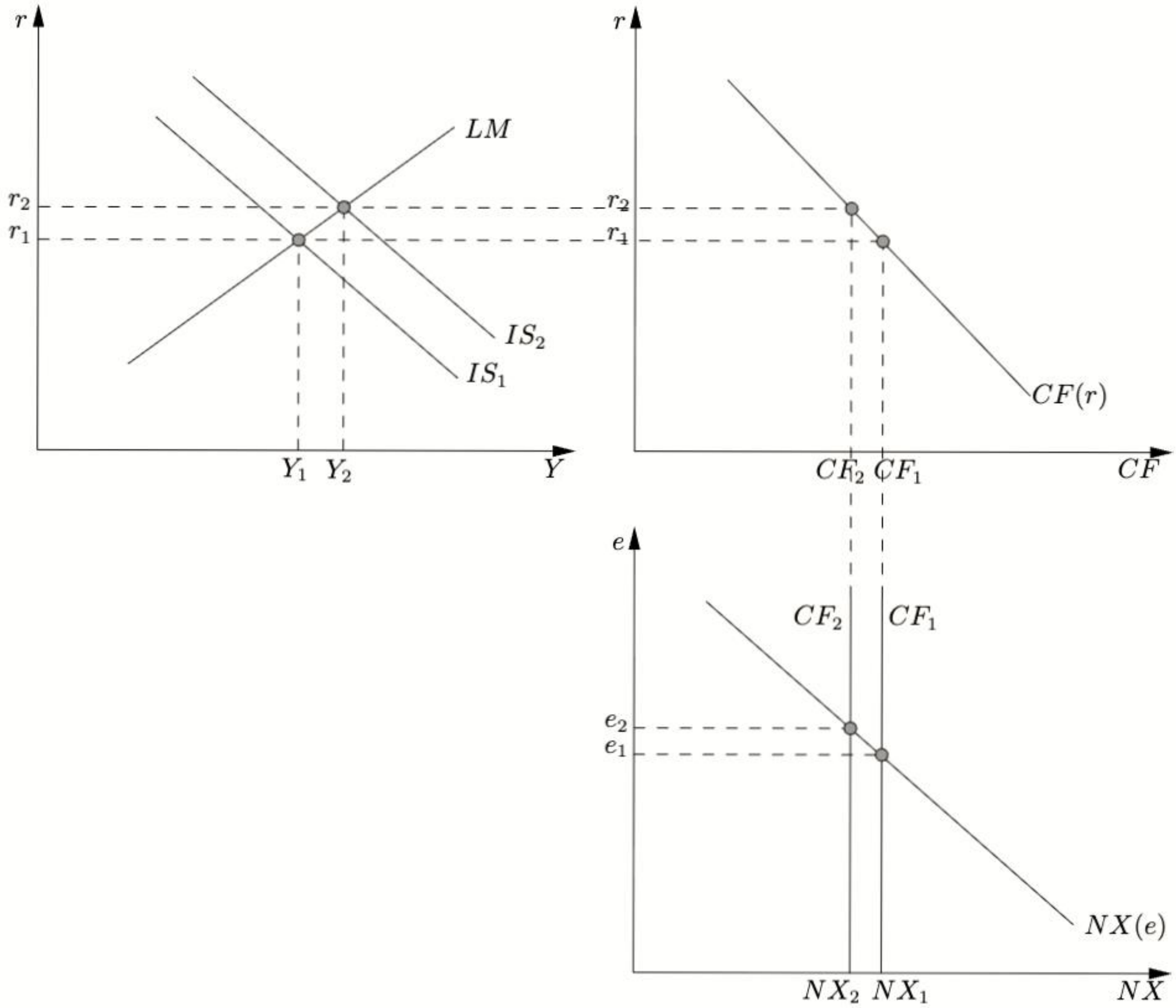


Figure 11.35: 大型开放经济中的财政扩张

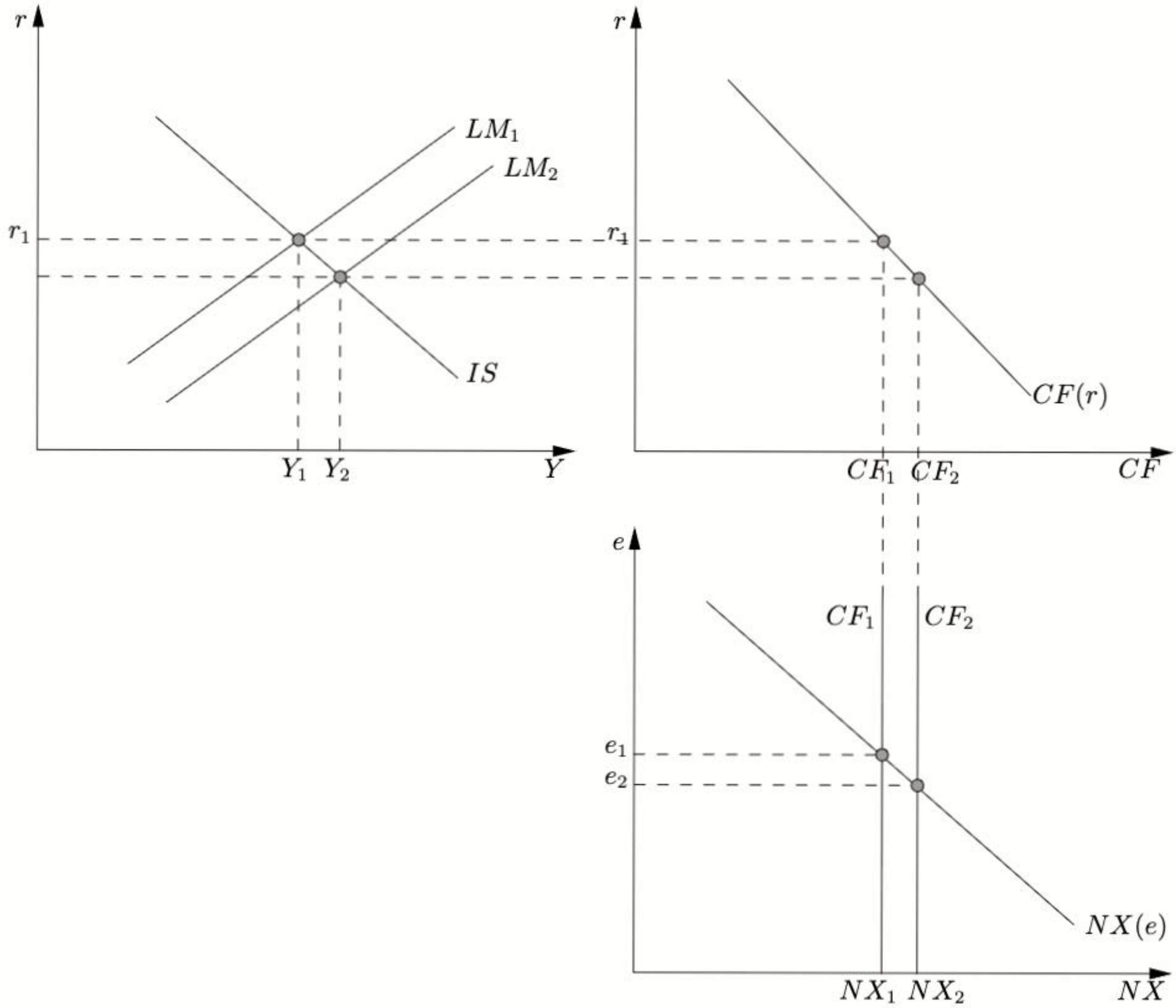


Figure 11.36: 大型开放经济中的货币扩张

第五节 总供给与通货膨胀和失业之间的短期权衡

一、总供给的基本理论

某种**市场不完美性**导致短期总供给曲线**向右上方倾斜**而不是垂直的. 结果，总需求曲线的移动能够引起经济的产出波动，**产出能够偏离其自然水平**. 产出的这些波动代表了经济周期的大部分**繁荣与萧条**.

考察两个不同的总供给模型，二者所采取的理论路线不同，但终点都为**短期总供给方程**

$$Y=\overline{Y}+\alpha(P-EP),\quad \alpha>0 \tag{11.5.1}$$

其中，Y 为经济的产出；$\overline{Y}$ 为自然产出水平；P 为价格水平；EP 为预期的价格水平.

这个方程是说，只要**价格水平偏离预期的价格水平**，**产出就会偏离其自然水平**. 参数 α 表明产出对未预期到的价格水平变动做出的**反应**有多大，$\dfrac{1}{\alpha}$ 是总供给曲线的斜率.

（一）粘性价格模型

粘性价格模型强调企业不能针对需求变动即刻调整它们索取的价格.

考虑一个典型企业所面临的定价决策，其合意价格 p 取决于两个宏观经济变量：**价格总体水平** P（企业对**实际价格** $\dfrac{p}{P}$ 进行定价）和**国民收入水平** Y（与对企业产品的需求正相关）.

现在假设有两种类型的企业：**弹性价格**的企业的合意价格

$$p=P+a(Y-\overline{Y}),\quad \alpha>0 \tag{11.5.2}$$

其中，参数 a 衡量企业的合意价格对国民收入的反应有多大；**黏性价格**的企业的合意价格

$$p=EP+a(EY-E\overline{Y}) \tag{11.5.3}$$

为了简化起见，假设这些企业预期产出处于其自然水平，即最后一项 $a(EY-E\overline{Y})=0$

$$p=EP \tag{11.5.4}$$

也就是说，**具有黏性价格的企业根据自己对其他企业收取价格的预期设定自己的价格**.

如果 s 是具有粘性价格的企业所占的比例，$1-s$ 是具有弹性价格的企业所占的比例，那么价格水平

$$P=sEP+(1-s)[P+a(Y-\overline{Y})] \tag{11.5.5}$$

由上式可以解出价格水平

$$P=EP+\left[\frac{(1-s)a}{s}\right](Y-\overline{Y}) \tag{11.5.6}$$

上式表明，价格水平取决于预期的价格水平和产出. 经过代数整理，总定价方程

$$Y=\overline{Y}=\alpha(P-EP) \tag{11.5.7}$$

其中，$\alpha=\dfrac{s}{(1-s)a}$. 该模型表明，**产出对自然水平的偏离与价格水平对预期价格水平的偏离呈正相关**.

（二）不完美信息模型

与粘性价格模型不同，**不完美信息模型**假设市场出清，即所有价格都自由调整，以平衡供给和需求. 在这一模型中，短期与长期总供给曲线的不同是因为**对价格暂时的错误认知**.

不完美信息模型假设经济中的**每个供给者只生产一种产品和消费许多产品**.

由于产品种类如此之多，供给者无法总是观察到所有价格，他们密切监控**他们所生产的产品的价格**，但对**他们消费的所有产品的价格**的监控就没那么密切了. 由于信息不完美，他们有时**混淆了价格水平的变动与相对价格的变动**. 这种混淆影响了供给多少的决策，导致价格水平与产出之间在短期存在正相关关系.

当**价格水平发生了未预期到的上升**时，经济中所有供给者都观察到了自己所生产的产品价格的上升. 他们都理性但是却错误地推断：**他们生产的产品的相对价格上升了**，因而更努力地工作和生产得更多.

概括而言，不完美信息模型说明，**当价格超过预期价格时，供给者提高他们的产出**

$$Y = \overline{Y} + \alpha(P - EP) \tag{11.5.8}$$

当现实价格水平偏离预期价格水平时，产出偏离其自然水平.

（三）启示

尽管这两个总供给模型在其假设和重点上不同（并不一定是相互排斥的），但是对产出的启示是相似的

$$Y = \overline{Y} + \alpha(P - EP) \tag{11.5.9}$$

经济开始时处于长期均衡，即 E_1 点. 当总需求出现**未预期到的增加**（例如未预期到的货币扩张）时，价格水平从 P_1 上升到 P_2. 由于**价格水平 P_2 高于预期的价格水平 EP_2**，随着经济沿着**短期**总供给曲线从 E_1 点移动到 E_2 点，**产出暂时增加到高于自然产出水平**. **在长期**，预期的价格水平上升到 EP_3，这导致短期总供给曲线向左移动. 经济回到新的长期均衡 E_3 点，在该点，**产出回到其自然产出水平**.

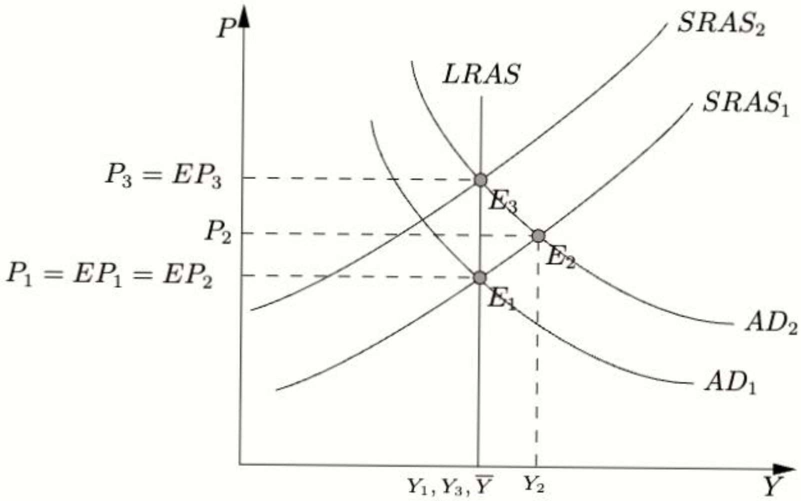


Figure 11.37: 总需求的移动如何导致短期波动

这一分析证明了一个重要原理，它对两个总供给模型都适用：长期的**货币中性**[6]与短期的**货币非中性**是相容的. 在这里，短期的非中性由从 E_1 点到 E_2 点的运动来代表，**产出随着价格水平的上升而上升**；长期的货币中性则由从 E_1 点到 E_3 点的运动来代表，**产出在价格水平上升时保持在自然产出水平**. 通过强调**价格水平预期的调整**把货币的短期和长期影响统一起来了.

[6] 货币供给增长仅导致价格水平同比例变化，不影响实际产出水平.

二、通货膨胀、失业和菲利普斯曲线

（一）菲利普斯曲线

现代形式的**菲利普斯曲线**表明，通货膨胀率取决于三种力量：**预期的通货膨胀率**；**失业对自然率的偏离，被称为周期性失业**；**供给冲击**. 这三种力量可以用下式表述：

$$\pi = E\pi - \beta(u - u^n) + v \tag{11.5.10}$$

$$\text{通货膨胀率} = \text{预期的通货膨胀率} - (\beta \times \text{周期性失业}) + \text{供给冲击} \tag{11.5.11}$$

其中，β 为衡量**通货膨胀率对周期性失业的敏感度**的参数. 总供给方程

$$P = EP + \left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y}) \tag{11.5.12}$$

在上式右边加上一项供给冲击 v，它代表**改变价格水平和使短期总供给曲线移动的外生事件**

$$P = EP + \left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y}) + v \tag{11.5.13}$$

为了从价格水平转向通货膨胀率，方程两边同时减去上一年价格水平 P_{-1}

$$(P - P_{-1}) = (EP - P_{-1}) + \left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y}) + v \tag{11.5.14}$$

其中，$P - P_{-1}$ 即通货膨胀率 π[7]，$EP - P_{-1}$ 即预期的通货膨胀率 $E\pi$

$$\pi = E\pi + \left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y}) + v \tag{11.5.15}$$

奥肯定律表明，产出对其自然水平的偏离和失业对其自然失业率的偏离负相关

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y}) = -\beta(u - u^n) \tag{11.5.16}$$

运用奥肯定律所说的这种关系，可以用 $-\beta(u - u^n)$ 来替换前面方程中的 $\left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y})$

$$\pi = E\pi - \beta(u - u^n) + v \tag{11.5.17}$$

（二）对模型的补充

适应性预期与通货膨胀惯性

适应性预期假设，人们根据最近观察到的通货膨胀来形成他们的通货膨胀预期

$$E\pi = \pi_{-1} \tag{11.5.18}$$

在这种情况下，菲利普斯曲线

$$\pi = \pi_{-1} - \beta(u - u^n) + v \tag{11.5.19}$$

这种形式的菲利普斯曲线的第一项意味着**通货膨胀有惯性**.

通货膨胀上升与下降的两个原因

考察如下形式的菲利普斯曲线

$$\pi = E\pi + \frac{1}{\alpha}(Y - \overline{Y}) + v \tag{11.5.20}$$

其中，$\frac{1}{\alpha}(Y - \overline{Y})$ 表示高需求向上拉动了通货膨胀率（反之，高失业率向下拉动了通货膨胀率），称为**需求拉动型通货膨胀**；v 表示不利的供给冲击引起通货膨胀上升，称为**成本推动型通货膨胀**.

[7]这里取 $P = \ln P, P_{-1} = \ln P_{-1}$，因此 $P - P_{-1} = \ln P - \ln P_{-1} = \ln \dfrac{P}{P_{-1}} = \ln(1 + \pi) \approx \pi$.

通货膨胀与失业之间的短期权衡

考察如下形式的菲利普斯曲线

$$\pi - E\pi = -\beta(u - u^n) + v \tag{11.5.21}$$

首先，**在短期，通货膨胀与失业之间负相关**. 在任何时点，控制着总需求的政策制定者可以在这条短期菲利普斯曲线上选择一个通货膨胀与失业的组合. 其次，通货膨胀与失业之间的**短期权衡取决于预期的通货膨胀**. 当预期通货膨胀更高时，该曲线也更高.

在长期，古典二分法成立，**失业回到其自然水平，通货膨胀与失业之间不存在权衡**.

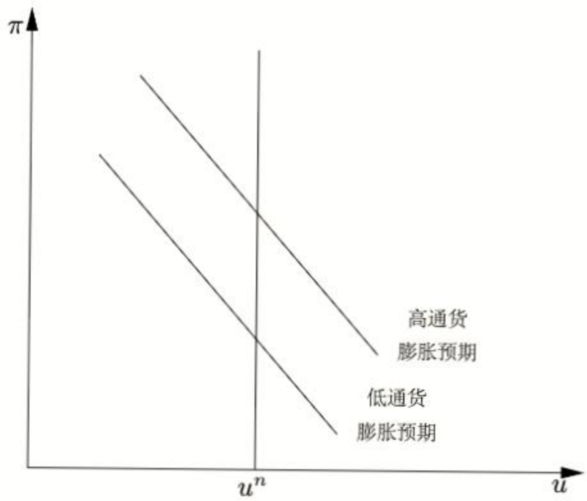


Figure 11.38: 短期权衡的移动

反通货膨胀与牺牲率

考察如下形式的菲利普斯曲线

$$\pi = E\pi + \left(\frac{1}{\alpha}\right)(Y - \overline{Y}) + v \tag{11.5.22}$$

牺牲率是为了使通货膨胀率降低一个百分点而必须放弃的一年实际 GDP 的百分比. 尽管牺牲率的估计值差别很大，但**典型的估计值大约为** 5%：要降低通货膨胀率 1 个百分点，就必须牺牲一年 GDP 的 5%.

理性预期与无痛苦反通货膨胀的可能性

由于通货膨胀预期影响通货膨胀与失业之间的短期权衡，理解**人们如何形成预期**就显得至关重要. 前文假设了**适应性预期**. 另一种可供选择的方法是假设人们有**理性预期**：**人们可以最优地利用所有可获得的信息（包括关于政府政策的信息）来预测未来**. 如果政策制定者可信地承诺降低通货膨胀，理性人就会理解这一承诺，迅速降低他们的通货膨胀预期. 然后，通货膨胀就会下降，而不会引起失业的增加和产出的下降. 根据理性预期理论，传统的牺牲率估计值对评估不同政策的影响是没用的. 在一种可信任的政策之下，降低通货膨胀的成本可能比牺牲率估计值所暗示的低得多.

在最极端的情况下，政策制定者可以降低通货膨胀率而根本不引起任何衰退. 无痛苦的反通货膨胀有两个要求. **第一，降低通货膨胀的计划必须在设定工资与价格的工人和企业形成他们的预期之前公告. 第二，工人和企业必须相信这种公告，否则他们的通货膨胀预期就不会下降.** 如果这两个要求都得到满足，这种公告就将迅速使通货膨胀与失业之间的短期权衡向下移动，允许在不提高失业的情况下降低通货膨胀率.

滞后作用和对自然率假说的挑战

自然率假说：总需求的波动仅仅在短期影响产出与就业；在长期，经济回到古典模型所描述的产出、就业和失业水平. 它使宏观经济学家可以分别研究经济的短期和长期发展，是古典二分法的一种表达方式.

滞后作用就是用来描述历史对自然率的长期持续影响的术语. 指经济中存在若干机制，经由这些机制，**衰退可能通过改变自然失业率而给经济留下永久的伤害**.

例 11.5.1(2023-央财 801)

假定一个经济的短期生产函数是 $Y = 14N - 0.04N^2$，劳动需求函数为 $N_d = 175 - 12.5\left(\dfrac{W}{P}\right)$，求：

(1) 如果劳动供给函数是 $N_s = 70 + 5W$，当价格总水平 $P = 1$ 和 $P = 1.25$ 时，劳动市场均衡条件下就业量和总产量分别是多少？

(2) 画出这个经济中的总供给曲线的形状.

解答. **(1)** 当价格总水平 $P = 1$ 时，劳动市场均衡条件

$$\begin{cases} N_d = 175 - 12.5W \\ N_s = 70 + 5W \\ N_d = N_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W = 6 \\ N = 100 \end{cases}$$

总产量 $Y = 14N - 0.04N^2 = 1000$.

当价格总水平 $P = 1.25$ 时，劳动市场均衡条件

$$\begin{cases} N_d = 175 - 10W \\ N_s = 70 + 5W \\ N_d = N_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W = 7 \\ N = 105 \end{cases}$$

总产量 $Y = 14N - 0.04N^2 = 1029$.

(2) 劳动市场均衡条件

$$\begin{cases} N_d = 175 - 12.5\left(\dfrac{W}{P}\right) \\ N_s = 70 + 5W \\ N_d = N_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} W = \dfrac{105P}{5P + 12.5} \\ N = 70 + \dfrac{105P}{P + 2.5} \end{cases}$$

总供给函数 $Y = 14N - 0.04N^2 = 784 + \dfrac{441}{1 + \dfrac{6.25}{P^2 + 5P}}$（画图略）. ■

第十二章　宏观经济理论和政策专题

第一节　关于稳定化政策的不同观点

一、积极还是消极

宏观经济政策分析是美联储、经济顾问委员会、国会预算办公室和其他政府机构的一项经常性工作. 由于**货币政策和财政政策**能够对**总需求**从而对**通货膨胀和失业**产生有力的影响，因此当国会考虑财政政策的变动时或者当美联储考虑货币政策的变动时，讨论的首要议题是**总需求是需要刺激还是需要抑制**.

（一）支持积极的政府政策的论据

总需求与总供给模型说明了**对经济的冲击如何能够引起衰退**，以及**货币政策和财政政策如何能够对这些冲击**做出反应和防止或至少减轻衰退. 这些经济学家认为，**不用这些政策工具去稳定经济是一种浪费**.

（二）支持消极的政府政策的论据

政策实施和效应的时滞

如果政策的效应是**即时**的，经济稳定应该是轻而易举的. 然而，经济政策制定者面临较长**时滞**的问题. 时滞的长度难以预测. 这些**长且变动**的时滞使实施货币政策与财政政策变得复杂了.

$$\text{经济受到冲击} \xrightarrow{\text{内在时滞}} \text{政策行动} \xrightarrow{\text{外在时滞}} \text{政策影响到经济} \tag{12.1.1}$$

> **定义 12.1.1.(内在时滞)** 经济冲击与应对该冲击的政策行动之间的时间.

这种时滞的产生是因为政策制定者**认识到冲击已经发生和实施适当的政策**都需要时间.

长的内在时滞是运用**财政政策**稳定经济的核心问题. 缓慢而烦琐的立法过程引起了延误，这使财政政策成为一种**不精确的经济稳定工具**. 在执政党可以更迅速地实施政策变动的议会制国家，内在时滞更短.

> **定义 12.1.2.(外在时滞)** 政策行动与其对经济产生影响之间的时间.

这种时滞的产生是因为政策并不能**立即**影响支出、收入和就业.

货币政策的**内在时滞比财政政策更短**，因为中央银行可以在短时间内决定并实施政策变动，但货币政策的**外在时滞更长**. 货币政策通过**改变货币供给和利率**起作用，货币供给和利率的变动又影响**投资和总需求**. 由于许多企业提前做出投资计划，因此货币政策的变动被认为要在**实施 6 个月后**才会影响经济活动.

消极政策的支持者认为，**由于这些时滞，成功的稳定化政策几乎是不可能的**. 假定在政策行动开始和它对经济产生影响之间经济状况改变了，积极政策的结果可能是**在经济过热时刺激了经济**，或者**在经济冷却时抑制了经济**，稳定经济的努力可能会破坏稳定. **积极政策的支持者**承认这些时滞的确要求政策制定者审慎行事，但是这些时滞**并不意味着政策应该是完全消极的**，特别是在面临**较严重而持久的经济低迷**时.

> **定义 12.1.3.(自动稳定器)** 不用采取任何有意的政策变动就可以在必要时刺激或抑制经济的政策.

例如，**所得税制**在经济进入衰退时自动减少了税收：不用对税法做出任何变动，当个人和企业的收入减少时，他们交纳的税也少了. 类似地，当经济进入衰退时，因为更多的人申请津贴，**失业保障和福利制度**自动增加了转移支付. 可以把这些自动稳定器看作一种**没有任何时滞的财政政策**.

棘手的经济预测工作

由于政策只有在长久的时滞之后才影响经济，**成功的稳定化政策要求有准确预测未来经济状况的能力**. 如果不能预测 6 个月或 1 年之后经济将是繁荣还是衰退，就不能评价货币政策与财政政策现在应该试图扩大还是紧缩总需求. 遗憾的是，**经济发展常常是无法预测的**.

无知、预期和卢卡斯批判

在卢卡斯关于宏观经济政策制定的著作中，他强调经济学家需要更多地注意**人们如何形成对未来的预期这一问题**. 预期在经济中起着至关重要的作用，因为**预期影响着各种经济行为**.

预期取决于许多因素，但是卢卡斯认为其中一个因素非常重要：**政府所实行的经济政策**. 当政策制定者估计任何一种政策变动的影响时，他们需要知道人们的预期会如何对政策变动做出反应. **卢卡斯认为，传统的政策评估方法——例如依靠标准宏观计量经济模型的方法——没有充分考虑到政策对预期的这种影响**.

卢卡斯批判给了我们两个启示. 狭义的启示是：评价不同政策的经济学家需要考虑政策如何影响预期，从而影响行为. 广义的启示是：政策评估是困难的，所以从事这项工作的经济学家应该表现出**必要的谦虚**.

二、按规则实施还是斟酌处置

经济学家之间争论的第二个主题是：经济政策应该根据规则实施还是斟酌处置？如果政策制定者**提前公告政策如何对各种情况做出反应并承诺始终遵循其公告**，那么政策就是**按规则实施**的. 如果政策制定者**在事件发生时自由地评估并选择他们当时认为合适的政策**，那么政策就是**斟酌处置**的.

（一）对政策制定者和政治过程的不信任

一些经济学家相信，经济政策十分重要，**不能让政策制定者斟酌处置**. 如果政治家是**无能的或机会主义的**，那么就不想给他们运用强有力的货币政策与财政政策工具的斟酌处置权.

经济政策中的无能产生于几个原因. 一些经济学家认为政治过程是反复无常的，这也许是因为它反映了**特殊利益集团的力量变化**. 此外，宏观经济学是复杂的，政治家往往**没有足够的宏观经济学知识**来做出有根据的判断. 这种无知使得平庸之辈有机会提出**错误的但表面看来有吸引力的**解决复杂问题的办法.

当政策制定者的目标与公众福利发生冲突时，经济政策中的**机会主义**就产生了. 一些经济学家担心，政治家用宏观经济政策来帮助他们竞选. 为选举利益而操纵经济被称为**政治性经济周期**.

对政治过程的不信任导致一些经济学家提倡**把经济政策放在政治领域之外**.

（二）斟酌处置政策的时间不一致性

假设可以信任政策制定者，斟酌处置政策是灵活的，似乎优于固定政策规则.

然而，固定政策规则优于斟酌处置政策的一个论据是政策的**时间不一致性**问题：在某些情况下，政策制定者可能愿意提前公告他们将遵循的政策，以影响私人决策者的预期. 但是在私人决策者根据他们的预期行事之后，这些政策制定者可能会**受到某种诱惑而违背自己的公告**.

了解到政策制定者随着时间的推移可能会不一致，私人决策者就**不会相信政策公告**. 在这种情况下，为了使他们的公告可信，政策制定者可能想**承诺遵循一个政策规则**.

意外地，有时政策制定者可以**通过放弃斟酌处置权更好地达到其目标**.

（三）货币政策规则

第一种政策规则是**缓慢和稳定的货币供给增长**. **货币主义者**相信，**货币供给的波动要对经济中大多数大波动负责**. 他们认为，缓慢和稳定的货币供给增长会产生**稳定的产出、就业与价格**.

第二种政策规则是**名义 GDP 目标制**. 根据这种规则，**美联储宣布一个名义 GDP 的计划路径**. 如果名义 GDP 上升到这个目标之上，美联储就调整货币政策以抑制总需求；反之刺激总需求.

第三种政策规则是**通货膨胀目标制**. 根据这种规则，**美联储将宣布通货膨胀率目标（通常是低的）**，然后在现实通货膨胀率偏离目标时调整货币供给.

三、时间不一致性和通货膨胀与失业之间的权衡

考察**时间不一致性**的论据. 假定菲利普斯曲线描述了通货膨胀与失业之间的关系. 用 u 代表失业率，u^n 代表自然失业率，π 代表通货膨胀率，$E\pi$ 代表预期通货膨胀率，**失业**由下式决定：

$$u = u^n - \alpha(\pi - E\pi) \tag{12.1.2}$$

其中，参数 α 决定了**失业对出乎预期的通货膨胀做出多大的反应**.

假定**中央银行选择通货膨胀率**，其想要**低失业与低通货膨胀率**，**失业与通货膨胀的成本**（**损失函数**）

$$L(u,\pi) = u + \gamma\pi^2 \tag{12.1.3}$$

其中，参数 γ 为**相对于失业而言中央银行对通货膨胀的厌恶程度**. 中央银行的目标是**最小化损失**.

（一）按规则实施

规则要求**中央银行将通货膨胀固定在某一特定水平**. 只要私人主体知道中央银行承诺该规则，**预期的通货膨胀水平就将是中央银行所承诺的水平**. 由于预期的通货膨胀率等于现实的通货膨胀率（$E\pi = \pi$），所以失业率将处于其自然水平（$u = u^n$）. 最优规则要求中央银行规定**零通货膨胀**.

（二）斟酌处置

在斟酌处置情况下，经济运行方式如下：私人主体形成其通货膨胀预期 $E\pi$；中央银行选择现实的通货膨胀水平 π；失业由预期与现实通货膨胀决定. 中央银行在菲利普斯曲线施加的约束下，最小化它的损失

$$\min \quad L(u,\pi) = u^n - \alpha(\pi - E\pi) + \gamma\pi^2 \tag{12.1.4}$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\pi} = -\alpha + 2\gamma\pi = 0 \Rightarrow \pi = \frac{\alpha}{2\gamma} \tag{12.1.5}$$

二阶条件

$$\frac{\mathrm{d}^2 L}{\mathrm{d}\pi^2} = 2\gamma > 0 \tag{12.1.6}$$

无论私人主体预期的通货膨胀水平是多少，这都是中央银行选择的最优通货膨胀水平. 理性的私人主体了解中央银行的目标与菲利普斯曲线施加的约束. 因此，他们预期中央银行将选择这一通货膨胀水平. 预期的通货膨胀率等于现实的通货膨胀率（$E\pi = \pi = \dfrac{\alpha}{2\gamma}$），失业率等于其自然水平（$u = u^n$）.

（三）时间不一致性

中央银行通过对规则做出承诺得到了一个更好的结果，这是因为，中央银行在与那些有理性预期的私人决策者进行博弈：除非中央银行承诺零通货膨胀的规则，否则它就**不能使私人主体预期零通货膨胀**.

假定中央银行只是公告它将**遵循零通货膨胀的政策**，这一公告是不可信的. 在私人主体形成通货膨胀预期之后，为了降低失业，**中央银行有违背其公告的激励**. 这是因为，无论 $E\pi$ 为多少，中央银行的最优政策都是将通货膨胀设定为 $\pi = \dfrac{\alpha}{2\gamma}$. **私人主体了解中央银行违背公告的激励，从而一开始就不相信公告**.

这个货币政策理论有一个重要的推论：如果中央银行对通货膨胀的厌恶远远大于它对失业的厌恶（从而 γ 非常大），那么**斟酌处置下的通货膨胀接近零**，因为中央银行几乎没有制造通货膨胀的激励.

例 12.1.1(2013-央财 801)

经济中的通胀和产出的关系为：$y = \overline{y} + b(\pi - \pi^e)$，这里 $\overline{y}$ 为潜在产出水平，y 为真实产出水平，π^e 为经济主体对通货膨胀的预期，π 为真实通胀率，b 为大于 0 的常数. 已知中央银行的成本损失函数为 $L(y,\pi) = (y - y^*)^2 + a(\pi - \pi^*)$，其中 $y^* > \overline{y}, a > 0$，$\pi^* > 0$ 为最优通胀率. 那么，

(1) 如果中央银行宣布将实行某一确定的通货膨胀率，且中央银行必须遵守承诺，从中央银行最优化的角度出发，最优通胀率和产出水平分别是多少?

(2) 如果中央银行宣布将实行某一确定的通货膨胀率，且经济主体都相信中央银行的政策，但中央银行可以不遵守其承诺，即中央银行可以相机抉择. 从中央银行最优化的角度出发，其宣布的通胀率和实现的通胀率分别是多少?

(3) 如果中央银行首次宣布以最优通货膨胀率 π^* 为目标，但中央银行可以相机抉择，请问经济主体是否会相信这一政策?

(4) 如果经济主体了解中央银行的成本损失函数，且中央银行可以相机抉择，求经济中均衡的通货膨胀率和产出水平.

(5) 比较第 (4) 和第 (1) 小题，中央银行相机抉择与按规则制定政策的成本孰大孰小? 简单说明其经济学直觉.

解答. **(1)** 如果中央银行宣布将实行某一确定的通货膨胀率 π_0，且中央银行必须遵守承诺，那么

$$\pi^e = \pi = \pi_0$$

将上式代入经济中通胀和产出的关系

$$y = \overline{y} + b(\pi - \pi^e) = \overline{y}$$

再将上式代入中央银行的成本损失函数

$$L(y, \pi) = (y - y^*)^2 + a(\pi - \pi^*) = (\overline{y} - y^*)^2 + a(\pi - \pi^*)$$

由于预期的通货膨胀率等于现实的通货膨胀率，所以产出将处于其潜在水平，从而

$$\pi = \pi^e = \pi_0 = \pi^*$$

(2) 如果中央银行宣布将实行某一确定的通货膨胀率 π_0，且经济主体都相信中央银行的政策，那么

$$\pi^e = \pi_0$$

将上式代入经济中通胀和产出的关系

$$y = \overline{y} + b(\pi - \pi^e) = \overline{y} + b(\pi - \pi_0)$$

再将上式代入中央银行的成本损失函数

$$L(y, \pi) = (y - y^*)^2 + a(\pi - \pi^*) = [\overline{y} + b(\pi - \pi_0) - y^*]^2 + a(\pi - \pi^*)$$

一阶条件

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_0} = -2b[\overline{y} + b(\pi - \pi_0) - y^*] = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \pi} = 2b[\overline{y} + b(\pi - \pi_0) - y^*] + 2a(\pi - \pi^*) = 0$$

解得：中央银行宣布的通胀率 $\pi_0 = \pi^* - \dfrac{y^* - \overline{y}}{b}$，中央银行实现的通胀率 $\pi = \pi^*$.

(3) 经济主体不会相信这一政策，因为中央银行可以相机抉择，不遵守其承诺而选择最优通胀率.

(4) 中央银行可以相机抉择，损失最小化问题

$$\min \quad L(y, \pi) = [\overline{y} + b(\pi - \pi^e) - y^*]^2 + a(\pi - \pi^*)$$

一阶条件

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\pi} = 2b[\overline{y} + b(\pi - \pi^e) - y^*] + 2a(\pi - \pi^*) = 0 \Rightarrow \pi = \frac{b^2\pi^e + a\pi^* + b(y^* - \overline{y})}{b^2 + a}$$

由于经济主体了解中央银行的成本损失函数，解得

$$\pi^e = \pi = \pi^* + \frac{b}{a}(y^* - \overline{y})$$

将上式代入经济中通胀和产出的关系

$$y = \overline{y} + b(\pi - \pi^e) = \overline{y}$$

(5) (1) 中的损失成本为 $L = (\overline{y} - y^*)^2$，(4) 中的损失成本为 $L = \left(1 + \dfrac{b^2}{a}\right)(\overline{y} - y^*)^2$.

经济直觉：中央银行相机抉择的成本大于按规则制定政策的成本. 二者的产出都处于其潜在水平，但相机抉择比按规则制定政策产生更高的通胀. ■

第二节 政府债务和预算赤字

一、政府债务

（一）政府债务的规模

设 B 为政府的实际债务存量，D 为政府的名义债务存量，T, G 为政府的实际税收和实际购买支出

$$\Delta D = P \times G + i \times P \times B - P \times T \tag{12.2.1}$$

其中，名义总支出为政府购买加偿还利息 $P \times G + i \times P \times B$，名义总收入为 $P \times T$.

评价政府债务规模的一种方法是把它**与其他国家的债务进行比较**，使用**债务占本国 GDP 的百分比**.

政府债务增加的主要原因是**战争**. 债务—GDP 之比**在主要军事冲突期间急剧上升，在和平时期缓慢下降**. 为了保持税率稳定和将部分税收负担从当代人转移到子孙后代身上，战争的赤字融资看来是最优的.

政府债务增加的另一个主要原因是**深度经济低迷及其后的时期**，如 20 世纪 30 年代的大萧条和 2008—2009 年大衰退. 由于在那些时期里失业率高，所以这些债务的增加被认为是合理的. **要减缓债务的上升将要求增加税收或削减政府支出，无论哪一个都会抑制总需求和进一步增加失业**.

（二）政府债务的衡量

政府预算赤字等于**政府支出减去政府收入**，它是政府为其运转而融资所需要发行的新债务量. 关于财政政策的争论有时就是产生于应该**如何衡量预算赤字**. 讨论通常的预算赤字衡量指标存在的四个问题.

问题 1：通货膨胀

衡量问题中争议最少的一个涉及通货膨胀. 一般所衡量的预算赤字（名义债务变动量）并没有对通货膨胀进行校正. 所衡量的赤字应该等于**政府实际债务的变动**，而不是其名义债务的变动.

假定实际政府债务不变（换言之，以实际值衡量预算是平衡的）

$$\frac{\Delta B}{B} = 0 \tag{12.2.2}$$

在这种情况下，名义债务必定按通货膨胀率增加

$$B = \frac{D}{P} \Rightarrow \frac{\Delta D}{D} - \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta B}{B} \Rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \pi \tag{12.2.3}$$

因此，所报告的预算赤字被高估了 $\Delta D = \pi D$.

问题 2：资本资产

许多经济学家相信，准确评估政府的预算赤字要求**既考虑政府的负债又考虑其资产**. 一种既考虑负债又考虑资产的预算程序被称为**资本预算**，因为它考虑到了资本的变动

$$\Delta D - P \times \Delta A \tag{12.2.4}$$

问题 3：未计算的负债

一些经济学家认为，所衡量的预算赤字具有误导性，因为它**没有包括一些重要的政府负债**. 例如：政府工作人员的养老金和积累的未来社会保障津贴. 本质上，二者都是**人们向政府提供的贷款**，是**政府的负债**.

问题 4：经济周期

政府预算赤字中的许多变动是作为**对经济活动波动的反应**而自发地产生的，这些变动使得用赤字来监控财政政策的变动变得更为困难.

为了解决这个问题，政府基于对经济在其产出和就业的自然水平运行时政府支出与税收收入的估算计算了一种**周期调整性预算赤字**，其反映了关于财政政策的决策而不是经济周期的当前阶段.

二、政府债务观点

(一) 传统的政府债务观点

> 亲爱的国会预算办公室经济学家：
>
> 国会将考虑总统提出的将所有税收削减 20% 的要求. 在决定是否批准这项要求之前，我的委员会希望看到你的分析. 我们看不到任何降低政府支出的希望，因此，减税就意味着预算赤字的增加. 减税和预算赤字将如何影响国家的经济和经济福利呢?
>
> 你真诚的委员会主席

为了分析这一政策变动的**长期影响**，求助于第 3—10 章的模型. 第 3 章的模型表明，减税刺激了消费者支出和减少了国民储蓄. 储蓄的减少提高了利率，这挤出了投资. 第 8 章介绍的索洛增长模型说明，更低的投资最终会导致更低的稳态资本存量和更低的产出水平. 由于在第 10 章中得出的结论是：美国经济的资本小于黄金律稳态（最大化消费的稳态），所以，稳态资本的减少意味着消费的减少和经济福利的下降.

为了分析这一政策变动的**短期影响**，求助于第 12 章和第 13 章的 IS—LM 模型. 该模型表明，减税导致消费者支出增加，这体现在 IS 曲线的扩张性移动中. 如果货币政策没有变动，IS 曲线的移动就会引起总需求曲线的扩张性移动. 在短期，当价格有黏性时，总需求的扩张导致更高的产出和更低的失业. 随着时间的推移，由于价格的调整，经济又回到自然产出水平，更高的总需求导致了更高的价格水平.

为了了解**国际贸易**如何影响分析，求助于第 6 章和第 14 章的开放经济模型. 第 6 章的模型说明，当国民储蓄下降时，人们开始通过从国外借贷来为投资融资，导致贸易赤字. 尽管从国外流入的资本减轻了财政政策变动对美国资本积累的影响，但美国欠了外国的债务. 财政政策的变动还导致了美元升值，这使外国产品在美国变得更为便宜，而国内产品在国外变得更为昂贵. 第 14 章的蒙代尔—弗莱明模型说明，美元的升值和所引起的净出口的下降减少了财政政策变动对产出和就业的短期扩张性影响.

(二) 李嘉图学派的政府债务观点

传统的政府债务观点假设，**当政府减税和实施预算赤字时，消费者对他们税后收入增加的反应是花费更多**. 另一种被称为**李嘉图等价**的观点对这一假设提出了质疑. 根据李嘉图学派的观点，**消费者具有前瞻性**，因此他们的支出决策**不仅基于其现期收入，而且基于其预期的未来收入**. 具有前瞻性的消费者是许多现代消费理论的中心. 李嘉图学派的政府债务观点运用具有前瞻性的消费者的逻辑来分析财政政策.

具有前瞻性的消费者知道，**政府今天借债意味着未来更高的税收**. 用政府债务融资的减税并没有减少税收负担，它仅仅是重新安排税收的时间. 因此，**它不应该鼓励消费者花费更多**.

普遍的原理是**政府债务等价于未来税收**，如果消费者具有足够的前瞻性，未来税收等价于现期税收. 因此，**用借债为政府融资等价于用税收融资**. 这种观点被称为**李嘉图等价**.

李嘉图等价的启示是：用债务融资的减税并不会影响消费. **家庭把额外的可支配收入储蓄起来，以支付减税所蕴含的未来税收责任**. 这种私人储蓄的增加正好抵消了公共储蓄的减少，国民储蓄保持不变.

传统政府债务观点与李嘉图学派观点的分歧如下:

1. 目光短浅

(1) 李嘉图学派财政政策观点的支持者假设人们在决定多少收入用于消费和多少收入用于储蓄时是**理性的**. 当政府借贷以支付现期支出时，理性的消费者前瞻到支持这一债务所需要的未来税收. 因此，李嘉图学派的观点假定人们**具有充足的知识和远见**.

(2) 传统减税观点的一个论据是人们**目光短浅**，这也许是因为他们没有充分理解政府预算赤字的启示. 一些人在选择储蓄多少时可能遵循**简单而并非完全理性的**概算规则.

2. 借款约束

(1) 李嘉图学派的政府债务观点假设消费者的支出**不是基于现期收入，而是基于其一生收入**. 根据李嘉图学派的观点，**用债务融资的减税增加了现期收入，但并没有改变一生收入或消费**.

(2) 传统政府债务观点的支持者认为，**对那些面临紧的借款约束的消费者来说，现期收入比一生收入更重要**. 借款约束是对个人能从银行或其他金融机构借款数额的限制.

3. 子孙后代

(1) 传统政府债务观点的支持者认为，**消费者预期隐含的未来税收落在子孙后代身上而非他们身上**. 用债务融资的减税刺激了消费，因为它以下一代的损失为代价给当前一代提供消费的机会.

(2) 李嘉图学派的支持者巴罗认为合适的假设是**当前各代关心子孙后代**. **决策单位并不是生命有限的个人，而是无限延续的家庭**. 个人决定消费多少不仅根据自己的收入，而且根据未来家庭成员的收入. 用债务融资的减税可以增加个人在其一生中得到的收入，但**不会增加其家庭的总资源**.

(三) 关于政府债务的其他观点

平衡预算 vs. 最优财政政策

平衡预算要求政府不断调整财政政策以达成预算平衡；**最优财政政策**要求政府制定政策后不再根据预算是否平衡进行调整. 最优财政政策**有时可能要求预算赤字或盈余**，其原因有如下三个:

第一，**稳定化**: 预算赤字或盈余可以**帮助稳定经济**.

当经济陷入衰退时，税收自动下降，转移支付自动上升. 尽管这些自动的反应**有助于稳定经济**，但它们**推动了预算赤字的出现**. 严格的平衡预算规则将要求政府通过增加税收或减少支出来应对衰退，这将**抑制总需求和加深经济低迷**. 换句话说，严格的平衡预算规则将会**使税收和转移支付体系的自动稳定能力失效**.

第二，**税收平滑**: 预算赤字或盈余可以**用于降低税收体系引起的激励扭曲**.

高税率通过**抑制经济活动**给社会造成了损失. 由于对经济活动的这种抑制在税率很高时特别大，通过**保持税率稳定**而不是使税率某些年份高、某些年份低，税收的总社会成本最小化了. 经济学家把这一政策称为**税收平滑**. 为了保持税收平滑，在**收入不寻常地低或支出不寻常地高**的年份，赤字是必要的.

第三，**代际再分配**: 预算赤字可以被用于**把税收负担从当前一代转移到子孙后代**.

财政状况对货币政策的影响

政府为预算赤字融资的一种方法是**发行货币**，这是一种导致更高通货膨胀的政策. 当一国经历恶性通货膨胀时，典型的原因是财政政策制定者依靠通货膨胀税来支付他们的部分支出. **恶性通货膨胀的结束几乎总是与财政改革同时发生的**，这些财政改革包括大幅度削减政府支出从而减少对货币铸造税的需要.

一些经济学家还提出，**高的债务水平**也可能鼓励政府制造通货膨胀. 因为大部分政府债务是按名义值标明的，**当价格水平上升时，债务的实际价值下降**. 这就是由未预期到的通货膨胀所引起的通常的债权人与债务人之间的再分配：在这里债务人是政府，债权人是私人部门. 但这个债务人不同于其他债务人，它可以印发货币. **高的债务水平会鼓励政府发行货币，从而提高价格水平，降低其债务的实际价值**.

尽管有关于政府债务与货币政策之间可能存在某种联系的忧虑，但很少有证据表明这种联系在**大多数发达国家**是重要的. 因此，虽然有时候，例如经典的恶性通货膨胀时期，货币政策可能受到财政政策的驱动，但是**这种情况在现在大多数国家并不是常态**. 这有几个原因：**第一**，大多数政府可以**通过出售债券来为赤字融资**，而不需要依靠货币铸造税；**第二**，中央银行常常**有足够的独立性来抵制政治压力**；**第三**，大多数政策制定者都知道，**通货膨胀是一种糟糕的财政问题解决方案**.

债务与政治过程

财政政策并不是由仁慈的、无所不知的天使制定的，而是由**置身于不完美的政治过程的政府官员**制定的. 一些经济学家担心，通过发行债券为政府支出融资的可能性会使该政治过程更糟糕.

国际维度

政府债务可能影响一国在世界经济中的作用. **当政府预算赤字减少了国民储蓄时，它往往会导致贸易赤字，这又要通过从国外借贷来融资**. 许多观察家将美国从世界经济中的主要债权国向主要债务国的转变归咎于美国的财政政策. 预算赤字和贸易赤字之间的这种联系导致了政府债务的两种进一步的影响.

第一，高的政府债务水平可能**增加经济发生资本外逃的风险**，即世界金融市场上对一国资产需求的突然减少. 国际投资者认识到，政府总是可以简单地用拖欠来处理自己的债务. 政府债务水平越高，拖欠债务的诱惑也越大. 因此，**随着政府债务的增加，国际投资者可能会担心拖欠，从而减少货款数量**. 如果这种信心的丧失突然发生，结果就可能是资本外逃的典型症状：**通货价值的狂跌和利率的上升**.

第二，用从国外借贷为高水平的政府债务融资可能**降低一国在世界事务中的政治影响**. 弗里德曼暗示，如果美国继续实施巨额贸易赤字政策，那么，它最终会失去部分国际影响力.

第三节 消费和投资的微观基础

一、什么决定消费支出

（一）约翰·梅纳德·凯恩斯与消费函数

凯恩斯不是依靠统计分析，而是根据**内省和偶然的观察**做出了有关消费函数的猜测：

第一，**边际消费倾向**在 0 和 1 之间；

第二，**平均消费倾向**的消费与收入之比随收入的增加而下降；

第三，收入是消费的主要决定因素，而利率并不发挥重要作用.

为了用数学形式表达这些想法，凯恩斯主义消费函数被写为

$$C=\overline{C}+cY,\quad \overline{C}>0, 0<c<1 \tag{12.3.1}$$

其中，C 为消费；Y 为可支配收入；$\overline{C}$ 为常数；c 为边际消费倾向.

通过假设边际消费倾向 c 在 0 和 1 之间，该函数满足了凯恩斯猜测的第一个性质：更高的收入导致更高的消费和更高的储蓄. 它还满足了凯恩斯所猜测的第二个性质，因为它意味着平均消费倾向为

$$APC=\frac{C}{Y}=\frac{\overline{C}}{Y}+c \tag{12.3.2}$$

当 Y 增加时，$\dfrac{\overline{C}}{Y}$ 下降，从而平均消费倾向 $\dfrac{C}{Y}$ 下降. 最后，这个方程满足了凯恩斯所猜测的第三个性质，因为这个方程并没有把利率作为消费的决定因素.

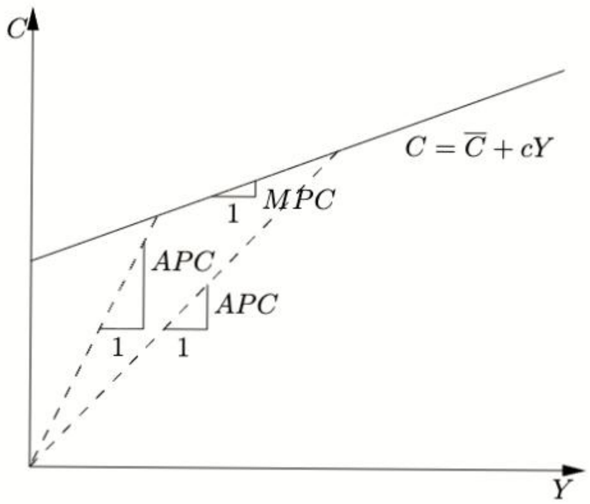


Figure 12.1: 凯恩斯消费函数

消费之谜

最早期的研究表明，凯恩斯消费函数对消费者行为提供了一个良好的描述. 但很快便出现了两种无法解释的异常现象，它们都与凯恩斯关于**平均消费倾向随收入增加而下降**的猜测有关.

第一，**长期停滞假说**：根据凯恩斯的消费函数，随着收入随时间的推移而增加，家庭收入中用于消费的比例将下降而**储蓄的比例将增加**. 经济学家担心可能**没有足够的有利可图的投资项目来吸收所有这些储蓄**，进而低消费将导致产品与服务的需求不足，一旦来自政府的战时需求停止，就会引起萧条. 换言之，根据凯恩斯消费函数，除非政府用财政政策扩大总需求，否则经济将经历**期限不定的长期萧条**，即**长期停滞**.

第二，库兹涅茨的发现：尽管在他所研究的时期中收入有大幅度增长，但**从一个十年到另一个十年**，消费与收入之比是非常稳定的. 再次地，凯恩斯关于平均消费倾向随收入增加而下降的猜测看来不成立.

长期停滞假说的失败和库兹涅茨的发现都表明，**平均消费倾向在长期是相当稳定的**. 这个事实产生了一个谜，它激发了很多后续的关于消费的研究. 证据表明，有两种消费函数：**对家庭数据和短期时间序列而言**，凯恩斯消费函数看起来在起作用；**但对长期时间序列而言**，消费函数看来有**不变的平均消费倾向**.

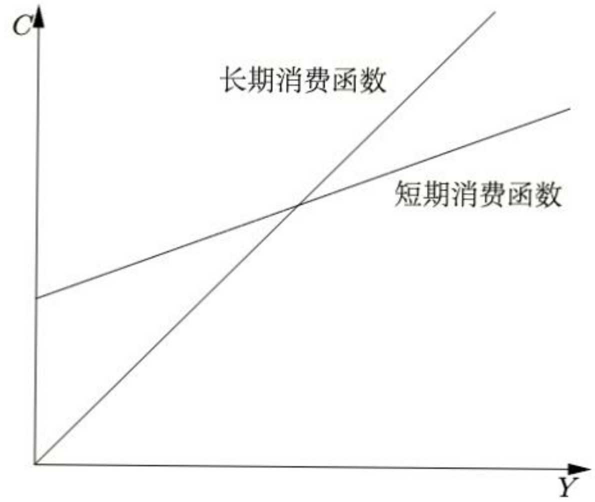


Figure 12.2: 消费之谜

在 20 世纪 50 年代，弗朗哥 · 莫迪利亚尼和米尔顿 · 弗里德曼各自提出了对这些看似矛盾的发现的解释. 莫迪利亚尼和弗里德曼以同一见解为起点：**如果人们偏好消费年年平滑而不是大幅波动，那么，他们应该是具有前瞻性的. 他们的支出应该不仅取决于现期收入还应该取决于他们预期未来收到的收入.**

但是，这两个经济学家从这一起点出发走向了不同的方向：

（二）弗朗哥 · 莫迪利亚尼与生命周期假说

莫迪利亚尼推断，如果消费者具有前瞻性，那么消费应该取决于一个人的一生收入. 但是，在人们的一生中收入是系统地变动的. **储蓄使消费者可以把收入从收入高的时期转移到收入低的时期**.

生命周期假说：人的一生中收入发生变动的一个重要原因是退休. 大多数人计划在大约 65 岁停止工作，**他们预期当他们退休时收入会下降，但他们并不想经历用消费来衡量的生活水平的大幅度下降.** 为了在退休后维持消费水平，人们必须在他们工作的年份储蓄.

假定一个消费者预期还要活 T 年，现有财富 W，预期在从现在到退休之间的 R 年每年赚到收入 Y. 该消费者一生的资源包括初始财富 W 和一生中赚到的收入 $R \times Y$[1]. 为了在一生中实现最平滑的消费路径，该消费者可以把他一生中的资源 $W + RY$ 分摊到他余下的 T 年中，每年消费

$$C = \frac{W + RY}{T} \tag{12.3.3}$$

可以把这个人的消费函数写为

$$C = \frac{1}{T}W + \frac{R}{T}Y \tag{12.3.4}$$

上式表明，消费既取决于收入，又取决于财富.

[1] 这里假设利率为零；如果利率大于零，则还需要考虑储蓄所收到的利息.

如果每个人都像这样计划消费，那么总消费函数就和个体消费函数几乎相同：

$$C = \alpha W + \beta Y \tag{12.3.5}$$

其中，参数 α 为财富的边际消费倾向；参数 β 为收入的边际消费倾向.

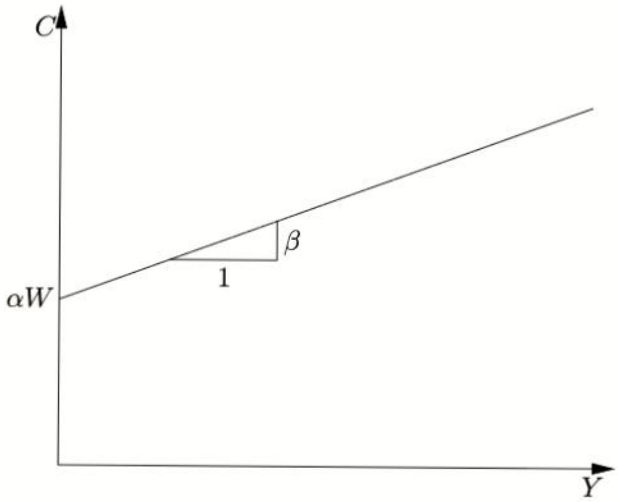


Figure 12.3: 生命周期消费函数

根据生命周期消费函数，平均消费倾向是

$$APC = \frac{C}{Y} = \alpha\frac{W}{Y} + \beta \tag{12.3.6}$$

由于不同人或不同年份的财富并不与收入成比例变动，当观察**不同个人或短期数据时**，**高收入对应着低平均消费倾向**；**在长期**，财富和收入同比例增长，这就导致了不变的 $\dfrac{W}{Y}$，从而导致了**不变的平均消费倾向**.

生命周期模型还做出了许多其他预测，最重要的是，它预测储蓄在人的一生中会发生变动：如果一个人成年之初没有财富，他将在工作年份期间积累财富，然后在退休期间消耗财富.

根据生命周期假说，由于人们希望在一生中平滑其消费，**工作的年轻人储蓄，退休的老年人则负储蓄**.

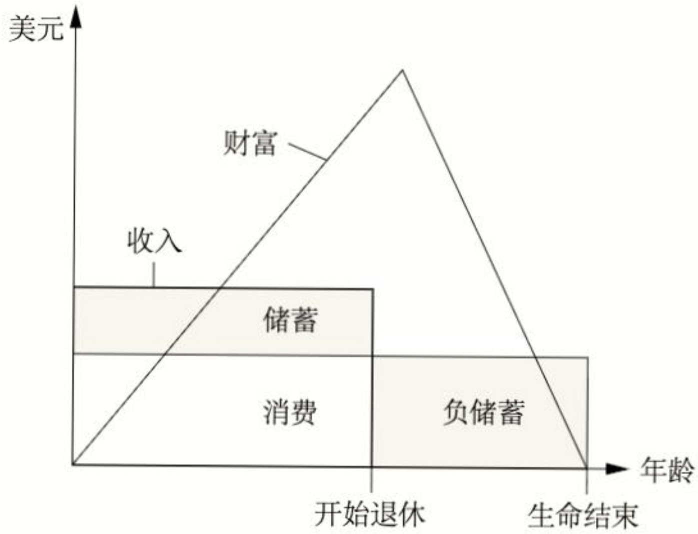


Figure 12.4: 生命周期中的消费、收入和财富

（三）米尔顿 · 弗里德曼与永久收入假说

弗里德曼提出，我们把现期收入看作两部分：**永久收入Y^P** 与**暂时收入Y^T** 之和，即

$$Y = Y^P + Y^T \tag{12.3.7}$$

永久收入是收入中**人们预期持续到未来的那一部分**，暂时收入是收入中人们**并不预期持续的那一部分**. 换个说法，永久收入是**平均收入**，而暂时收入是**对平均值的随机偏离**.

弗里德曼的推理是：**消费主要取决于永久收入**，这是因为消费者对收入暂时变动的反应是**用储蓄和借款来平滑消费**. 换言之，消费者花费他们的永久收入，把大部分暂时收入储蓄起来. **消费函数近似为**

$$C = \alpha Y^P \tag{12.3.8}$$

其中，α 为常数，它衡量永久收入中用于消费的比例. 该式表明，**消费与永久收入是成比例的**.

根据永久收入消费函数，平均消费倾向是

$$APC = \frac{C}{Y} = \frac{\alpha Y^P}{Y} \tag{12.3.9}$$

取决于永久收入与现期收入的比率，**收入的逐年波动受到暂时收入的控制**. 因此，高收入年份应该是平均消费倾向低的年份；但是，**在长期时间序列中，收入变动来自永久收入**，观察到不变的平均消费倾向.

（四）罗伯特 · 霍尔与随机游走假说

霍尔证明，如果永久收入假说是正确的，而且如果消费者有理性预期，那么**消费随时间推移而发生的变动应该是不可预测的**. 根据其观点，**永久收入假说与理性预期的结合意味着消费遵循随机游走**.

$$C_t = C_{t-1} + e_t \tag{12.3.10}$$

消费的理性预期研究方法对经济政策分析也有启示. 如果消费者遵循永久收入假说和具有理性预期，那么**只有未预期到的政策变动才会影响消费**. 当这些政策变动改变了预期时，它们就能产生效果.

因此，如果消费者有理性预期，政策制定者不仅可以通过自己的行动影响经济，还可以**通过公众对政策制定者行动的预期来影响经济**. 然而，要知道财政政策的变动如何改变和何时改变总需求往往是困难的.

（五）戴维 · 莱布森与即时满足的吸引力

莱布森指出，许多消费者认为自己是不完美的决策者. 在一项对美国公众的调查中，76% 的人认为他们没有为退休进行足够的储蓄. 根据莱布森的说法，储蓄的不足与另一个现象相关：**即时满足的吸引力**.

考虑以下两个问题：

- **问题 1**：你愿意要（A）今天的一块糖还是（B）明天的两块糖？
- **问题 2**：你愿意要（A）100 天后的一块糖还是（B）101 天后的两块糖？

许多面对这类选择的人对第一个问题回答 A，对第二个问题回答 B.

在某种意义上，**他们在长期比短期更有耐心**. 这提出了一种可能性：消费者可能具有**时间不一致偏好**，即他们可能仅仅因为时间的流逝而改变其决策. 一个面对问题 2 的人可能选择 B，为多得一块糖而多等一天. 但 100 天过去以后，他发现自己面临着问题 1. **即时满足的吸引力可能使他改变想法**.

二、什么决定投资支出

(一) 新古典投资模型

企业固定投资的标准模型被称为**新古典投资模型**，其考察了企业拥有资本品的收益与成本. 这个模型说明了投资如何与**资本的边际产量、利率以及影响企业的税收规则**相关.

为了建立这个模型，设想有两种企业（现实中，大多数企业同时为生产和租赁企业）：**生产企业**用它们租来的资本生产产品与服务；**租赁企业**进行经济中的全部投资；它们购买资本品，并把资本租给生产企业.

生产企业通过比较每单位资本的成本与收益来决定租用多少资本，按租金率 R 租赁资本，以价格 P 出售其产品. 因此，一单位资本的实际成本是 $\dfrac{R}{P}$，实际收益是资本的边际产量 MPK（随资本量的增加而递减）. **为了实现利润最大化，企业租赁资本直至资本的边际产量减少到等于实际租赁价格时为止.**

资本的需求曲线向右下方倾斜，因为当资本存量更多时，资本的边际产量更低. 在任何一个时点上，经济中的资本量是固定的，因此供给曲线是垂直的. 资本的实际租赁价格调整到使供求达到均衡.

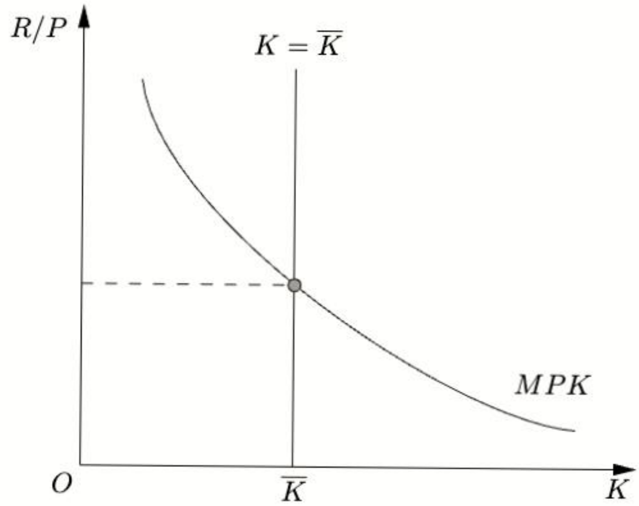


Figure 12.5: 资本的租赁价格

拥有资本的收益是把它租给生产企业得到的收入，即租赁企业从它拥有并出租的每单位资本得到的实际租赁价格 $\dfrac{R}{P}$；**拥有资本的成本**更为复杂，对于租出一单位资本的每个时期，租赁企业承担三种成本：

第一，当一个租赁企业借款购买一单位资本时，它必须**为贷款支付利息**. 如果 P_K 是一单位资本的购买价格，i 是名义利率，那么 iP_K 就是利息成本. 注意，**即使租赁企业不必借款，它也承受着这一利息成本**.

第二，当租赁企业租出资本时，**资本的价格会变动**. 这种损失或收益的成本是 $-\Delta P_K$[2].

第三，当资本租出时，它会**磨损和消耗**，这被称为**折旧**. 如果 δ 是折旧率，那么折旧的美元成本是 ΔK.

因此，租出一单位资本一个时期的总成本是

$$\text{资本成本} = iP_K - \Delta P_K + \delta P_K = P_K\left(i - \frac{\Delta P_K}{P_K} + \delta\right) \tag{12.3.11}$$

该式表明，资本成本取决于**资本的价格、利率、资本价格变动率以及折旧率**.

为了使资本成本的表述更为简化和更易于解释，**假设资本品的价格与其他产品的价格一起上升**. 在这种情况下，$\dfrac{\Delta P_K}{P_K}$ 等于整体通货膨胀率 π. 由于 $i-\pi$ 等于实际利率 r，可以把资本成本写为

$$\text{资本成本} = P_K(r+\delta) \tag{12.3.12}$$

[2]这里的负号是因为在衡量成本而不是衡量收益.

该式表明，资本成本取决于**资本的价格、实际利率以及折旧率**.

最后，把资本成本表示成相对于经济中其他产品的量

$$资本的实际成本 = \left(\frac{P_K}{P}\right)(r+\delta) \tag{12.3.13}$$

该式表明，资本的实际成本取决于**资本品的相对价格、实际利率和折旧率**.

现在考虑一个租赁企业增加还是减少其资本存量的决策. 对每单位资本，企业的实际利润是

$$利润率 = 收益 - 成本 = \frac{R}{P} - \left(\frac{P_K}{P}\right)(r+\delta) \tag{12.3.14}$$

由于均衡时**实际租赁价格等于资本的边际产量**，可以把利润率写为

$$利润率 = MPK - \left(\frac{P_K}{P}\right)(r+\delta) \tag{12.3.15}$$

如果资本的边际产量大于资本成本，租赁企业就赚到了利润；反之，它就发生了亏损.

企业关于其资本存量的决策取决于**拥有并出租资本是否有利可图**. 资本的变动（**净投资**）取决于资本的边际产量与资本成本之差. 如果资本的边际产量大于资本成本，企业发现增加其资本存量是有利可图的；如果资本的边际产量小于资本成本，企业就减少自己的资本存量. 因此，可以写出如下方程：

$$\Delta K = I_n\left[MPK - \left(\frac{P_K}{P}\right)(r+\delta)\right] \tag{12.3.16}$$

其中，I_n 为表示**净投资如何对投资激励做出反应**的函数. 投资总支出是**净投资与折旧资本的更换之和**

$$I = I_n\left[MPK - \left(\frac{P_K}{P}\right)(r+\delta)\right] + \delta K \tag{12.3.17}$$

这个模型说明了为什么投资取决于利率：实际利率下降减少了资本成本，从而提高了从拥有资本赚到的利润，增加了积累更多资本的激励；类似地，实际利率的上升提高了资本成本，导致企业减少其投资. **由于这个原因，联系投资与利率的投资曲线向右下方倾斜**. **这个模型还说明了是什么引起投资曲线的移动**：任何一个**提高资本的边际产量**的事件都增加了投资的获利性，**使投资曲线向外移动**.

（二）股票市场与托宾 q 值

企业根据以下比率做出投资决策，这一比率现在被称为**托宾 q 值**：

$$q = \frac{资本的市场价值}{资本的重置成本} \tag{12.3.18}$$

托宾 q 值的分子是**由股票市场决定的经济中资本的价值**；分母是**现在购买这些资本的价格**.

净投资应该取决于 q 大于 1 还是小于 1. **如果 q 大于 1**，那么股票市场对资本的估价就大于其重置资本. 在这种情况下，经理们可以通过**购买更多的资本**来提高其企业股票的市场价值. 相反，**如果 q 小于 1**，那么股票市场对资本的估价就小于其重置成本. 在这种情况下，当资本损耗时，经理们**不会更换资本**.

（三）融资约束

企业有时面临**融资约束**：对它们**在金融市场上能够筹集到的资金数额**的限制. 融资约束影响企业的投资行为，使企业**根据其现期的现金流量而不是预期获利性**来决定自己的投资.

当经济繁荣时，企业的利润增加，放松了一些企业面临的融资约束，因而投资会增加；**当经济衰退时**，企业的利润减少，面临融资约束的企业无法获得所需要的资金，因而投资会减少.

Bibliography

[1] 留墨. 中级经济学笔记[M]. 1 版. 2024.

[2] 高鸿业. 西方经济学（微观部分）[M]. 8 版. 中国人民大学出版社, 2021.

[3] 高鸿业. 西方经济学（宏观部分）[M]. 8 版. 中国人民大学出版社, 2021.

[4] 高鸿业. 西方经济学（微观部分）[M]. 9 版. 中国人民大学出版社, 2025.

[5] 高鸿业. 西方经济学（宏观部分）[M]. 9 版. 中国人民大学出版社, 2025.

[6] 哈尔 · R. 范里安. 微观经济学：现代观点[M]. 9 版. 格致出版社, 2015.

[7] 哈尔 · R. 范里安. 范里安微观经济学[M]. 格致出版社, 2018.

[8] 哈尔 · R. 范里安. 微观经济分析[M]. 3 版. 中国人民大学出版社, 2024.

[9] 西奥多 · C. 伯格斯特龙, 哈尔 · R. 范里安. < 微观经济学：现代观点 > 练习册[M]. 9 版. 格致出版社, 2020.

[10] 哈尔 · R. 范里安, 西奥多 · C. 伯格斯特龙, 詹姆斯 · E. 韦斯特. < 微观经济学：现代观点 > 题库[M]. 9 版. 格致出版社, 2020.

[11] 沃尔特 · 尼克尔森, 克里斯托弗 · 斯奈德. 微观经济理论：基本原理与拓展[M]. 12 版. 北京大学出版社, 2024.

[12] N. 格里高利 · 曼昆. 宏观经济学[M]. 10 版. 中国人民大学出版社, 2020.

[13] N. 格里高利 · 曼昆. 宏观经济学[M]. 11 版. 中国人民大学出版社, 2024.

[14] N. 格里高利 · 曼昆, 马克 · 吉布森. 曼昆版 < 宏观经济学 >（第十版）课后题解答与题库[M]. 中国人民大学出版社, 2021.

[15] 钟根元, 陈志洪, 胥莉. 中级微观经济学[M]. 3 版. 上海交通大学出版社, 2025.

[16] 钟根元, 陈志洪. 中级微观经济学学习指南[M]. 4 版. 上海交通大学出版社, 2012.

[17] 张延. 中级宏观经济学[M]. 北京大学出版社, 2010.

[18] 胡永刚. 西方经济学学习精要与习题集（宏观部分）[M]. 4 版. 上海财经大学出版社, 2016.